

# 1. CHAPITRE1: OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

## Partie 2

### 1.1. Lentilles Minces.

#### 1.1.1. Généralités:

Description. Une lentille mince est formée par l'association de deux dioptries sphériques de grand rayon de courbure par rapport à l'épaisseur de la lentille.

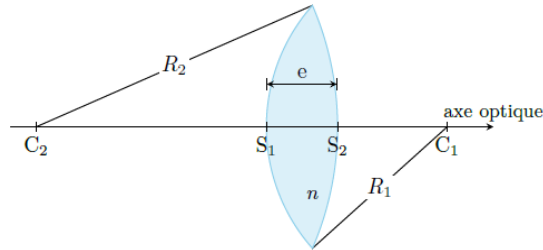


Figure 1

Plus précisément, si l'on note  $R_1, R_2$  les rayons de courbure,  $C_1, C_2$  les centres de courbure et  $e$  l'épaisseur de la lentille, on a

$$e \ll R_1, \quad e \ll R_2 \quad \text{et} \quad e \ll C_1 C_2$$

Dans l'approximation des lentilles minces, les sommets  $S_1$  et  $S_2$  sont considérés confondus en un point  $O$  appelé **centre optique**.

On considèrera que les lentilles sont plongées dans l'air d'indice  $n' \simeq 1$ . On distingue deux types de lentilles :

- les lentilles à **bords minces** qui sont convergentes,
- les lentilles à **bords épais** qui sont divergentes.

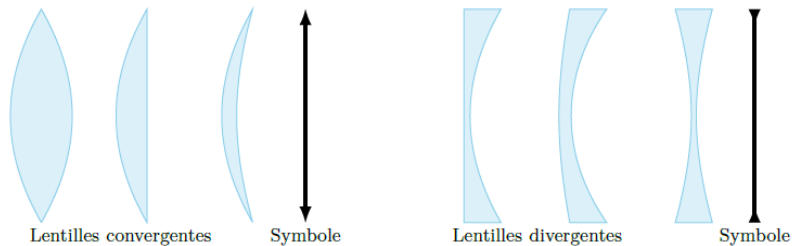


Figure 2

La lentille n'est pas un système rigoureusement stigmatique.

Notion de foyers. Dans le cadre de l'approximation de Gauss, l'image d'un point est un point. Deux points jouent un rôle particulier dans les lentilles: il s'agit des foyers objet et image.

Foyer image. Par définition, l'image d'un point à l'infini sur l'axe est le foyer image  $F'$ . Dans le cas d'une lentille convergente, le foyer image est réel alors qu'il a le statut d'image virtuelle pour une lentille divergente.

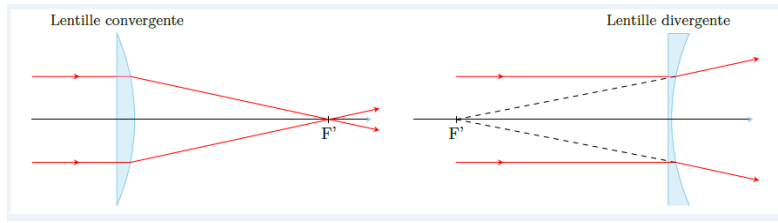


figure 3

On définit la distance focale image

$$f' = \overline{OF'}$$

Foyer objet. Par définition, un objet lumineux placé au foyer objet  $F$  aura pour image un point à l'infini sur l'axe.

Dans le cas d'une lentille convergente, le foyer objet est réel alors qu'il a le statut d'objet virtuel pour une lentille divergente.

De façon analogue, on définit la distance focale objet

$$f = \overline{OF}$$

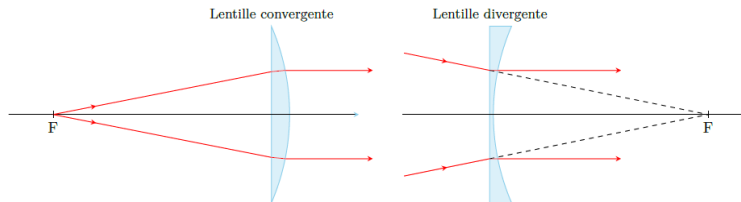


figure 4

On montre que dans le cas des lentilles minces dont les milieux extrêmes sont identiques, on a

$$f = \overline{OF} = \overline{OF'} = -f'.$$

Cette relation est évidente pour les lentilles symétriques (principe du retour inverse de la lumière); dans ce cas  $O$  est le centre de symétrie de la lentille. Elle est valable pour les lentilles asymétriques parce que l'on se place dans l'approximation des lentilles infiniment minces. Pour une lentille convergente,  $f' > 0$ ; pour une lentille divergente  $f' < 0$ .

On définit la vergence  $V$  d'une lentille par

$$V = \frac{n'}{f'} = \frac{1}{f'}, \quad \text{si } n' = 1$$

Il s'agit donc d'une quantité algébrique qui a la dimension de l'inverse d'une longueur. dans le SI, on l'exprime en dioptrie ( $\delta$ ):  $1\delta = 1\text{ m}^{-1}$ . Plus  $V$  est grand plus la lentille est convergente.

Plans focaux. On appelle plan focal image, le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par  $F'$ . De même, on appelle plan focal objet, celui perpendiculaire à l'axe optique et passant par  $F$ .

On peut affirmer que l'image d'un point à l'infini se situe dans le plan focal image. Il découle de la même façon que tout objet situé dans le plan focal objet a son image située à l'infini (pas nécessairement sur l'axe optique).

Formation des images.

Construction des rayons lumineux. Pour construire l'image d'un objet étendu on obéira à ces quelques principes :

- On se placera dans l'approximation de Gauss: il y a donc stigmatisme approché.

Pour trouver l'image d'un point il suffit de considérer deux rayons issus de ce point; tous les autres issus du même point passeront par le point image. De plus, l'image d'un point sur l'axe optique étant sur l'axe optique, pour trouver l'image d'un objet droit vertical  $AB$  ( $A$  est sur l'axe optique et  $B$  est l'extrémité de l'objet) il suffit de trouver  $B'$  l'image de  $B$ ; on sait alors que l'image est  $A'B'$  avec  $A'$  situé sur l'axe optique tel que  $A'B'$  est perpendiculaire à l'axe optique.

- Avant toute chose il faut placer l'objet. Si l'objet  $AB$  est réel, il est forcément à gauche de la lentille et les rayons sont issus de chaque point de l'objet. Si l'objet est virtuel, il se situe à droite de la lentille et les rayons "objets" se dirigent vers l'objet mais sont réfractés avant d'atteindre l'objet.

- Pour trouver l'image d'un point il faut choisir des rayons dont on connaît le comportement.

- un rayon horizontal arrivant sur une lentille convergera en  $F'$  si elle est convergente et divergera en semblant provenir de  $F'$  si la lentille est divergente.

- un rayon passant ou se prolongeant en  $F$  ressortira horizontalement.

- un rayon passant par  $O$  n'est pas dévié.

- Une fois les rayons tracés on détermine si l'image est réelle ou virtuelle. Si les rayons issus de  $B$  se coupent effectivement en  $B'$ , alors  $B'$  est une image réelle. On peut la capturer sur un écran. Si les rayons issus de  $B$  divergent après réfraction en semblant provenir de  $B'$ , alors  $B'$  est une image virtuelle visible à l'oeil nu mais que l'on ne peut pas capturer directement sur un écran.

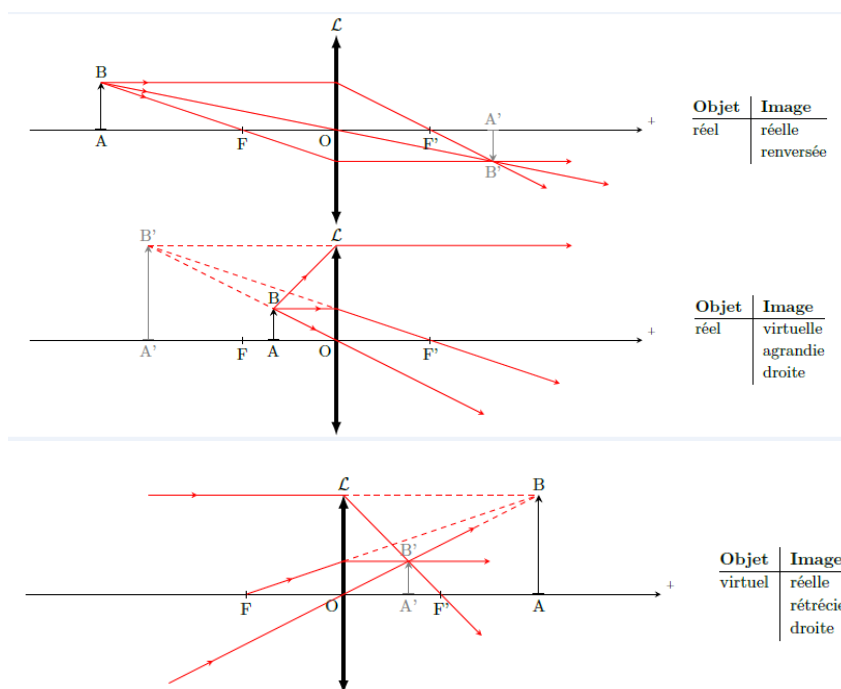


Figure 5- Construction des images pour une lentille convergente

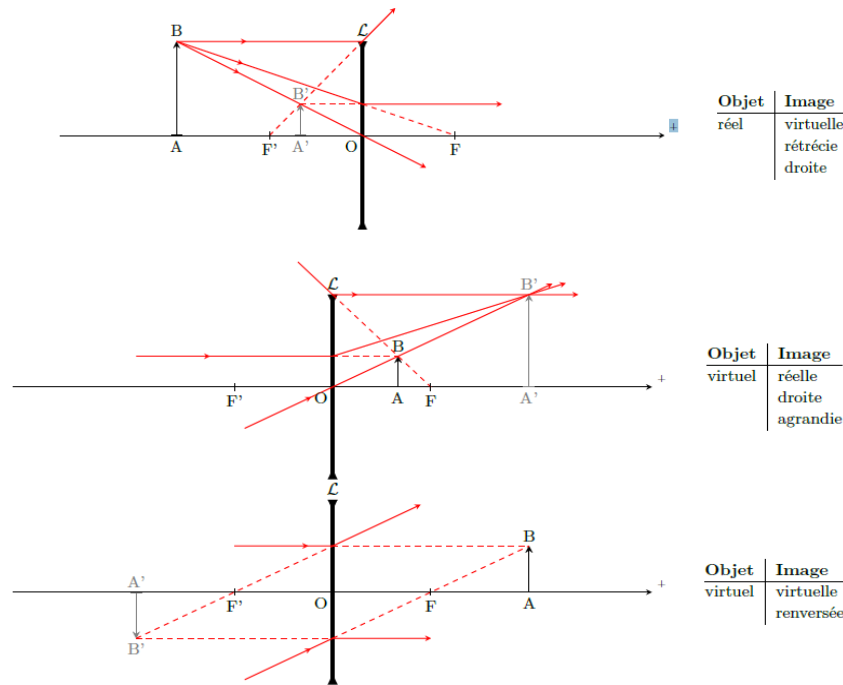


Figure 6-Construction des images pour une lentille divergente

Formules de conjugaison. On obtient les formules de conjugaison rigoureusement à l'aide des lois de Descartes, mais on peut les obtenir en utilisant les constructions géométriques (les notions de foyers objet et image étant admises). Pour cela nous allons calculer le grandissement de deux manières différentes.

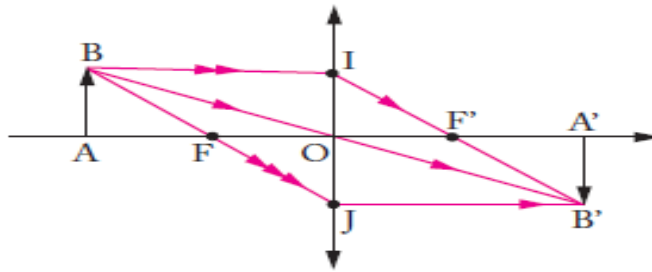


Figure 7

Il apparaît dans la figure 7 que les triangles,  $ABO$  et  $A'B'O$  d'une part, et  $F'OI$  et  $F'A'B'$  d'autre part, sont homothétiques. Donc les lois de Thalès nous permet d'écrire:

$$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Comme  $\overline{OI} = \overline{AB}$ : alors

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

On pose  $f' = OF'$  et  $f = OF$ . Les formules du grandissement permettent d'obtenir la relation de conjugaison avec origine aux foyers (dite formule de Newton)

:

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = f f' \quad \text{Relation de Newton}$$

On peut aussi préférer une relation qui exprime les positions de l'image et de l'objet par rapport au centre. Partant de la relation précédente on peut écrire

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) \cdot (\overline{FO} + \overline{OA}) = f f'$$

Si les milieux extrêmes sont identiques on a  $f = -f' = \overline{OF} = -\overline{OF'}$  de sorte que la relation devient

$$(\overline{OA'} - f') \cdot (\overline{OA} + f') = -f'^2$$

Développons puis divisons par  $f' \overline{OA'} \overline{OA}$ . On trouve

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{Relation de Descartes}$$

Nous en déduisons l'expression de  $\gamma$  en fonction de  $f$  et de  $f'$ :

$$\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

et

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

Lentilles accolées. Considérons deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ , de vergence  $V_1$  et  $V_2$  et montrons qu'en les accolant on constitue un système optique qui se comporte comme une lentille mince.

Considérons un point lumineux  $A$  sur l'axe optique. La lentille  $L_1$  en donne une image  $A_1$  qui devient objet pour  $L_2$  laquelle en donne une image finale  $A'$ . Relions la position de  $A'$  avec celle de  $A$  par rapport au centre optique commun, appelé  $O$ . On a

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = V_2$$

d'où l'on déduit en sommant ces relations :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 + V_2$$

Ainsi, deux lentilles minces accolées se comportent comme une lentille mince de centre optique est le centre des deux lentilles (les deux centres peuvent considérés comme cofondus) et de vergence équivalente

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

Le grandissement angulaire  $G$ : Soit un rayon  $R_1$  incident sur la lentille et  $R'$  son conjugué par la lentille.  $R_1$  coupe l'axe optique en un point  $A$  et fait avec cet axe un angle  $\alpha$ .  $R'$  coupe l'axe optique en  $A'$ , point conjugué de  $A$  et fait un angle  $\alpha'$  avec l'axe optique (figure 8).

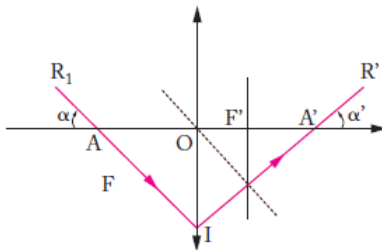


Figure 8

Le grandissement angulaire  $G(\alpha)$  est par définition :

$$G(\alpha) = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Dans l'approximation paraxiale, les angles s'assimilent aux tangentes :

$$\alpha' \approx \frac{\overline{IO}}{\overline{OA'}} \quad \text{et} \quad \alpha \approx \frac{\overline{IO}}{\overline{OA}}$$

Nous avons donc :

$$G(\alpha) = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\gamma}$$

1.2. **La loupe.** La loupe est un instrument d'optique simple puisqu'elle se compose d'une seule lentille convergente. Son intérêt est double :

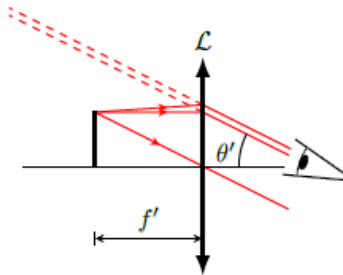


Figure 9

1. Elle permet de ne pas faire travailler l'œil ;
2. Chaque détail est vu sous un angle plus grand; on dit qu'il y a grossissement (à ne pas confondre avec le grandissement).

La loupe se place de telle sorte que l'objet soit dans le plan focal objet de la lentille, ainsi la loupe en donne une image virtuelle à  $-\infty$ . Cette image virtuelle est donc vue par un œil normal sans accommoder.

1.2.1. *Grossissement d'une loupe.* Le grossissement  $G$  d'un appareil est défini par

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

où  $\alpha'$  est l'angle sous lequel on voit un détail dans l'image alors que  $\alpha$  est l'angle maximum sous lequel l'œil nu peut le voir. Ici l'image est virtuelle et vu à l'infini sous l'angle

$$\alpha' = \frac{h}{f'}$$

Avec  $h$  est la hauteur de l'objet.

Alors qu'un œil nu verrait ce détail sous l'angle

$$\alpha = \frac{h}{d_m}$$

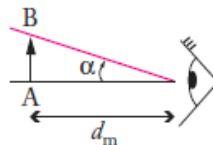


Figure 10

Avec  $d_m$  la distance minimale (**le punctum proximum**) de la vision nette  
Ainsi, une loupe présente un grossissement

$$G = \frac{d_m}{f'}$$

On aura donc intérêt à choisir une lentille de **petite focale** si l'on veut un **fort grossissement**.

Dans les conditions habituelles d'utilisation, la puissance d'une loupe est sensiblement égale à sa vergence.

$$p = \frac{1}{f'}$$

La puissance d'une loupe est toujours inférieure à 50 dioptries.

Le grossissement commercial. Le grossissement dépend de  $d_m$  et donc de chaque œil. Le grossissement commercial,  $G_c$ , d'une loupe est défini pour un œil emmétrope, soit pour  $d_m = 25 \text{ cm}$  et un œil placé au foyer image de la loupe  $F'$ , où la puissance prend une valeur caractéristique dite puissance intrinsèque  $P_i$ . Nous avons donc:

$$G = G_c = \frac{p_i}{4}$$

**1.3. Le microscope.** Le microscope optique ou microscope photonique est un instrument d'optique muni d'un objectif (situé près de l'objet à observer) et d'un oculaire (situé près de l'œil) qui permet de grossir l'image d'un objet de petites dimensions (ce qui caractérise sa puissance optique) et de séparer les détails de cette image afin qu'il soit observable par l'œil humain.

**L'objectif** est une lentille très convergente, de distance focale typiquement égale à quelques millimètres. Donne de l'objet une image réelle très agrandie.

**L'oculaire** est une lentille de rôle comparable à celui d'une loupe. Il est utilisé pour regarder l'image intermédiaire formée par l'objectif. Son grossissement commercial est typiquement de l'ordre de 10. Sert à examiner l'image donnée par l'objectif.

**1.3.1. Image à travers un microscope.** Considérons un objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique des deux lentilles (objectif et oculaire), le point  $A$  étant sur l'axe (Figure.11). Pour que l'objectif donne de cet objet une image  $A_1B_1$  réelle et agrandie, il est nécessaire que l'objet soit placé avant le plan focal objet de l'objectif (les foyers de l'objectif sont notés  $F_1$  et  $F_1'$ ). Cette image  $A_1B_1$  joue le rôle d'objet réel pour l'oculaire. Pour que l'observateur en voie une image agrandie, il faut que cette image soit virtuelle et donc que  $A_1B_1$  soit situé entre l'oculaire et son plan focal objet.

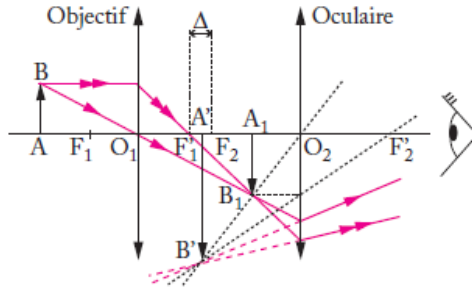


Figure 12

L'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers les deux lentilles est une image virtuelle, inversée et agrandie.

Le fonctionnement du microscope est dit normal quand l'image intermédiaire  $A_1B_1$  se trouve dans le plan focal objet (en  $F_2$ ) de l'oculaire, de sorte que l'image définitive  $A'B'$  soit rejetée à l'infini et qu'un œil emmétrope placé en  $F_1'$  puisse observer  $A'B'$  sans accommodation.

Dans un microscope, les deux lentilles étant solidaires et fixées dans un manchon métallique, la distance ou l'intervalle optique  $\Delta$  entre le foyer image  $F_1'$  de l'objectif et le foyer objet  $F_2$  de l'oculaire est fixe (environ  $16\text{ cm}$ ), seule la distance entre l'objet et l'objectif est variable. Elle doit être réglée pour que l'image finale  $A'B'$  soit comprise entre les limites de la vision distincte de l'œil de l'observateur.

Cette latitude de mise au point est faible et dépend de la puissance du microscope. En effet, la position de l'image  $A_1B_1$  ne peut varier que sur quelques centimètres (elle doit être comprise entre l'oculaire et son plan focal objet) ce qui correspond à un déplacement de l'objet sur quelques millimètres de l'ordre des distances focales des objectifs. Pour les microscopes standard, cette latitude de mise au point est de l'ordre de quelques millimètres tandis qu'elle se réduit à quelques microns pour les microscopes les plus puissants.

1.3.2. *Puissance d'un microscope, puissance intrinsèque.* La puissance  $P$  d'un microscope est le rapport entre l'angle  $\alpha'$  d'un objet vu à travers le microscope et sa taille  $\overline{AB}$  (Figure. 13) :

$$p = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$$

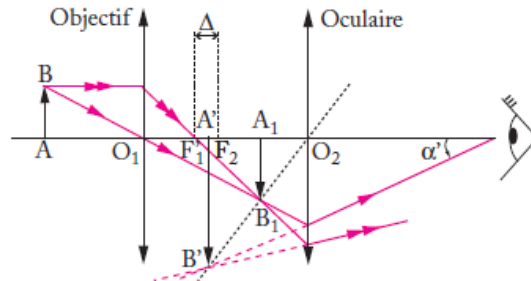


Figure 13

Cette puissance s'exprime en dioptrie. Plus elle sera grande, plus l'angle de l'image sera important et les objets, pouvant être vus avec ce microscope.

La puissance d'un microscope dépend des caractéristiques de l'objectif et de celles de l'oculaire et donc de la position particulière de l'objet. La puissance  $p$  s'exprime comme le produit de la valeur absolue du grandissement  $\gamma_1$  de l'objectif par la puissance  $p_2$  de l'oculaire:

$$p = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \frac{\overline{A_1B_1}}{AB} = \gamma_1 p_2$$

La puissance intrinsèque d'un microscope correspond à la puissance obtenue lorsque l'image  $A'B'$  est renvoyée à l'infini, c'est-à-dire lorsque l'image  $A_1B_1$  est dans le plan focal objet de l'oculaire (Figure. 12). Le grandissement  $\gamma_1$  de l'objectif et la puissance  $p_2$  de l'oculaire sont alors égaux à :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{AB} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1I}} = \frac{\overline{F'_1F_2}}{\overline{F'_1O_1}} = \frac{\Delta}{f'_1}$$

Avec  $I$  est le point d'incidence du rayon issu de point  $B$ .

$$p_2 = \frac{\alpha'}{A_1B_1} \simeq \frac{\tan \alpha'}{A_1B_1} = \frac{1}{f'_2}$$

La puissance intrinsèque  $p_i$  du microscope, qui ne dépend que ses caractéristiques, sera donc égale à:

$$p_i = \frac{\Delta}{f'_1 f'_2}$$

Cette puissance s'exprime en dioptrie si les distances  $\Delta$ ,  $f'_1 f'_2$  sont exprimées en mètre. Pour fixer les idées, un microscope commercial moyen a une puissance intrinsèque moyenne de l'ordre de quelques centaines de dioptries, celles des microscopes plus puissants pouvant atteindre plusieurs milliers de dioptries.

1.3.3. *Grossissement.* Le grossissement  $G$  d'un microscope est, par définition, égal au rapport entre les diamètres apparents maximaux d'un objet vu à travers le microscope ou vu à l'œil nu à la distance minimum de vision distincte :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = p \overline{AB} \frac{d_m}{AB}$$

$$G = p d_m$$

Ce grossissement dépendant de la distance  $d_m$ , pour pouvoir comparer les performances des microscopes, les fabricants ont choisi une distance minimale de vision distincte arbitraire de  $25cm$ . Le grossissement commercial correspondant est:

$$G_c = \frac{p_i}{4}$$

#### REFERENCES

- [1] Jimmy ROUSSEL, Cours Optique géométrique
- [2] Agnès MAUREL; Cours Optique géométrique , BELIN 8, www.editions-belin.com.
- [3] A. MAUREL, J.-M. MALBEC Optique géométrique, résumé de cours et exercices.
- [4] OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE Cours Accessible en ligne : <https://femto-physique.fr/optique/>.
- [5] Physique pour les sciences de la vie et de la sanré. Clémentine Santamaria.