ESPACES DE PROBABILITES

Plan

1. Univers

Plan

1. Univers
2. Ensemble des événements

Plan

1. Univers
2. Ensemble des événements
3. Probalités

Plan

1. Univers
2. Ensemble des événements
3. Probalités
4. Probalité uniforme

Plan

1. Univers
2. Ensemble des événements
3. Probalités
4. Probalité uniforme
5. Exercices

Univers

Univers

Univers

Definition

C'est l'ensemble Ω des résultats possibles d'une expérience aléatoire.

Evénements aléatoires

Evénements aléatoires

Definition

Evénements aléatoires

Definition

On appelle événement aléatoire, associé à l'expérience ε, tout événement dont la réalisation dépend des résultats de l'expérience ε.

Evénements aléatoires

Definition

On appelle événement aléatoire, associé à l'expérience ε, tout événement dont la réalisation dépend des résultats de l'expérience ε.Un événement aléatoire s'dentifie donc a une partie A de Ω.

Evénements aléatoires

Definition

On appelle événement aléatoire, associé à l'expérience ε, tout événement dont la réalisation dépend des résultats de l'expérience ε.Un événement aléatoire s'dentifie donc a une partie A de Ω.

Example

Dans l'expérience qui consiste à jouer deux fois à pile ou face, on considère l'événement:

Evénements aléatoires

Definition

On appelle événement aléatoire, associé à l'expérience ε, tout événement dont la réalisation dépend des résultats de l'expérience ε.Un événement aléatoire s'dentifie donc a une partie A de Ω.

Example

Dans l'expérience qui consiste à jouer deux fois à pile ou face, on considère l'événement:
$A = \{on\ obtient\ deux\ faces\ identiques\} = \{PP, FF\}$

Evénements aléatoires

Example

Example

Dans l'expérience qui consiste à jouer à pile ou face jusqu'à l'obtention d'un pie, on considère l'événement:

Evénements aléatoires

Example

Dans l'expérience qui consiste à jouer à pile ou face jusqu'à l'obtention d'un pie, on considère l'événement:
$B = \{on\ obtient\ pile\ en\ au\ plus\ quatre\ lancers\} = \{P, FP, FFP, FFFP\}$.

Example

Example

Dans l'expérience qui consiste à jouer à pile ou face jusqu'à l'obtention d'un pie, on considère l'événement:
$B = \{on\ obtient\ pile\ en\ au\ plus\ quatre\ lancers\} = \{P, FP, FFP, FFFP\}$.

Example

Par rapport au nombre de kilomètres parcourus par une comète, on considère l'événement:

Example

Dans l'expérience qui consiste à jouer à pile ou face jusqu'à l'obtention d'un pie, on considère l'événement:
$B = \{on\ obtient\ pile\ en\ au\ plus\ quatre\ lancers\} = \{P, FP, FFP, FFFP\}$.

Example

Par rapport au nombre de kilomètres parcourus par une comète, on considère l'événement:
$C = \{\text{le nombre de kilomètres parcourus est superieur à } 10000\text{km}\} = [10000, +\infty[$

Ensemble des événements

Ensemble des événements

-

Ensemble des événements

-Soit A l'ensemble des événements que l'on souhaite prendre en compte dans le cadre d'une expérience aléatoire.

Ensemble des événements

-Soit A l'ensemble des événements que l'on souhaite prendre en compte dans le cadre d'une expérience aléatoire. La structure de A doit satisfaire à la définition suivante:

Ensemble des événements

-Soit A l'ensemble des événements que l'on souhaite prendre en compte dans le cadre d'une expérience aléatoire. La structure de A doit satisfaire à la définition suivante:

Definition

1) L'ensemble A est stable par passage au complémentaire.

Ensemble des événements

-Soit A l'ensemble des événements que l'on souhaite prendre en compte dans le cadre d'une expérience aléatoire. La structure de A doit satisfaire à la définition suivante:

Definition

1) L'ensemble A est stable par passage au complémentaire.

$$si\ B \in A\ alors\ CB \in A$$

Ensemble des événements

-Soit A l'ensemble des événements que l'on souhaite prendre en compte dans le cadre d'une expérience aléatoire. La structure de A doit satisfaire à la définition suivante:

Definition

1) L'ensemble A est stable par passage au complémentaire.

$$si \;\; B \in A \;\; alors \;\; CB \in A$$

2) L'ensemble A est stable par réunion dénombrable: pour toute famille $(\mathrm{A}_n)_{n \in N}$ d'événements aléatoires de A, on a

Ensemble des événements

-Soit A l'ensemble des événements que l'on souhaite prendre en compte dans le cadre d'une expérience aléatoire. La structure de A doit satisfaire à la définition suivante:

Definition

1) L'ensemble A est stable par passage au complémentaire.

$$si\ \ B \in A\ alors\ \ CB \in A$$

2) L'ensemble A est stable par réunion dénombrable: pour toute famille $(\mathrm{A}_n)_{n \in N}$ d'événements aléatoires de A, on a

$$U_{n=0}^{+\infty} A_n \in A$$

Ensemble des événements

-Soit A l'ensemble des événements que l'on souhaite prendre en compte dans le cadre d'une expérience aléatoire. La structure de A doit satisfaire à la définition suivante:

Definition

1) L'ensemble A est stable par passage au complémentaire.

$$si\ B \in A\ alors\ CB \in A$$

2) L'ensemble A est stable par réunion dénombrable: pour toute famille $(\mathrm{A}_n)_{n \in N}$ d'événements aléatoires de A, on a

$$U_{n=0}^{+\infty} A_n \in A$$

On parle alors de tribu de Ω. Le couple (Ω, A) s'appelle un espace probabilisable.

Probabilités

On considère un sac contenant 11 boules identiques mais de couleurs différentes :

On considère un sac contenant 11 boules identiques mais de couleurs différentes :3 boules blanches et 8 boules noires.

On considère un sac contenant 11 boules identiques mais de couleurs différentes :3 boules blanches et 8 boules noires. On cherche, en tirant au hasard une boule du sac, à obtenir une boule blanche.

On considère un sac contenant 11 boules identiques mais de couleurs différentes :3 boules blanches et 8 boules noires. On cherche, en tirant au hasard une boule du sac, à obtenir une boule blanche.On se trouve en présence de 11 cas également possibles puisque la boule tiréepeut ètre l'une quelconque des 11 boules que contient le sac.

On considère un sac contenant 11 boules identiques mais de couleurs différentes :3 boules blanches et 8 boules noires. On cherche, en tirant au hasard une boule du sac, à obtenir une boule blanche.On se trouve en présence de 11 cas également possibles puisque la boule tiréepeut ètre l'une quelconque des 11 boules que contient le sac. Parmi ces 11 cas, 3 cas sont favorables à la réalisation de l'événement "la boule tirée est blanche".

On considère un sac contenant 11 boules identiques mais de couleurs différentes :3 boules blanches et 8 boules noires. On cherche, en tirant au hasard une boule du sac, à obtenir une boule blanche.On se trouve en présence de 11 cas également possibles puisque la boule tiréepeut ètre l'une quelconque des 11 boules que contient le sac. Parmi ces 11 cas, 3 cas sont favorables à la réalisation de l'événement "la boule tirée est blanche". Il y a donc 3 chances sur 11 d'obtenir une boule blanche.

On considère un sac contenant 11 boules identiques mais de couleurs différentes :3 boules blanches et 8 boules noires. On cherche, en tirant au hasard une boule du sac, à obtenir une boule blanche.On se trouve en présence de 11 cas également possibles puisque la boule tiréepeut ètre l'une quelconque des 11 boules que contient le sac. Parmi ces 11 cas, 3 cas sont favorables à la réalisation de l'événement "la boule tirée est blanche". Il y a donc 3 chances sur 11 d'obtenir une boule blanche.
Plus généalement, on souaite pouvoir associer à chaque A un poids $P(A)$ représentant la chance que cet événement soit réalisé à la suite d'une expérience aléatoire.

Probabilités

Probabilités

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Probabilités

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Definition

On appelle probabilité sur (Ω, A), toute application P de A dans $[0, 1]$ telle que:

Probabilités

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Definition

On appelle probabilité sur (Ω, A), toute application P de A dans $[0, 1]$ telle que:
$1)P(A) = 1$

Probabilités

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Definition

On appelle probabilité sur (Ω, A), toute application P de A dans $[0, 1]$ telle que:
1)$P(A) = 1$
2) Si C et B sont deux événements aléatoires incompatibles, alors

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Definition

On appelle probabilité sur (Ω, A), toute application P de A dans $[0, 1]$ telle que:
1)$P(A) = 1$
2) Si C et B sont deux événements aléatoires incompatibles, alors

$$P(CUB) = P(C) + P(B) \qquad \text{(additivité simple)}$$

Probabilités

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Definition

On appelle probabilité sur (Ω, A), toute application P de A dans $[0, 1]$ telle que:
1)$P(A) = 1$
2) Si C et B sont deux événements aléatoires incompatibles, alors

$$P(CUB) = P(C) + P(B) \qquad \text{(additivité simple)}$$

3) Si $(A_n)_{n\geq 0}$ est une famille d'événements aléatoires deux à deux incompatibles, alors

Probabilités

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Definition

On appelle probabilité sur (Ω, A), toute application P de A dans $[0,1]$ telle que:
1)$P(A) = 1$
2) Si C et B sont deux événements aléatoires incompatibles, alors

$$P(CUB) = P(C) + P(B) \qquad \text{(additivité simple)}$$

3) Si $(A_n)_{n\geq 0}$ est une famille d'événements aléatoires deux à deux incompatibles, alors

$$P(U_{n=0}^{+\infty} A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) \qquad (\sigma - additivit\acute{e})$$

Probabilités

Soit Ω l'univers d'une expérience ε et A l'ensemble des événements.

Definition

On appelle probabilité sur (Ω, A), toute application P de A dans $[0,1]$ telle que:
1)$P(A) = 1$
2) Si C et B sont deux événements aléatoires incompatibles, alors

$$P(CUB) = P(C) + P(B) \qquad \text{(additivité simple)}$$

3) Si $(A_n)_{n\geq 0}$ est une famille d'événements aléatoires deux à deux incompatibles, alors

$$P(U_{n=0}^{+\infty} A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n) \qquad (\sigma - additivit\acute{e})$$

Le triplet (Ω, A, P) s'appelle un espace de probabilité.

Probabilités

Propriété

Si A et B sont deux évenements aléatoires, on a

Si A et B sont deux évenements aléatoires, on a

1) $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Si A et B sont deux évenements aléatoires, on a

1) $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
2) Si $A \subset B$ alors $P(A) \leq P(B)$

Si A et B sont deux évenements aléatoires, on a

1) $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
2) Si $A \subset B$ alors $P(A) \leq P(B)$
3) Si Ω est dénombrable, alors

Si A et B sont deux évenements aléatoires, on a

1) $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
2) Si $A \subset B$ alors $P(A) \leq P(B)$
3) Si Ω est dénombrable, alors

$$P(A) = \sum_{w \in A} P(w)$$

Formule de Poicaré: Soient A et B deux événements aléatoires. On a

Formule de Poicaré: Soient A et B deux événements aléatoires. On a

$$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Proof.

dans le cours $\square$

Probabilité uniforme

Probabilité uniforme

Probabilité uniforme

Definition

Soit P une probabilité définie sur un univers Ω.

Probabilité uniforme

Definition

Soit P une probabilité définie sur un univers Ω.On dit que P est la probabilité uniforme sur Ω si tous les événements élémentaires w de Ω sont équiprobables:

Probabilité uniforme

Definition

Soit P une probabilité définie sur un univers Ω.On dit que P est la probabilité uniforme sur Ω si tous les événements élémentaires w de Ω sont équiprobables:

$$P(w) = \frac{1}{Card(\Omega)}$$

Probabilité uniforme

Definition

Soit P une probabilité définie sur un univers Ω.On dit que P est la probabilité uniforme sur Ω si tous les événements élémentaires w de Ω sont équiprobables:

$$P(w) = \frac{1}{Card(\Omega)}$$

Ou $Card(\Omega)$ représente le nombre d'éléments de Ω.

Probabilité uniforme

Definition

Soit P une probabilité définie sur un univers Ω.On dit que P est la probabilité uniforme sur Ω si tous les événements élémentaires w de Ω sont équiprobables:

$$P(w) = \frac{1}{Card(\Omega)}$$

Ou $Card(\Omega)$ représente le nombre d'éléments de Ω.
Pour tout événement aléatoire A, On a donc

Probabilité uniforme

Definition

Soit P une probabilité définie sur un univers Ω.On dit que P est la probabilité uniforme sur Ω si tous les événements élémentaires w de Ω sont équiprobables:

$$P(w) = \frac{1}{Card(\Omega)}$$

Ou $Card(\Omega)$ représente le nombre d'éléments de Ω.
Pour tout événement aléatoire A, On a donc

$$P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$$

Probabilité uniforme

Definition

Soit P une probabilité définie sur un univers Ω.On dit que P est la probabilité uniforme sur Ω si tous les événements élémentaires w de Ω sont équiprobables:

$$P(w) = \frac{1}{Card(\Omega)}$$

Ou $Card(\Omega)$ représente le nombre d'éléments de Ω.
Pour tout événement aléatoire A, On a donc

$$P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)}$$

On appelle le $Card(A)$ le nombre de cas favorables et $Card(\Omega)$ le nombre de cas possibles.

Merci pour votre attention.