Série 3 : correction

Les réponses justes en bleu

1. Les Rayons X sont produits à l'aide d'un tube à rayons (Coolidge) composé de deux électrodes.
2. Le filament constitue l'anode du tube, il est chauffé sous une intensité de courant élevée (à faible courant électrique de l'ordre de mA) pour qu'il puisse émet des électrons.
3. La cathode émet les rayonnements électromagnétiques.
4. Le débit d'énergie rayonnée est proportionnel au carré de la haute tension.
5. Le rendement énergétique est proportionnel à l'intensité de courant. (R= K.U.Z)
6. La puissance rayonnée effectivement sous forme de rayons X est faible.
7. Dans un tube de Coolidge, la longueur d'onde minimale du rayonnement émis est indépendante de la haute tension. (dépend de la haute tension λ (nm) = 1.24 / U(kv)
8. La transition de l'électron sur les orbites accompagné par l'émission d'un rayonnement électromagnétique.

Exercice 1.

Dans un tube émetteur de R-X, les électrons sont accélérés par une différence de potentiel de 60 kilovolts ? On donne la masse de l'électron : m (e$^-$) = 9.1.10^{-31}Kg

- a)- Quelle est l'énergie cinétique acquise par ces électrons (en J et KeV)? Calculer leur vitesse ?
- b)- Quelle est la valeur maximale que peut prendre la fréquence du photon ? à quelle longueur d'onde correspond-elle ?
- c) -Le rendement de ce tube étant de 2%, calculer la valeur de la constante k pour une anode en tungstène (Z=74)
- d)- En déduire la puissance en W du rayonnement émis si l'intensité du courant anodique est de 20 mA.

a) $E_{c_{max}} = \frac{1}{2}mv^2 = eV = 1,6.10^{-19} \times 60.10^3 = 96.10^{-16}\,J = 60\,keV$

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \sqrt{\frac{2E_{c_{max}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 96.10^{-16}}{9,1.10^{-31}}} = 1,45.10^8\,m.s^{-1}$$

b) $h\nu_{max} = E_{c_{max}} \Rightarrow \nu_{max} = \frac{E_{c_{max}}}{h} = \frac{96.10^{-16}}{6,62.10^{-34}} = 1,45.10^{19}Hz$

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\nu_{max}} = \frac{3.10^8}{1,45.10^{19}} = 20,7\,pm$$

Autre méthode, d'après la loi de Duane et Hunt,

$$\lambda_{min}(nm) = \frac{1240}{E(eV)} = \frac{1240}{60.10^3} = 0,0207nm = 20,7\,pm$$

c) $R = kZV \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{R}{ZV} = \frac{0,02}{74 \times 60.10^3} = 4,50.10^{-9}$

$$[k] \sim \frac{[R]}{[Z] \times [V]} \sim [V]^{-1}$$

d) $P = kIZV^2 = 4,50.10^{-9} \times 20.10^{-3} \times 74 \times (60.10^3)^2 = 24\,W$

Exercice 2.

Un tube de Coolidge à anticathode de platine ${}_{78}Pt$ est traversé par un courant d'intensité I=10 mA entre l'anticathode A et la cathode K. Il émet un rayonnement X d'énergie W_R = 20 J pendant la durée Δt= 1,8 s de fonctionnement avec un rendement énergétique ρ= 1,5 %.

1. Exprimer littéralement puis calculer :
   a) La puissance rayonnée P_R
   b) La puissance électrique P_E consommée par le tube et la tension U_{AK} entre anode et cathode
   c) La puissance perdue par effet joule PJ et l'énergie W_J correspondante pendant la durée de fonctionnement du tube.
   d) l'élévation de température de l'anode sachant qu'elle est incorporée à une masse m = 50 g de cuivre qui absorbe presque totalement l'énergie W_J. (capacité thermique massique du cuivre : c = 385 J.kg^{-1} .K^{-1}).
2. Exprimer littéralement et calculer :
   a) l'énergie cinétique E_C des électrons frappant l'anode et l'énergie maximale E_{max} des photons émis (en keV et en joule).
   b) la longueur d'onde minimale λ_0 des photons émis et la longueur d'onde la plus fréquente λ_m (celle des photons les plus nombreux).
   c) Si la tension U_{AK} est doublée, que deviendront E_C, E_{max}, λ_0, λ_m ?

1.

a) La puissance rayonnée P_R ,

P_R= $W_R/\Delta t$ = 20/1,8 = <u>11 W</u>

b) La puissance électrique P_E consommée par le tube et la tension U_{AK} entre anode et cathode

ρ = P_R/P_e donc P_E = P_R/ρ = 11 / (1,5 x 10^{-2}) = <u>733 W</u> ;

U_{AK} = P_E/I = 733 / (10 x 10^{-3}) = 73300 V = <u>73,3 kV</u>

c) La puissance perdue par effet joule P_J et l'énergie W_J correspondante pendant la durée de fonctionnement du tube

P_J = P_E – P_R = 740 – 11 = <u>729 W</u> ; W_J = $P_J \times \Delta t$ = 729 × 1,8 = <u>1312 J</u>

d) l'élévation de température de l'anode sachant qu'elle est incorporée à une masse m = 50 g de cuivre qui absorbe presque totalement l'énergie W_J.
(capacité thermique massique du cuivre : c = 385 J.kg^{-1}.K^{-1})

W_J = mcΔT ; ΔT= W_J /mc = 1312 / (50 x 10^{-3} x 385) = <u>68 K</u>

2.

a) l'énergie cinétique E_c des électrons frappant l'anode et l'énergie maximale E_{max} des photons émis *(en keV et en joule)*

E_C = eU_{AK} = e × 73,3 kV = <u>73,3 keV</u> = 73,3 × 10^3 × 1,60 × 10^{-19} = <u>1,17× 10^{-14} J</u>

Lorsque la totalité de l'énergie cinétique de l'électron est convertie en photon (rayonnement de freinage), celui-ci a l'énergie maximale et donc la longueur d'onde minimale : E_{max} = E_C = 73,3 keV = 1,17× 10^{-14} J

b) la longueur d'onde minimale λ_0 des photons émis et la longueur d'onde la plus fréquente λ_m *(celle des photons les plus nombreux)*

$$E_{max} = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_0} ;\ \lambda_0 = \frac{hc}{E_{max}} = \frac{6,62 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^{8}}{1,17 \times 10^{-14}} = \underline{1,70 \times 10^{-11} m} = \underline{0,0170 nm}$$

λ_m = 1,5 λ_0 = <u>0,0255 nm</u>

c) Si la tension U_{AK} est doublée, que deviendront E_C, E_{max}, λ_0 , λ_m ?

E_C et E_{max} proportionnelles à U_{AK} seront doublées ; λ_0 et λ_m inversement proportionnelles à la fréquence ν et à l'énergie E = hν seront divisées par 2

Exercice 3.

Un faisceau de rayons X mono-énergétique de puissance 7 mW est constitué de photons d'énergie 20 keV.

1. Calculer le flux particulaire (débit de photons).
2. Calculer la longueur d'onde, la période et la fréquence des photons.

Calculer le flux particulaire (débit de photons)

$N = \frac{P}{E} = \frac{7 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}} = \underline{2{,}2 \times 10^{12}\ s^{-1}}$ *(E est convertie en joule en exprimant k et e)*

Calculer la longueur d'onde, la période et la fréquence des photons

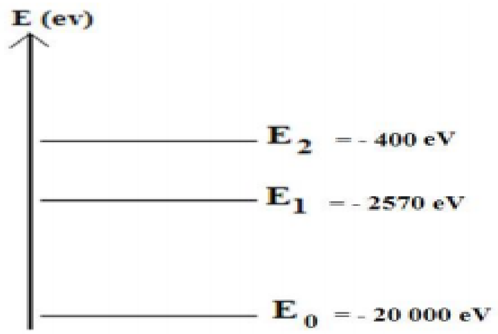
$E = h\nu\ ;\ \nu = \frac{E}{h} = \frac{20 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}}{6{,}62 \times 10^{-34}} = 4{,}8 \times 10^{18}\ Hz\ ;\ T = 1/\nu = \underline{2{,}1 \times 10^{-19}\ s}$

$\lambda = cT = 3{,}00 \times 10^{8} \times 2{,}1 \times 10^{-19} = 6{,}2 \times 10^{-11}\ m$ $(= 6{,}2 \times 10^{-2} \times 10^{-9}) = \underline{0{,}062\ nm}$

Remarque : la formule E = hν incite à calculer d'abord la fréquence

Exercice 4.

1. Les rayons X.
L'émission d'un photon X par un métal est due à certaines transitions électroniques entre deux niveaux d'énergie. Le diagramme des niveaux d'énergie du molybdène est donné ci-dessous.



1.1 Transitions électroniques.

1.1.a. Reproduire le schéma ci-dessus et indiquer par des flèches toutes les transitions envisageables qui s'accompagnent de l'émission d'un photon.

1.1.b. Calculer en électronvolts (eV), les variations d'énergies correspondant à ces transitions.

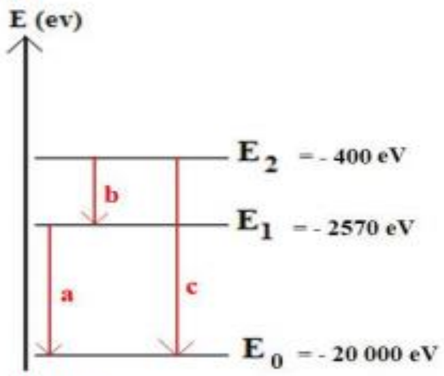
1.2 L'énergie E transportée par un photon X associé à un rayonnement de fréquence ν est donnée par la relation de Planck : E = h.ν.

1.2.a. Connaissant l'énergie E transportée par un photon X, donner la relation permettant de déterminer la longueur d'onde λ du rayonnement associé.

1.2.b. Quelle est, parmi les transitions envisagées, celle qui produit le photon X associé au rayonnement ayant la plus petite longueur d'onde ? Justifier.

1.2.c. Calculer la valeur de cette longueur d'onde.

1.1.a



1.1.b On a :

a : $E_{pha} = E_1 - E_0 = 17430$ eV.
b : $E_{phb} = E_2 - E_1 = 2170$ eV.
c : $E_{phc} = E_2 - E_0 = 19600$ eV.

1.2.a. $E = \frac{h.c}{\lambda}$ donc $\lambda = \frac{h.c}{E}$

1.2.b La plus petite longueur d'onde correspond à l'énergie la plus élevée puisque λ est inversement proportionnelle à E. Il s'agit donc de celle de la transition c : $E_{phc} = E_2 - E_0 = 19600$ eV.

1.2.c $E_{phc} = 19600 \text{ eV} = 19600\text{x}1.6\ 10^{-19} = 3.14\ 10^{-15}$ J donc $\lambda_c = \frac{h.c}{E} = 6.3\ 10^{-11}$m

Remarque : Il s'agit d'un photon X puisque $5\ 10^{-12}\text{m} < \lambda < 10^{-8}$ m