

01 – BASES DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

OBJECTIFS

L'Optique est la branche de la physique qui étudie la lumière. C'est un domaine très vaste qui a connu dans la deuxième moitié du XX^e siècle une progression spectaculaire avec la mise au point des lasers (cf. I.3).

Les applications technologiques de cette science désormais multidisciplinaire sont très répandues dans notre société. Il suffit pour s'en convaincre de penser à l'importance, dans notre quotidien, de toutes les diverses sources de lumière qui nous entourent : écrans cathodiques, LCD, plasma ou à cristaux liquides de télévision ou d'ordinateur, télécommande à infrarouge, sans oublier le lecteur de disque compact à laser par exemple. Quant aux Technologies de l'Information et de la Communication (TIC : ordinateur à grande puissance de traitement, DVD, fibre optique [cf. II.3], écrans de téléphones portables), elles sont les applications les plus récentes, désormais omniprésentes, de l'Optique, science en perpétuelle évolution.

L'Optique étudiée en PCSI : On distingue traditionnellement l'Optique géométrique, qui s'appuie sur la notion de rayon lumineux et permet d'expliquer la formation des images et l'Optique physique qui s'intéresse plus spécifiquement aux problèmes que ne peut pas traiter l'Optique géométrique (cohérence, interférences, diffraction, → cf. Cours de Maths Spé).

L'Optique géométrique peut être construite sans faire référence à la nature de la lumière. Il suffit de postuler l'existence des rayons lumineux (cf. I.4) et d'admettre que leur trajectoire obéit à certaines règles de géométrie. C'est assez pour construire des lunettes de correction, des microscopes, des appareils photographiques, des télescopes... Cette Optique est donc avant tout pratique et descriptive, essentiellement fondée sur la géométrie plane. Il y a peu de raisonnements physiques, les calculs concernent avant tout la **trigonométrie** et l'essentiel du travail consiste à **dessiner des figures claires** :

I La nature de la lumière

I.1 Description ondulatoire

a La lumière est une Onde Électro-Magnétique (OEM)

• James C. MAXWELL édifie en 1873 la théorie électromagnétique qui montre que la lumière est elle-même une onde électromagnétique et qu'elle résulte de la propagation d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B} variant au cours du temps.

La lumière fait partie de la même famille que celle des ondes de télévision, radio ou de celle émise par un four à micro-ondes !

• Une onde (progressive sinusoïdale) se propageant dans la direction (Ox) peut être décrite par une grandeur périodique dans l'espace et le temps de la forme : $s(x, t) = s_0 \cos(\omega t - kx)$ (→ Cf Cours Math Spé)

avec $\begin{cases} \omega \text{ la pulsation (en } rad.s^{-1} \text{) de l'onde} \\ k \text{ son nombre d'onde (en } m^{-1} \text{)} \\ s_0 \text{ son amplitude} \end{cases}$

• La **pulsation** d'une onde est liée à ses variations temporelles,

de **période** $T = \frac{2\pi}{\omega}$ et de **fréquence** $\nu = \frac{1}{T}$.

• Le **nombre d'onde** est lié aux variations spatiales de l'onde,

de **longueur d'onde** $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

■ **Double périodicité** : La **vitesse de propagation** (appelée également **célérité** et notée c) d'une onde lumineuse monochromatique dans un milieu transparent donné relie sa période temporelle T à sa période spatiale λ dans ce milieu :

$$\lambda = c.T = \frac{c}{\nu}$$

Rq : les ondes électromagnétiques sont différentes des ondes mécaniques (comme l'onde qui crée une vague) en ce sens qu'elles n'ont pas besoin de support matériel pour se propager. Dans le vide elles se propagent toutes à la vitesse de la lumière dans le vide : $c_0 \simeq 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ (→ Cf Cours IP2). Alors $\lambda = \lambda_0 = c_0.T = \frac{c_0}{\nu}$.

b La lumière dans le spectre électromagnétique → Cf. Cours

c Propagation dans un milieu matériel T.H.I.

◇ **Définition** : Nous étudierons la propagation de la lumière dans un milieu Transparent, Homogène et Isotrope (**T.H.I.**) :

- **transparent** parce qu'on suppose qu'il n'y a pas de phénomène d'**absorption** de la lumière à la traversée de ce milieu
- **homogène** parce que les propriétés du milieu sont les mêmes en tout point de l'espace
- **isotrope** parce que les propriétés physiques du milieu sont les mêmes dans toutes les directions de l'espace.

Rq : Pour l'étude du phénomène d'absorption (qui existe toujours en réalité et qui se traduit par la décroissance de l'intensité lumineuse à la traversée d'un milieu matériel), → Cf Cours de Math Spé.

◇ **Définition** : On appelle **indice de réfraction (absolu)** d'un milieu T.H.I., et on note n , le rapport de la célérité c_0 d'une onde lumineuse monochromatique dans le vide à sa célérité c dans le milieu considéré :

$$n = \frac{c_0}{c}$$

Ordre de grandeur :

$n(\text{air}) = 1,00029 \simeq 1$; $n(\text{eau liquide}) = 1,333 \simeq 1,33$; $n(\text{glace}) = 1,309$
 $n(\text{verre de type Flint}) = 1,620$; $n(\text{verre de type Crown}) = 1,516$; $n(\text{diamant}) = 2,417$.

d Les sources de lumière → Cf. Cours

Il existe trois grands type de sources de lumière :

- **Sources à spectre continu** : le spectre (graphe) des fréquences émises est continu et comprend toutes les fréquences du visible. Exemple : le Soleil, les lampes à incandescence.
- **Sources à spectre discret / de raies** : cas des lampes à vapeur de mercure ou de sodium étudiées en TP.
- **Lasers** : qui sont des sources quasi-monochromatiques, c'est-à-dire émettant une seule « raie » lumineuse.

Bien entendu une raie n'est jamais totalement monochromatique et sera caractérisée par la **largeur relative** $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ de l'intervalle de fréquences centré sur la fréquence ν qui caractérise la raie. Mais la largeur relative d'une raie lumineuse émise par un laser ($\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 10^{-10}$) est mille fois plus petit que celle d'une raie lumineuse émise par une source à spectre discret classique ($\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 10^{-7}$) !

1.2 Description corpusculaire

À une onde électromagnétique on associe un flux de photons. Un **photon** est une particule de masse nulle, de charge nulle, dont la vitesse est la même (!) dans tous les référentiels et correspond à c , la vitesse de la lumière dans le milieu considéré.

Un photon possède une énergie $\mathcal{E} = h\nu$ avec $h = 6,62.10^{-34} \text{ J.s}$ la constante de PLANCK et $\nu = \frac{1}{T}$ la fréquence de l'onde.

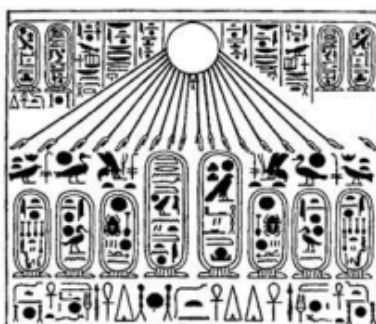
1.3 Approximation de l'optique géométrique

On désire décrire la **propagation de la lumière** à travers différents milieux matériels. Cette étude est très compliquée lorsqu'on utilise la description de la lumière en terme d'onde du champ électrique et magnétique. On se limite au cadre de l'**Optique géométrique** qui ne considère ni le caractère ondulatoire, ni la caractère corpusculaire de la lumière, mais qui utilise une **approximation** qui consiste à isoler, du flux lumineux étudié, une **courbe matérialisant la direction de propagation** de l'onde (ou la trajectoire des photons, comme en mécanique). Cette courbe est appelée **rayon lumineux**.

a Le rayon lumineux



Le pharaon Akhénaton (à gauche), son épouse Nefertiti et trois de leurs filles sous les rayons protecteurs d'Aton, le dieu du soleil (Égypte, milieu du XIV^e siècle avant J.-C., Musée de Berlin).



Aton étend ses rayons bienfaisants sur ses propres cartouches et ceux de Neferkhépérouè-Ouâenrè Akhénaton et de Neferneferouaton-Nefertiti.



Sculpture d'albâtre découverte dans la tombe d'Akhénaton (Musée du Caire)

■ Hypothèse simplificatrice de l'Optique géométrique :

la lumière est formée de rayons lumineux.

(Alors, on se rend compte que la propagation de la lumière obéit à des lois simples)

Expérimentalement, il est **impossible** d'isoler un rayon lumineux, ni même un mince ensemble de rayons (pinceau lumineux). Par contre, un faisceau **laser** est une bonne **approximation** d'un pinceau/rayon lumineux.

La photo ci-contre en donne la preuve : on y distingue trois lasers vers dirigés vers le ciel nocturne, issus des bâtiments du Starfire Optical Range de la Kirtland Air Force Base à Albuquerque (USA, New Mexico). Ces lasers, couplés à des instruments utilisant l'optique adaptative sont utilisés pour éliminer ou réduire les distorsions optiques causées par l'atmosphère céleste : on peut alors observer les étoiles sans se soucier du caractère inhomogène de l'atmosphère.



b Principe d'indépendance des rayons lumineux

En optique géométrique, il n'y a aucun phénomène d'interférences, ce qui revient à dire que les rayons sont considérés indépendants les uns des autres.

Rq : Le fait que deux rayons peuvent se croiser sans influencer l'un sur l'autre a conduit FRESNEL à remettre en cause le « principe » d'indépendance des rayons lumineux. Ceci parce que l'optique géométrique n'est qu'une **approximation** de l'optique ondulatoire (= optique physique).
→ ainsi, lorsqu'on diminue la dimension du système optique (diamètre d du diaphragme p.ex.), il apparaît le phénomène de **diffraction** dès que $d \sim \lambda$:

■ Condition d'application de l'Optique géométrique :

Si $\lambda \ll d$, alors l'approximation de l'optique géométrique est valable.

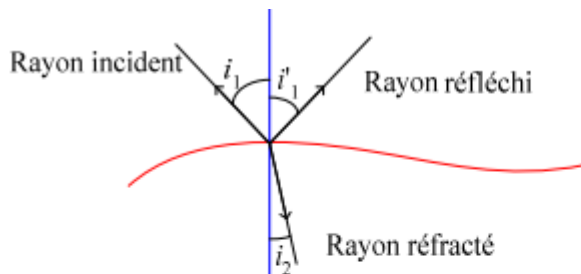
c La lumière se propage en ligne droite dans un milieu T.H.I.

Cette propriété traduit le caractère **homogène** du milieu étudié : l'indice optique n a la même valeur en tout point du milieu.

II.1 Énoncé

◇ **Définition :** On appelle :

- **dioptr**e la surface de séparation entre deux milieux matériels d'indices différents ;
- **plan d'incidence** le plan contenant le rayon incident et la normale \vec{N} au dioptr



Plan d'incidence : défini par le rayon incident et la normale

Une partie du rayon est réfléchi : réflexion

Une partie du rayon est réfractée : réfraction

Le milieu 1 est dit moins réfringent que le milieu 2 si $n_1 < n_2$ et vice versa.

i_1 : angle d'incidence

i_2 : angle de réfraction

i'_1 : angle de réflexion

■ Lois de Snell-Descartes :

- (1) Rayon incident, rayon réfléchi et rayon réfracté sont dans le plan d'incidence.
- (2) L'angle i_1 entre le rayon incident et la normale est égal à l'angle i_1' entre le rayon réfléchi et la normale : $i_1 = i_1'$
- (3) L'angle i_1 entre le rayon incident et la normale et l'angle i_2 entre le rayon réfracté et la normale vérifient : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

Rq : Si i_1 et i_2 sont faibles alors (3) $\Rightarrow n_1 i_1 \simeq n_2 i_2$ (Loi de KEPLER).

II.2 conséquences

a Principe du retour inverse de la lumière :

Les lois de DESCARTES ne font pas intervenir le sens de propagation de la lumière
→ tout trajet suivi par la lumière dans un sens peut l'être dans le sens opposé.

b A quelle condition le rayon se rapproche de la normale au dioptre ?

SI $n_1 > n_2$, alors ① est plus réfringent que ② et le rayon réfracté s'éloigne de \vec{N} ;

SI $n_2 > n_1$, alors ② est plus réfringent que ① et le rayon réfracté se rapproche de \vec{N} .

Le rayon le plus proche de la normale est celui qui se trouve dans le milieu d'indice le plus élevé, c'est-à-dire dans le milieu le plus réfringent.

c Réfraction limite dans le cas $n_1 < n_2$

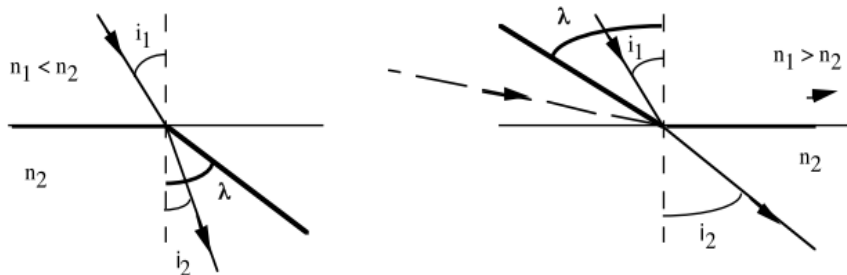
Lorsque la lumière passe d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent ($n_1 < n_2$), le rayon réfracté se rapproche de la normale car :

$$n_1 < n_2 \Rightarrow \sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 < \sin i_1 \Leftrightarrow i_2 < i_1$$

Donc, lorsque i_1 varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, alors i_2 varie de

$$0 \text{ à } i_{2l} \text{ tel que } \sin i_{2l} = \frac{n_1}{n_2} < \frac{\pi}{2}.$$

i_{2l} s'appelle l'angle de réfraction limite.



Lorsque la réfraction a lieu dans un milieu plus réfringent que le milieu de la lumière incidente, tous les rayons réfractés sont contenus dans un cône de sommet I et de demi-angle au sommet l'angle de réfraction limite i_{2l} .

d Réflexion totale dans le cas $n_1 > n_2$

Lorsque la lumière passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent ($n_1 > n_2$), le rayon réfracté s'éloigne de la normale car :

$$n_1 > n_2 \Rightarrow \sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > \sin i_1 \Leftrightarrow i_2 > i_1$$

Donc, lorsque i_2 varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, alors i_1 varie de

$$0 \text{ à } i_{1c} \text{ tel que } \sin i_{1c} = \frac{n_2}{n_1} < \frac{\pi}{2}.$$

i_{1c} s'appelle l'**angle d'incidence critique** au-delà duquel il ne peut pas exister de rayon réfracté qui satisfasse aux lois de Snell-Descartes.

Lorsque la lumière incidente est dans le milieu le plus réfringent, si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique ($i_1 > i_{1c}$) :

- le phénomène de réfraction est impossible
- toute la lumière est réfléchié : on parle de phénomène de **réflexion totale**.

Applications : Ce phénomène est utilisé dans les prismes à réflexion totale et dans le transport de la lumière dans les fibres optiques, → Cf Cours et Exercices.

O2 – FORMATION DES IMAGES & APPROXIMATION DE GAUSS

Objectifs de cette leçon :

- Définitions d'un objet, d'une image et d'un système optique.
- Notions d'objets et d'images étendues
- Notions d'objets et d'images réels et virtuels
- Notion de stigmatisme et d'aplanétisme

I Objets et Images - Vocabulaire de l'optique géométrique

I.1 Objets

◇ **Définition** : En optique géométrique on appelle **objet** la *source* des rayons lumineux dont on étudie la propagation à *travers un système optique donné*.

Ex : un animal observé à travers des jumelles, une fleur observée par l'œil, etc.

◇ **Définition** : Types de sources et d'objets :

- **Source Primaire** : un objet est une source primaire s'il émet spontanément de la lumière sans avoir besoin d'être éclairé.
- **Source Secondaire** : c'est un objet qui n'émet pas spontanément de la lumière; il doit être éclairé par une lumière extérieure pour être observé.
- **Objet Ponctuel** : objet dont on n'arrive pas à déterminer la dimension en l'observant à travers un instrument d'optique.
- **Objet Étendu** : objet auquel on peut associer une dimension. Il peut être considéré comme une infinité d'objets ponctuels *indépendants* les uns des autres.
- **Objet à distance Finie** : objet dont on peut déterminer la position par rapport à l'instrument faisant l'observation.
- **Objet à l'Infini** : objet si éloigné que tous les rayons qui en viennent sont parallèles. Pour un objet étendu de dimension L , on peut dire qu'il est à l'infini (vis à vis de l'observateur) si la distance D à l'instrument d'observation vérifie : $D \gg L$.



	Objet Ponctuel à distance finie	Objet Ponctuel à l'infini	Objet Étendu à distance finie	Objet Étendu à l'infini
Source I ^{aire}	laser, pixel	étoile	lampe allumée	le Soleil, galaxies
Source II ^{aire}	un point sur une feuille de papier, spot du faisceau laser sur un mur		un papillon, les murs, une lampe éteinte, nos visages, ...	la Lune, Jupiter, Saturne, nébuleuses, ...

I.2 Systèmes Optiques

◇ **Définition** : En optique géométrique, on appelle **système optique** tout élément capable de modifier la propagation des rayons issus d'un objet.
Un système optique est constitué de milieux Transparent, Homogène, Isotrope (→ Cf Cours O1).

Attention donc : un miroir, une lentille ou tout autre instrument d'optique n'est pas un objet. S'il est parfait (c'est-à-dire propre), il ne diffuse pas la lumière et on ne le voit pas.

- Le plus simple des systèmes optiques est le **dioptre** (surface de séparation de deux milieux T.H.I., ou encore, interface).

◇ **Définition** : Deux familles de systèmes optiques :

- Les **Systèmes Dioptriques** sont constitués uniquement par des dioptres.

Ex : lunettes, œil, ...

- Les **Systèmes Catadioptriques** sont des systèmes qui contiennent au moins un miroir.

Ex : le plus simple est le miroir plan ; les télescopes, une cuillère à soupe, ...

◇ **Définition** : **Système Sphérique** : tout système ayant la forme d'une sphère ou d'une portion de sphère.

Ex : un miroir sphérique, une lentille boule (ie une bille de verre).

■ **Propriété des systèmes sphériques** : tout rayon passant par le centre d'un système sphérique n'est pas dévié (c'est une conséquence des lois de DESCARTES).

◇ **Définition** : **Système Centré** : c'est un système optique qui admet un axe de symétrie de révolution. On appelle cet axe l'**axe optique**.

Ex : un œil 'normal', objectif d'appareil photo, loupe, microscope, ...

Rq : → Tous les appareil d'optique sont des systèmes centrés! d'où l'intérêt de leur étude...

■ **Propriété des systèmes centrés** : tout rayon arrivant suivant l'axe optique n'est pas dévié. Pour avoir cette propriété, tous les dioptres sphériques et/ou miroirs sphériques utilisés pour fabriquer un système centré devront être centrés sur cet axe.

I.3 Images

En optique géométrique, une **image** est définie *par rapport à un système optique donné*.

Il s'agit de l'ensemble des points de concours des rayons lumineux :

- partis d'un objet,
- ayant traversé un système optique
- et ayant émergé de celui-ci.

◇ **Définition** : Dit autrement, l'**image** d'un objet à travers un système optique est l'ensemble des **points-image**, c'est-à-dire de l'ensemble des points de concours de tous les **rayons émergents** du système optique.

Ex : une image sur un écran de cinéma (l'objet est la pellicule du film et le système optique est le projecteur).

Par contre, une ombre portée n'est pas une image telle que nous l'avons définie (il n'y a pas de système optique qui la forme).

Rq : Comme pour caractériser un objet, on retrouve les mêmes définitions secondaires :

- d'image *ponctuelle* (étoile observée à l'œil ou au télescope),
- d'image *étendue* (Lune observée au télescope),
- d'image *à l'infini* (image d'un objet placé au foyer d'un miroir parabolique),
- d'image *à distance finie* (image d'un objet à distance finie dans un miroir).

D'après ce qui précède, une autre définition de l'**objet** d'un système optique est possible : il s'agit de l'ensemble des **points-objet**, c'est-à-dire de l'ensemble des points de concours des **rayons incidents** par rapport au système optique.

I.4 Objets et images réels et virtuels

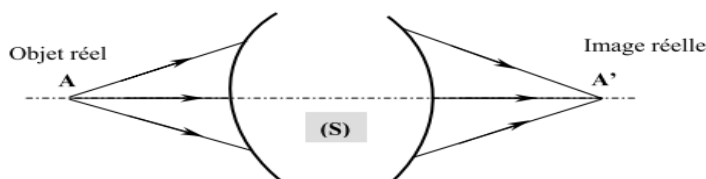
◇ **Définition** : Objet/images réels/virtuels :

• Les **objets réels** {resp. les **images réelles**} sont donc définis comme l'intersection (réelle) des rayons lumineux *avant* l'entrée d'un système optique {resp. *après* la sortie d'un S.O.}.

• Les **objets virtuels** {resp. les **images virtuelles**}, par contre, sont définis comme l'intersection des prolongements (imaginaires) des rayons lumineux à l'entrée {resp. à la sortie d'un système optique}.

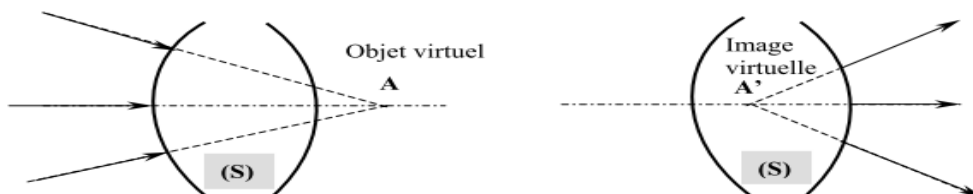
⇒ Que le S.O. soit par transmission (S.O. dioptrique) ou par réflexion (S.O. catadioptrique), on peut donc définir un « **espace objet réel** » et un « **espace objet virtuel** ». De même, on définit

un « **espace image réelle** » et un « **espace image virtuelle** ».



Objet virtuel : A est le point de rencontre d'un faisceau de rayons convergents coupé par le système optique.

Image virtuelle : A' est le point d'où semblent provenir les rayons émergents du système optique.



On parle également d'*espace objet réel*, d'*espace objet virtuel*, d'*espace image réelle*, d'*espace image virtuelle*.

Retenir : La nature « réelle » ou « virtuelle » d'un objet (ou d'une image) est *relative* au S.O. qui définit cet objet (ou cette image)

II Stigmastisme

II.1 Stigmatisme rigoureux

◇ **Définition :** Un système est dit **rigoureusement stigmatique** pour un couple de point A et A' lorsque tout rayon incident passant par A émerge, après avoir traversé le système optique, en passant par A' .

On dit que :

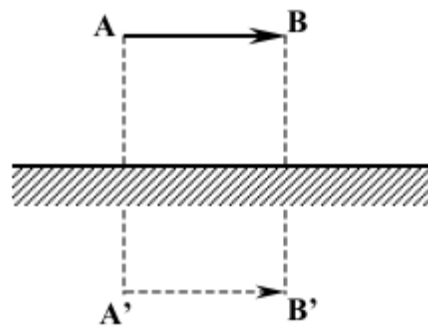
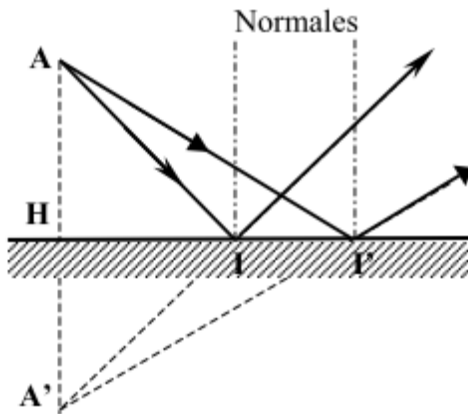
A' est l'**image** de A par le système optique

A et A' sont **conjugués** par le S.O.

A' est le **conjugué** de A par le S.O.

} A et A' sont des **points conjugués**

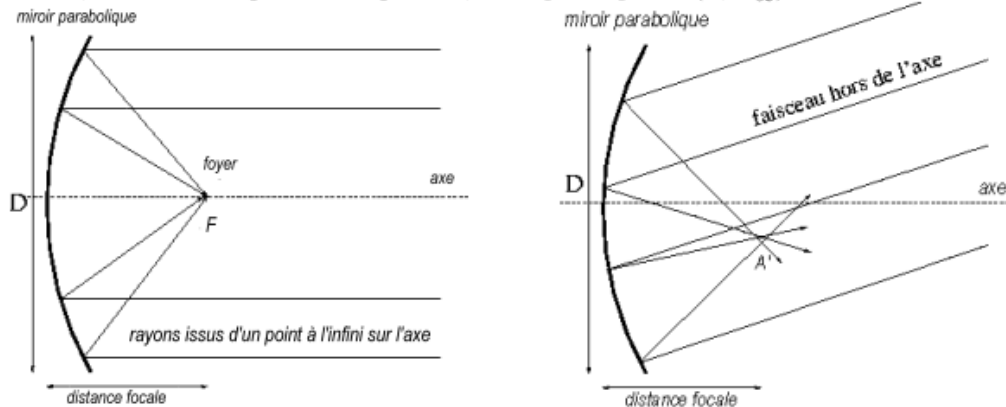
Exemple : Le miroir plan



■ **Propriété du miroir plan :** Le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour *tous* les couples de points objet/image (A, A') de l'espace. C'est un cas unique dans tous les systèmes optiques.

• **Pour le miroir parabolique :** Le miroir parabolique est **rigoureusement stigmatique** *uniquement* pour un point situé à l'infini sur son axe optique et son foyer : (A_∞, F) .

Bien entendu, par le principe du retour inverse de la lumière, le miroir parabolique conjugue également, au sens du stigmatisme rigoureux, le couple de points (F, A'_∞) .



...Par contre, le miroir parabolique n'est pas stigmatique pour *aucun* autre couple de points de l'espace!

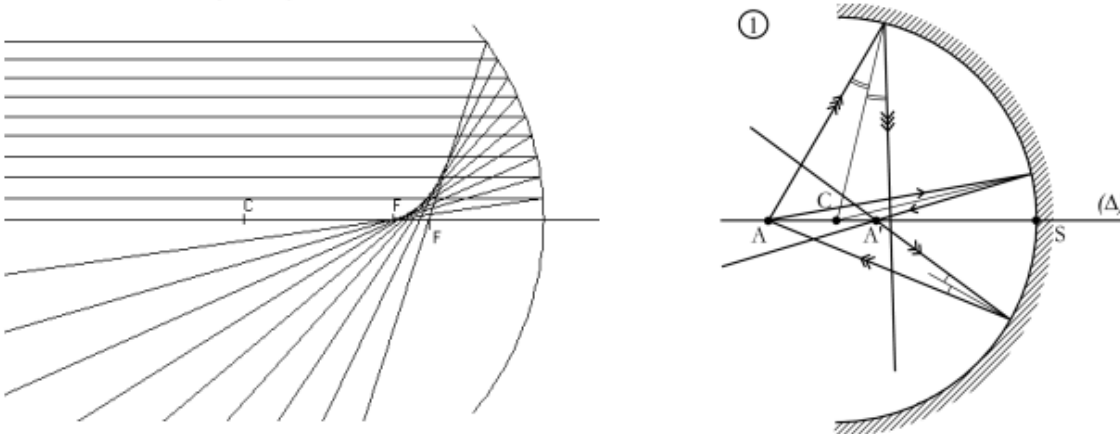
• **Conséquence :** Puisque seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique pour tous les couples de points (A, A') de l'espace, il est nécessaire d'« élargir » la définition du *stigmatisme* d'un système optique pour rendre la notion d'*image* à travers ce système plus « souple ».

II.2 Stigmatisme approché

◇ **Définition :** Un système optique (S) présente un **stigmatisme approché** pour un couple de points A et A' si tout rayon incident passant par A émerge, après avoir traversé (S) , en passant **au voisinage** de A' .

Conséquence : Dans ce cas, l'image de A est une « petite tache » centrée sur A' et on dit que A et A' sont **conjugués** au sens du **stigmatisme approché**.

• Cas du miroir sphérique :



■ **Propriété des systèmes centrés :** En pratique, il y a **stigmatisme approché** pour tous les rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique de tout système centré.

IV Système centrés dans l'approximation de Gauss

IV.1 Définition

◇ **Définition** : On dit qu'on est dans l'Approximation de **Gauss** (ou dans les Conditions de GAUSS) lorsqu'on utilise un système optique centré en se limitant aux rayons lumineux **paraxiaux**, i.e. aux rayons :

- (1) peu inclinés par rapport à l'Axe Optique
- et (2) proches de cet axe.

Propriété des systèmes éclairés dans l'approximation de Gauss :

Dans les conditions de GAUSS, les systèmes centrés sont stigmatiques et aplanétiques (au sens rigoureux ou approché).

IV.2 relation de conjugaison

◇ **Définition** : Pour un système optique centré aplanétique et stigmatique (au sens rigoureux ou approché), la **relation de conjugaison** est une relation algébrique qui relie la position de l'image à celle de l'objet par rapport à l'axe optique.

Si (\mathcal{P}) et (\mathcal{P}') notent les plans orthogonaux à l'axe optique contenant respectivement l'objet et l'image, on dit que la relation de conjugaison lie la position des deux plans conjugués par le système optique.

IV.3 Grandissement transversal

◇ **Définition** : On appelle **grandissement transversal**, noté G_t (parfois γ), la grandeur algébrique et sans dimension :

$$G_t \equiv \frac{\overline{A'B'}}{AB}$$

Rq1 : G_t dépend de la position des plans conjugués.

Rq2 : Sur le schéma précédent : $G_t < 0$. On dit alors que l'image est « renversée » (p/r à l'objet). Lorsque $G_t > 0$ on dit que l'image est « droite ».

IV.4 Grandissement angulaire ou Grossissement

◇ **Définition** : On appelle **grossissement**, noté G , la grandeur algébrique et sans dimension :

$$G \equiv \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Rq1 : Bien que G soit en toute rigueur algébrique, les énoncés qui parlent de « grossissement » sous-entendent souvent sa valeur absolue $|G|$.

Rq2 : G dépend de la position des plans conjugués.

III.2.2- Stigmatisme

a. Recherche du stigmatisme rigoureux

Les rayons issus du point objet A_1 situé dans le milieu (1) d'indice n_1 se réfractent en passant dans le milieu (2) d'indice n_2 . On cherche, en effectuant un raisonnement purement géométrique, **s'il existe des points particuliers qui réalisent le stigmatisme rigoureux** : c'est-à-dire pour lesquels tous les rayons issus du point objet passent par un même point après réfraction.

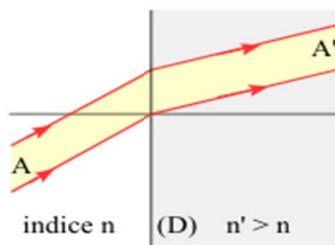
A_1 est à l'infini

Tous les rayons incidents sont parallèles entre eux et forment un faisceau cylindrique. D'après la 3ème loi de DESCARTES : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ tous les rayons émergents sont eux aussi parallèles et donc, pour un observateur, ils paraissent provenir d'un point A_2 unique qui est également à l'infini.

A_1 est sur la surface.

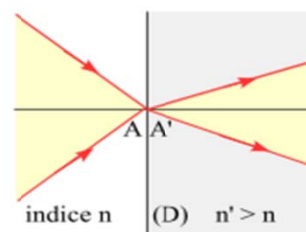
Dans ce cas le stigmatisme rigoureux est évident. Mais ceci ne présente aucun intérêt pratique.

le point A est à l'infini



Tous les rayons incidents provenant d'un point A à l'infini sont parallèles et donnent des rayons réfléchis également parallèles entre eux.
L'image A' est donc aussi à l'infini mais dans une direction en général différente.

le point A est sur la surface du dioptre



Si $SA = 0$, $SA' = 0$: tout point de la surface réfractante est à lui-même son image.
Un faisceau conique convergent de sommet A donne un faisceau divergent de même sommet mais d'ouverture différente.

A_1 est à distance finie

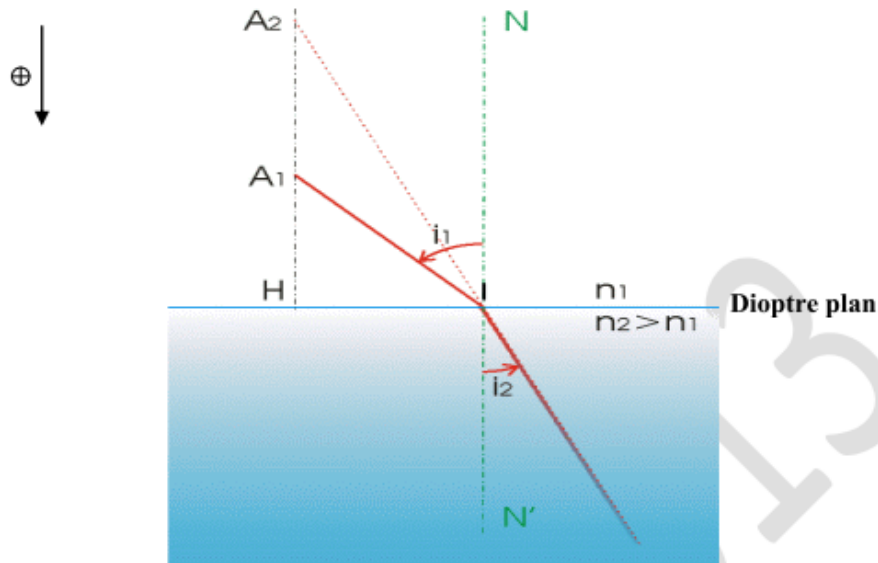


Figure III.1 : A_2 image de A_1 à travers le dioptré plan

Le système est de révolution autour de la normale A_1H . Le rayon A_1H traverse la surface sans déviation. *Si une image de A_1 existe, elle est donc nécessairement sur A_1H .*

On se place dans le plan d'incidence correspondant à un rayon incident quelconque. Le rayon réfracté coupe A_1H en A_2 . On a :

$$\overline{HI} = \overline{HA_1} \tan i_1 = \overline{HA_2} \tan i_2 \implies \overline{HA_2} = \overline{HA_1} \frac{\tan i_1}{\tan i_2}$$

Pour les différents rayons issus de A_1 , i_1 varie et $\frac{\tan i_1}{\tan i_2}$ n'est pas constant puisque $\frac{\sin i_1}{\sin i_2}$ l'est. Les rayons réfractés ne se rencontrent donc pas tous en un même point.

On aurait pu écrire :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \text{ Soit } n_1 \frac{IH}{IA_1} = n_2 \frac{IH}{IA_2} \text{ Donc } \frac{n_1}{IA_1} = \frac{n_2}{IA_2}$$

A_2 est l'image de A_1 ; il n'est pas fixe, il dépend de I .

Il n'y a pas stigmatisme rigoureux pour les points à distance finie.

Le seul cas intéressant de stigmatisme rigoureux pour le dioptré plan est celui des points à l'infini.

b. Stigmatisme approché : formule de conjugaison

Les rayons issus de A_1 sont paraxiaux (approximation de GAUSS) : i_1 faible, il en est de même pour i_2 et I proche de H

On peut écrire :

$$\tan i_1 \approx \sin i_1 \quad \text{et} \quad \tan i_2 \approx \sin i_2$$

On obtient alors avec une bonne approximation :

$$\overline{HA_2} = \overline{HA_1} \frac{\tan i_1}{\tan i_2} \approx \overline{HA_1} \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \overline{HA_1} \frac{n_2}{n_1}$$

Cette relation peut être mise sous la forme symétrique :

$$\boxed{\frac{\overline{HA_1}}{n_1} = \frac{\overline{HA_2}}{n_2}} \quad (\text{III.2})$$

Formule de conjugaison du dioptre plan

Les relations établies montrent que $\overline{HA_1}$ et $\overline{HA_2}$ sont de même signe et donc que A_1 et A_2 sont dans le même milieu et, par conséquent, de natures opposées.

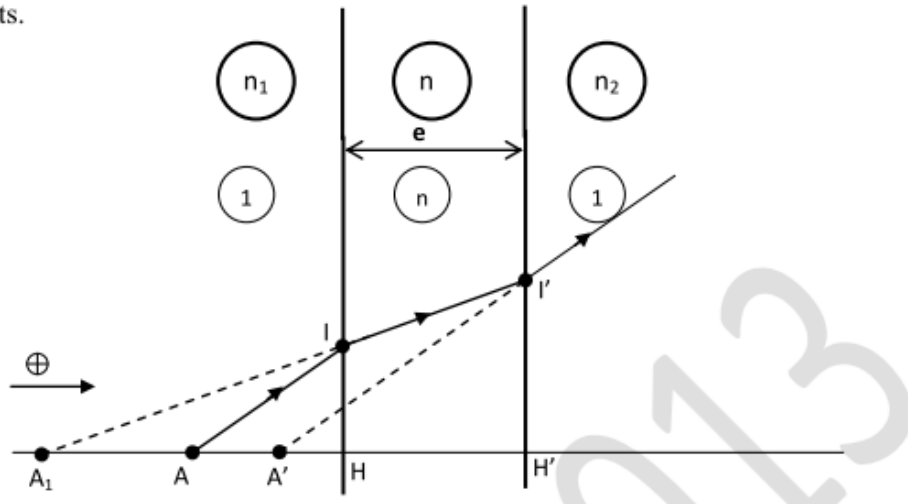
L'image A_2 se déduit de A_1 par une translation apparente, le long de la normale, d'amplitude :

$$\boxed{\overline{A_1 A_2} = \overline{A_1 H} + \overline{HA_2} = \overline{A_1 H} + \overline{HA_1} \frac{n_2}{n_1} = \overline{A_1 H} \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right)} \quad (\text{III.3})$$

Le dioptre plan réalise également l'aplanétisme.

c. lame à faces parallèles : Relation de conjugaison et dioptre équivalent

Une lame à faces parallèles est constituée par un milieu transparent, homogène et isotrope limité par deux faces planes et parallèles baignant dans un même milieu ou dans des milieux différents.



Le dioptre d'entrée donne d'un point objet réel A une image virtuelle A_1 qui joue le rôle d'objet réel pour le dioptre de sortie ; l'image définitive A' est donc virtuelle.

L'objet A et son image A' à travers la lame sont toujours de natures opposées.

Relations de conjugaison des deux (2) dioptres :

$$\frac{\overline{HA}}{1} = \frac{\overline{HA_1}}{n} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{H'A_1}}{n} = \frac{\overline{H'A'}}{1}$$

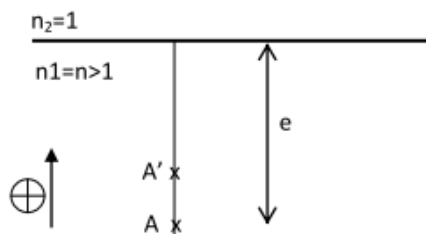
Donc on a :

$$\begin{aligned} \overline{AA'} &= \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'A'} \\ &= \frac{\overline{A_1H}}{n} + e + \frac{\overline{H'A_1}}{n} \\ &= e + \frac{1}{n}(\overline{H'H}) \end{aligned}$$

Enfinement : $\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$ (III.4)

Formule de la conjugaison de la lame à faces parallèles

Remarque : la lame à faces parallèles est donc équivalente à un dioptre plan unique placé à la distance e de l'objet.



$$\overline{AA'} = \overline{AH} \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right) = e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

LE PRISME

Dans ce chapitre nous appliquons les lois de la réfraction à un système optique particulier : le prisme.

1 Formules du prisme

1.1 Définitions

On appelle **prisme**, en optique, un milieu transparent limité par deux faces planes non parallèles.

Ces deux faces, appelées faces utiles du prisme, forment un dièdre d'angle A ; A est l'**angle du prisme**; l'arête du dièdre est l'**arête du prisme**. La **base du prisme** est la face opposée à l'arête. Un plan de coupe perpendiculaire à l'arête du prisme est appelé plan de section principale (fig. 2.1). Par la suite, nous limiterons notre étude aux rayons situés dans un plan de section principale.

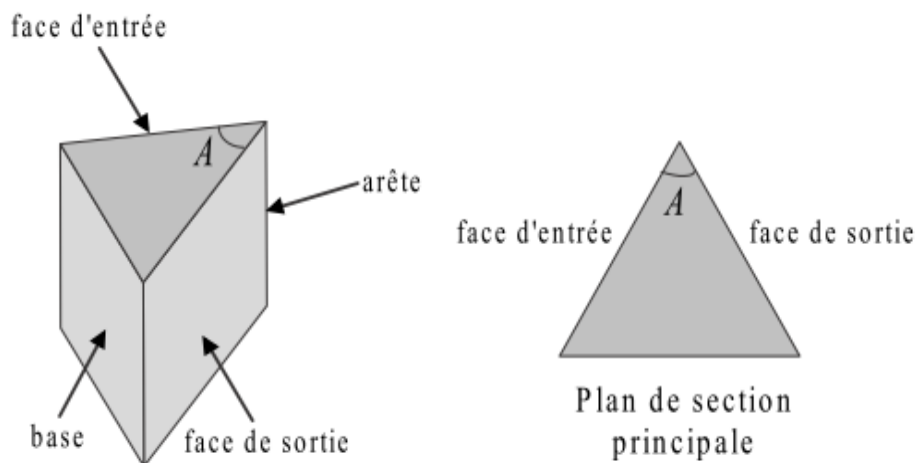


FIG. 2.1 – Prisme et plan de section principale.

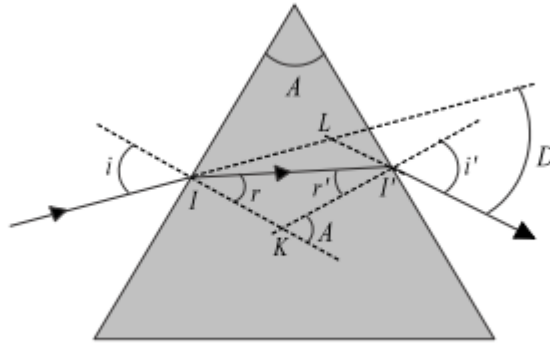


FIG. 2.2 – Cheminement d'un rayon lumineux à travers un prisme.

1.2 Déviation de la lumière par un prisme

1.2.a Marche d'un rayon lumineux. Formules du prisme

La figure 2.2 représente le cheminement d'un rayon lumineux monochromatique incident dans un plan de section principale pour un prisme **plongé dans l'air**. D'après la première loi de Snell-Descartes le rayon lumineux transmis par le prisme appartient aussi à ce plan.

Si n est l'indice du prisme, les lois de Snell-Descartes en I et I' imposent les deux relations suivantes :

$$\sin i = n \sin r, \quad (1)$$

$$\sin i' = n \sin r'. \quad (2)$$

D'autre part, dans le triangle IKI' , nous voyons que

$$\pi - A + r + r' = \pi,$$

soit :

$$A = r + r'. \quad (3)$$

Tandis que dans le triangle ILL' nous avons

$$\pi - D + (i - r) + (i' - r') = \pi,$$

où D est la déviation du prisme, définie comme étant l'angle entre le rayon incident et le rayon transmis. Nous avons donc :

$$D = i + i' - A. \quad (4)$$

Les relations (1),(2),(3) et (4) constituent les formules du prisme.

Remarques :

- La déviation D est une fonction des trois variables i , n et A .
- Il n'est pas nécessaire d'orienter les angles i , i' , r et r' qu'il suffit de poser positifs.
- D est positif. En effet, $i > r$ et $i' > r'$. Donc $i + i' > r + r' = A$. La déviation se fait donc toujours vers la base du prisme pour un rayon incident situé côté base par rapport à la normale.

1.2.b Conditions d'émergence

L'indice n du verre composant le prisme étant supérieur à 1 dans le domaine visible, l'angle de réfraction r est toujours défini. Le rayon pénètre dans le prisme quel que soit son angle d'incidence.

Pour qu'un rayon émerge du prisme en I' , il faut que (cf. chapitre 1)

$$r' \leq i_r, \quad (5)$$

où i_r est l'angle de réflexion totale défini par $i_r = \arcsin(1/n)$. D'autre part, nous savons que

$$r \leq i_{lim} = \arcsin(1/n) = i_r.$$

De la relation (3) on en déduit que :

$$A \leq 2i_r.$$

Donc, pour qu'un rayon émerge du prisme, il faut que $A \leq 2i_r$. Dans le cas contraire, il y a réflexion totale sur la face de sortie du prisme.

En outre, d'après les relations (3) et (5),

$$A - i_r \leq r \leq i_r. \quad (6)$$

En prenant le sinus de cette inégalité et en multipliant par n , on en déduit qu'il n'y aura émergence que si

$$i_0 \leq i \leq \pi/2,$$

avec i_0 défini par $\sin i_0 = n \sin(A - i_r)$.

Pour résumer, lorsque $A \leq 2i_r$, le rayon incident émerge du prisme si $i_0 \leq i \leq \pi/2$ avec $i_0 = \arcsin[n \sin(A - i_r)]$.

En travaux pratiques, on utilise des prismes dont l'angle vaut typiquement 60° , ce qui correspond pour $n = 1,5$ à $i_0 = 28^\circ$. En pratique on doit donc éclairer le prisme de façon suffisamment oblique pour espérer voir la lumière ressortir par la face attendue.

2 Étude de la déviation

2.1 Variation de D en fonction de n

A et i étant constants, la relation (1) montre que si n croît, r diminue. Or $A = r + r'$, donc r' et i' , d'après l'équation (2), augmentent. La relation (4) montre alors que **la déviation croît avec l'indice du prisme.**

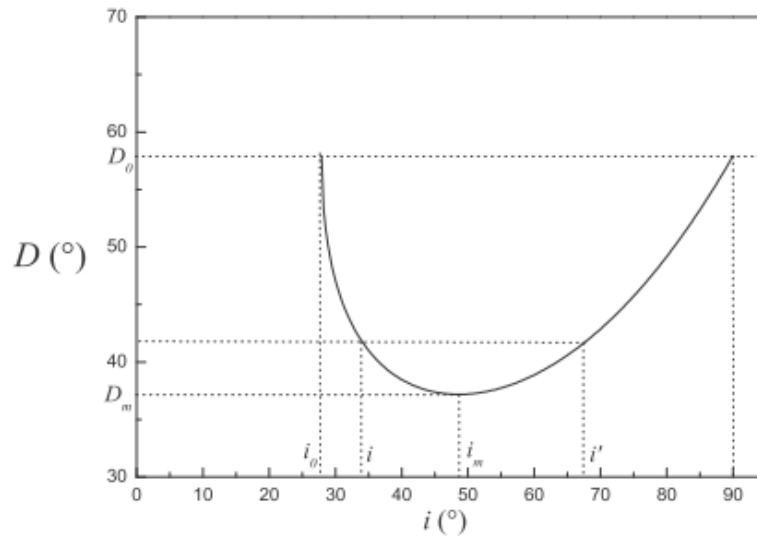


FIG. 2.3 – Courbe de variation de la déviation avec l'angle d'incidence. $A = 60^\circ$, $n = 1,5$.

2.2 Variation de D en fonction de i : minimum de déviation

Si l'on trace l'évolution de D en fonction de l'angle d'incidence i , on obtient la courbe représentée sur la figure 2.3. On constate que lorsque i varie de i_0 à $\pi/2$, D décroît, passe par un minimum D_m puis augmente. Ce minimum se produit quand $i = i' = i_m = (D_m + A)/2$.

Au minimum de déviation, nous avons donc $i = i' = i_m$ et $r = r' = r_m$; dans ces conditions, les formules du prisme deviennent

$$\begin{aligned} \sin i_m &= n \times \sin r_m, \\ 2r_m &= A, \\ D_m &= 2i_m - A. \end{aligned}$$

Le trajet de la lumière est alors symétrique par rapport au plan bissecteur du prisme comme le montre la figure 2.4.

En remplaçant i_m et r_m par leurs valeurs dans la relation de Snell-Descartes, il vient :

$$n = \frac{\sin[(A + D_m)/2]}{\sin(A/2)}. \quad (7)$$

Par conséquent, de la mesure de A et de D_m , on peut déduire de façon assez précise l'indice du prisme.

Remarques :

- On voit qu'à une même déviation correspond deux incidences possibles (principe du retour inverse de la lumière).

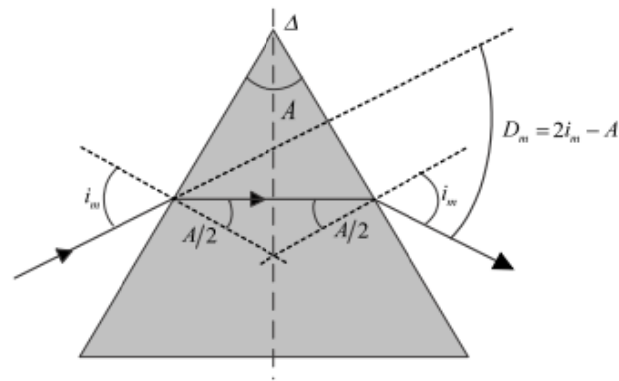


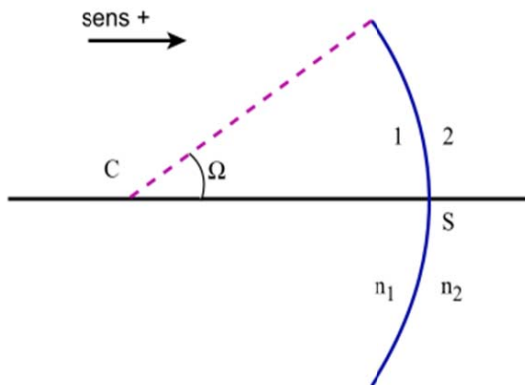
FIG. 2.4 – Cheminement d'un rayon lumineux à travers un prisme au minimum de déviation : la figure est symétrique par rapport à Δ , plan bissecteur du prisme.

- L'aspect relativement "plat" de la courbe $D(i)$ autour de D_m explique, pour une source polychromatique, l'accumulation de lumière dans cette direction, effet qui est à l'origine de la formation de l'arc-en-ciel (cf. TP).

Le dioptre sphérique:

12 Définitions.

1. Un *dioptré sphérique* est constitué par deux milieux transparents homogènes et isotropes d'indices n_1 et n_2 différents, séparés par une surface sphérique de *rayon de courbure* $|R| > 0$.
2. Nous nous limiterons ici aux surfaces sphériques qui sont des *calottes sphériques* de centre C et de sommet S , l'*axe principal* du dioptre passant par les points C et S .



I – Définitions

- Description du dioptré sphérique
- Convention de signe
- Dioptrés sphériques convexes et dioptrés sphériques concaves

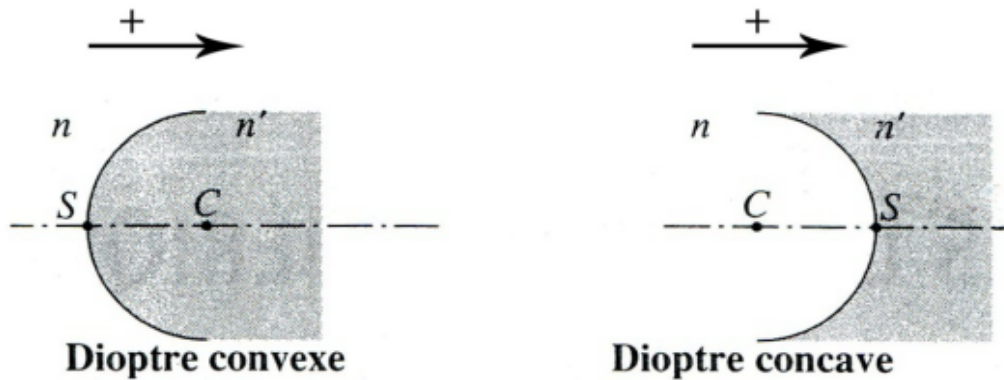
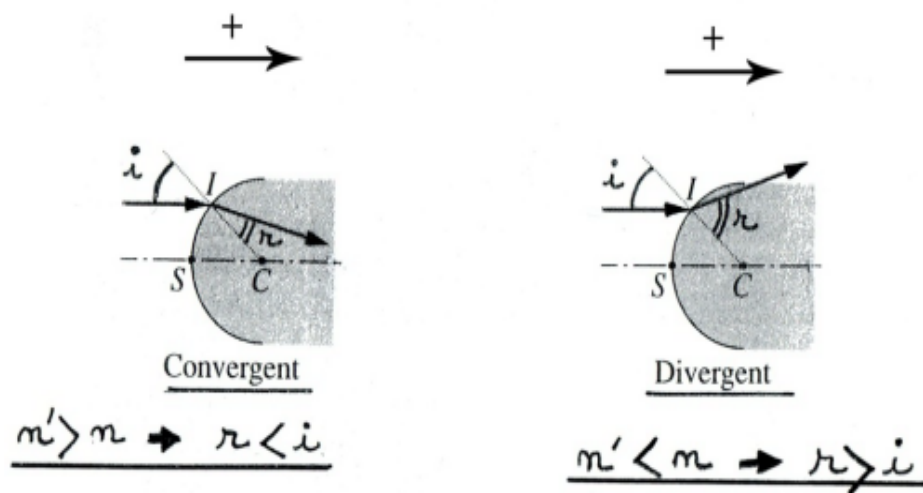
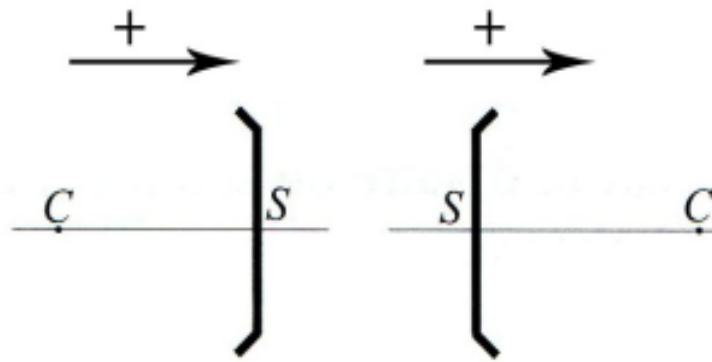


Figure 5-1 : Les deux configurations géométriques d'un dioptré sphérique

DIOPTRÉS CONVEXES

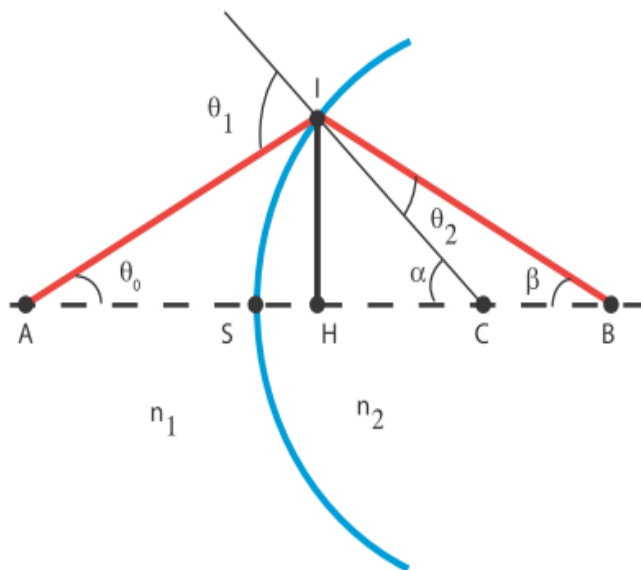




(a) dioptre sphérique concave (b) dioptre sphérique convexe

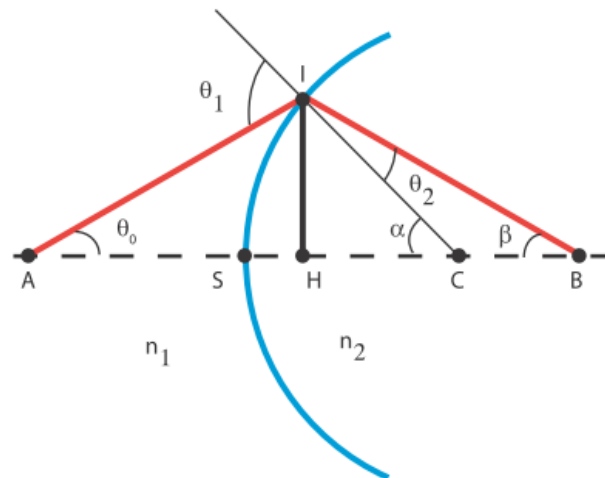
Figure 5-3 : Représentation des dioptres sphériques dans l'approximation de Gauss

Géométrie du dioptre sphérique



Deuxième loi de Snell-Descartes ?

Géométrie du dioptre sphérique



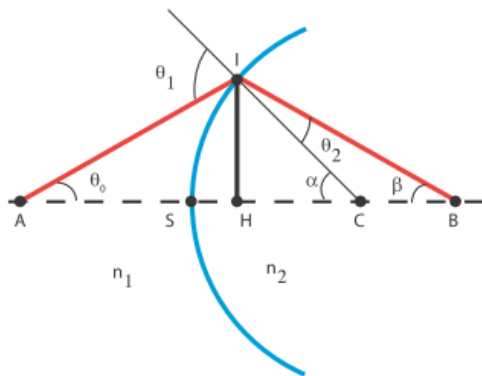
- triangle AIC : $\theta_0 + \alpha + \pi - \theta_1 = \pi$, soit $\theta_1 = \theta_0 + \alpha$,
- triangle IBC : $\theta_2 + \beta + \pi - \alpha = \pi$, soit $\theta_2 = \alpha - \beta$
- Snell-Descartes $\theta_2 = \text{Arcsin}\left(\frac{n_1 \sin \theta_1}{n_2}\right)$

Approximation de Gauss

- Les points objets et les points images doivent être situés près de l'axe optique.
- Les rayons lumineux doivent être peu inclinés par rapport à l'axe optique $\Rightarrow \sin(\theta) \approx \theta$, $\cos(\theta) \approx 1$, $\tan(\theta) \approx \theta$
-

Limitée à l'approximation de Gauss, l'optique géométrique porte le nom d'optique paraxiale.

Le dioptré sphérique dans l'approximation de Gauss



$$\sin \theta_1 \approx \theta_1 \text{ et } \sin \theta_2 \approx \theta_2$$

$$\theta_0 \approx \tan \theta_0 = \frac{IH}{AH} \approx \frac{IS}{AS}$$

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{IH}{HC} \approx \frac{IS}{SC}$$

$$\beta \approx \tan \beta = \frac{IH}{HB} \approx \frac{IS}{SB}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\theta_1 = \theta_0 + \alpha \text{ et } \theta_2 = \alpha - \beta$$

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2 \text{ Kepler}$$

$$n_1(\theta_0 + \alpha) = n_2(\alpha - \beta)$$

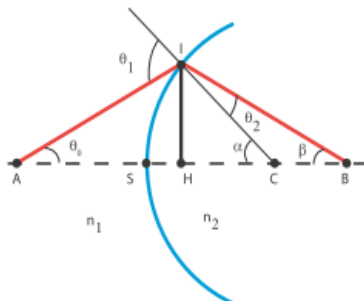
$$n_1 \theta_0 + n_2 \beta = (n_2 - n_1) \alpha$$

$$n_1 \frac{IS}{AS} + n_2 \frac{IS}{SB} = (n_2 - n_1) \frac{IS}{SC}$$

$$\frac{n_1}{AS} + \frac{n_2}{SB} = \frac{(n_2 - n_1)}{SC}$$



Le dioptré sphérique dans l'approximation de Gauss



$$\frac{n_1}{AS} + \frac{n_2}{SB} = \frac{(n_2 - n_1)}{SC}$$

Terme de droite correspond à la construction du dioptré :

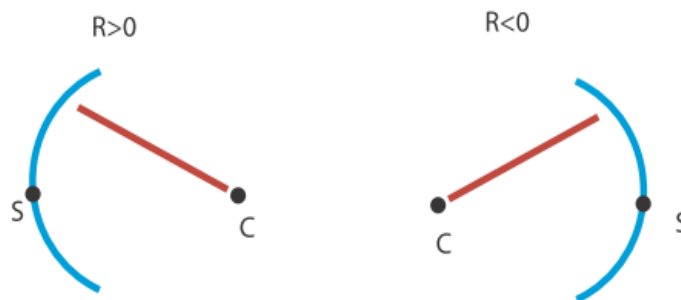
→ $SC = R$ est le rayon de courbure du dioptré.

En écriture algébrique, on prend S comme origine, et on oriente dans la direction de la lumière :

$$-\frac{n_1}{SA} + \frac{n_2}{SB} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$$

→ Formule de conjugaison du dioptré ($R = \overline{SC}$).

Le dioptre sphérique dans l'approximation de Gauss



R peut être > 0 ou < 0 .

La vergence du dioptre $V = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$ s'exprime en $m^{-1} = \delta$ (dioptrie)

Si $V < 0 \rightarrow$ dioptre divergent.

Si $V > 0 \rightarrow$ dioptre convergent.

Foyer image

Si A est à l'infini, les rayons parallèles vont converger en un point foyer image B.

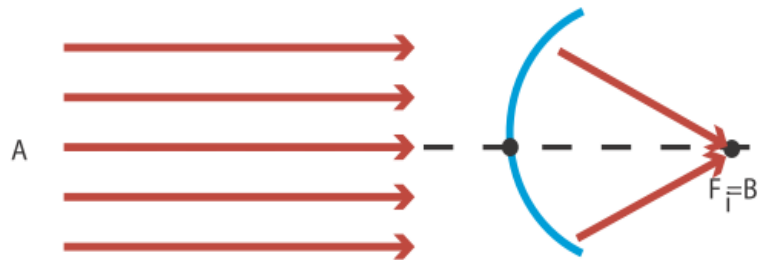


Position du foyer image ?

$$-\frac{n_1}{SA} + \frac{n_2}{SB} = \frac{(n_2 - n_1)}{SC} = V$$

Foyer image

Si A est à l'infini, les rayons parallèles vont converger en un point foyer image B.



$$-\frac{n_1}{SA} + \frac{n_2}{SB} = \frac{(n_2 - n_1)}{SC} = V$$

$$\overline{SA} = -\infty$$

$$\frac{n_2}{\overline{SF}_i} = V \rightarrow \overline{SF}_i = \frac{n_2}{V}$$

◀ ▶ ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍

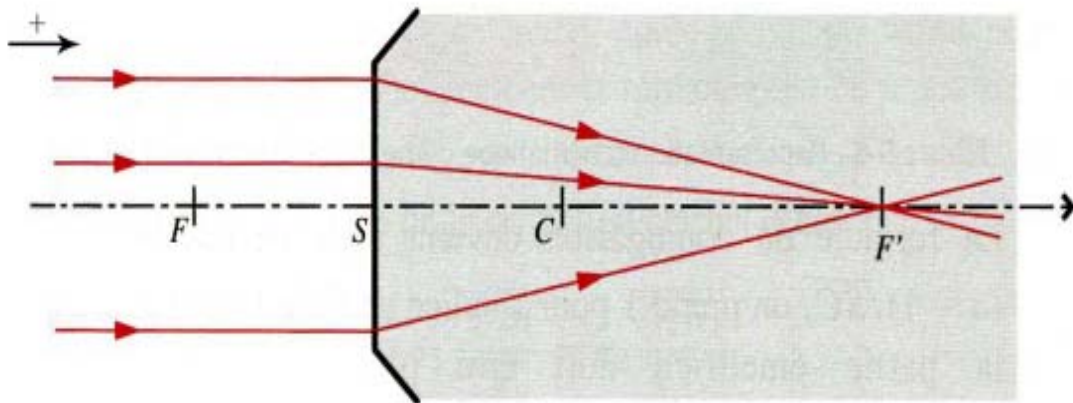
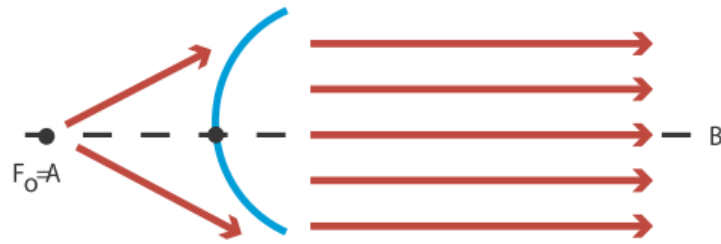


Figure 5-5 : Si l'objet A est à une distance infinie, alors l'image A' est en F'

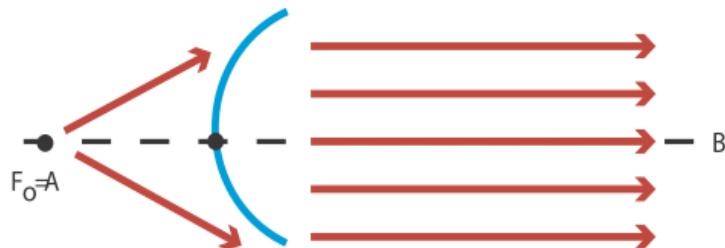
Foyer objet



Les points issus du foyer objet donnent une image à l'infini.
Position du foyer objet ?

Foyer objet

Les points issus du foyer objet donnent une image à l'infini.



$$-\frac{n_1}{SA} + \frac{n_2}{SB} = \frac{(n_2 - n_1)}{SC} = V$$

$$\overline{SB} = \infty$$

$$-\frac{n_1}{SF_0} = V \rightarrow \overline{SF_0} = -\frac{n_1}{V}$$

Foyers et distances focales

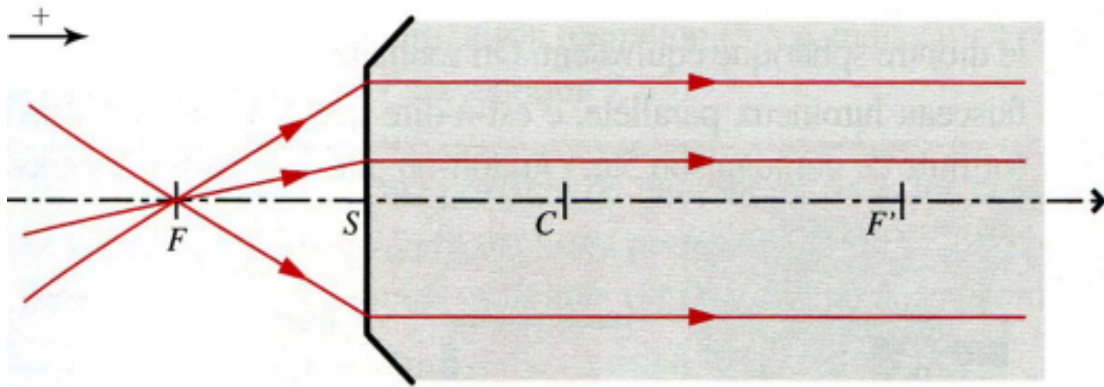
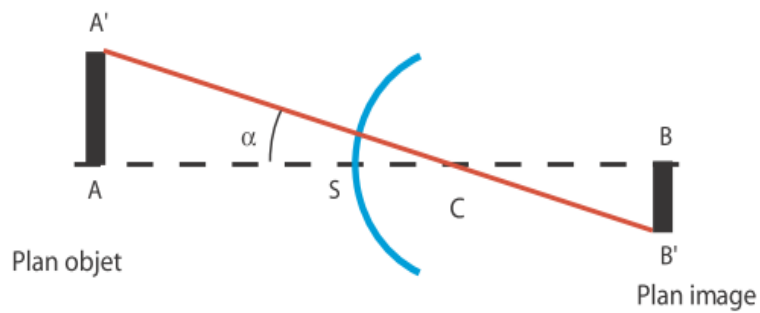


Figure 5-4 : Si l'image A' est rejetée à l'infini, alors l'objet A est en F

Grandissement



Le rayon qui passe par le centre du dioptre n'est pas dévié.

$$\tan \alpha = \frac{AA'}{CA} = \frac{BB'}{CB}$$

Le grandissement est défini par

$$G = \frac{BB'}{AA'} = \frac{CB}{CA}$$

Grandissement

$$G = \frac{BB'}{AA'} = \frac{CB}{CA}$$

$$\text{Or } -\frac{n_1}{SA} + \frac{n_2}{SB} = \frac{(n_2 - n_1)}{SC}$$

$$n_1 \left(\frac{1}{SC} - \frac{1}{SA} \right) = n_2 \left(\frac{1}{SC} - \frac{1}{SB} \right)$$

$$n_1 \frac{\overline{SA} - \overline{SC}}{\overline{SCSA}} = n_2 \frac{\overline{SB} - \overline{SC}}{\overline{SCSB}}$$

$$n_1 \frac{\overline{CA}}{\overline{SA}} = n_2 \frac{\overline{CB}}{\overline{SB}}$$

$$G = \frac{CB}{CA} = \frac{n_1 \overline{SB}}{n_2 \overline{SA}}$$

Grandissement

$$G = \frac{CB}{CA} = \frac{n_1 \overline{SB}}{n_2 \overline{SA}}$$

Dans le cas du dioptré plan, $R = \overline{SC} = \infty$, $V = 0$ soit

$$-\frac{n_1}{SA} + \frac{n_2}{SB} = 0$$

Soit

$$G = \frac{n_1 \overline{SB}}{n_2 \overline{SA}} = 1$$

VI – Construction des images

VI-1 : Méthode générale

Dans le cas d'un dioptre sphérique, trois rayons particuliers issus d'un point B situé hors de l'axe permettent une construction aisée : le rayon parallèle à l'axe principal, le rayon passant par le foyer F et le rayon passant par le centre de courbure. En effet, les propriétés des points considérés nous disent que

- le rayon (1) parallèle à l'axe principal forme avec l'axe un couple de rayons issus d'un objet à très grande distance : ils se coupent donc au foyer F' ;
- le rayon (2) passant par le centre C arrive perpendiculairement à la surface du dioptre ($i = r = 0^\circ$) et ne subit aucune déviation : il va tout droit ;
- le rayon (3) passant par le foyer F forme avec l'axe principal un couple de rayons issus de F . L'image de F étant, par définition, à l'infini, les rayons sortants ne peuvent pas se couper et le rayon (3) va ressortir parallèle à l'axe principal.

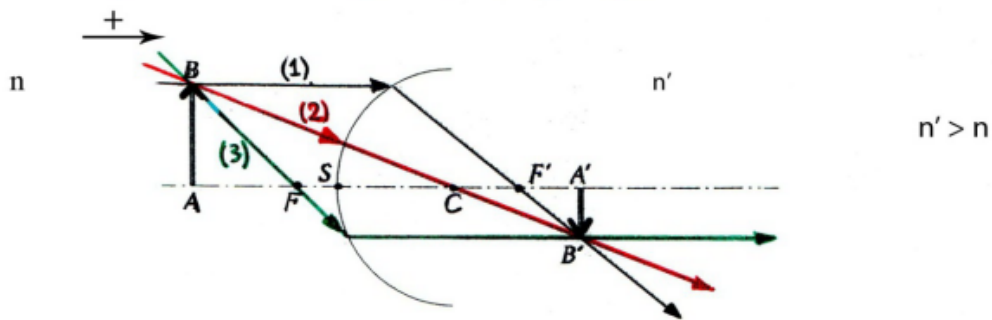


Figure 5-6 : Cheminement de trois rayons particuliers traversant un dioptre sphérique convergent

VI-2 : Autres exemples de construction

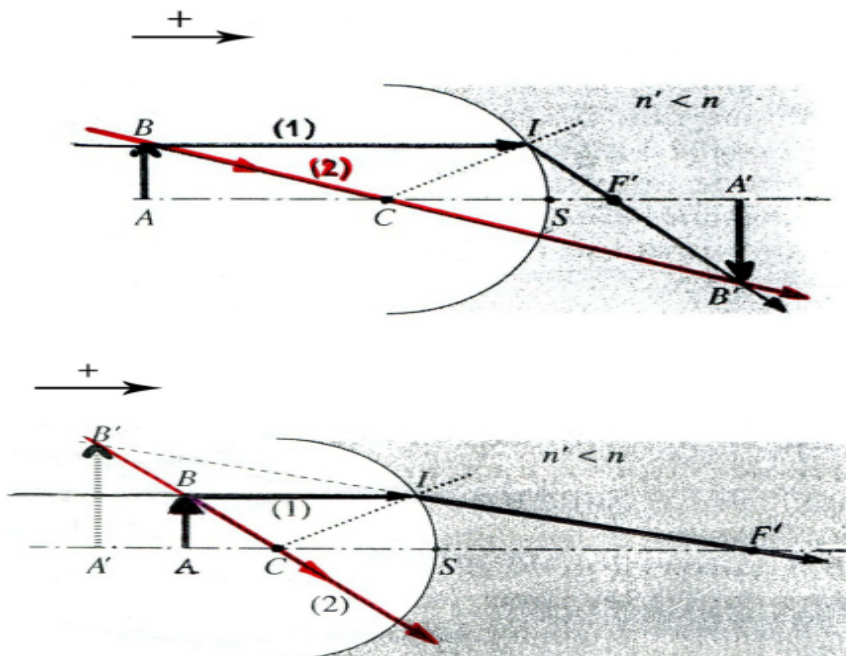


Figure 5-7 : Construction de l'image d'un objet réel à travers un dioptre sphérique convergent

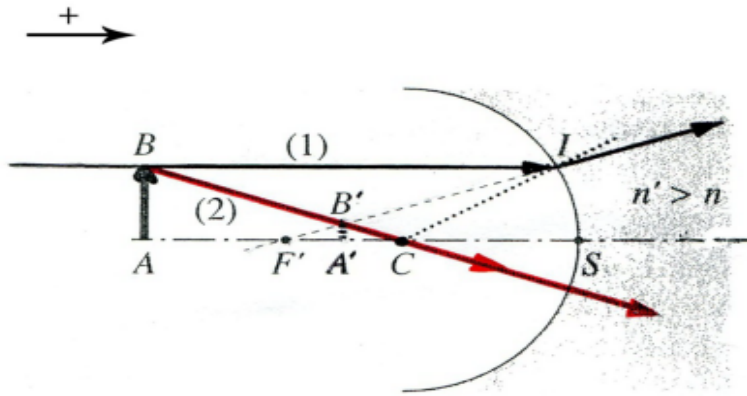


Figure 5-8 : Construction de l'image d'un objet réel à travers un dioptre sphérique divergent

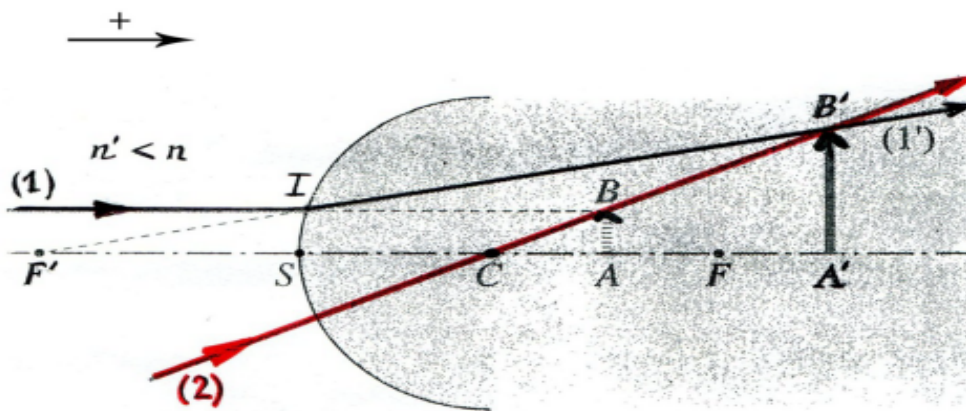


Figure 5-9 : Construction de l'image d'un objet virtuel à travers un dioptre sphérique divergent

Exercice n°1 : Position et taille d'une image

- 1) Calculer la vergence d'un dioptre convergent en air/verre ($n=1,5$) de rayon 2 cm.
- 2) Trouver la position de l'image d'un objet situé à 10 cm du dioptre et le grandissement.

Exercice n°1 : Position et taille d'une image

1) Calculer la vergence d'un dioptre convergent en air/verre ($n=1,5$) de rayon 2 cm.

$$V = \frac{(n_2 - n_1)}{SC} = \frac{1.5 - 1}{0.02} = 25\delta$$

2) Trouver la position de l'image d'un objet situé à 10 cm du dioptre et le grandissement.

$$\begin{aligned} +\frac{n_2}{SB} &= V + \frac{n_1}{SA} \\ +\frac{1.5}{SB} &= 25 - \frac{1}{0.1} = 15 \\ \overline{SB} &= \frac{1.5}{15} = 10\text{cm} \end{aligned}$$

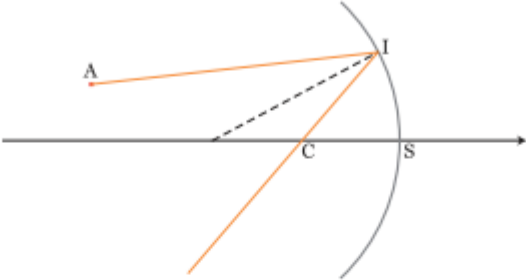
$$G = \frac{n_1 \overline{SB}}{n_2 \overline{SA}} = \frac{1}{1.5} \frac{10}{-10} = -0.66$$

(l'image est à l'envers)

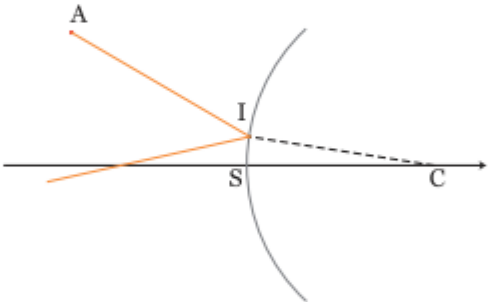
1 Miroirs sphériques

1.1 Miroir concave (convergent) ou convexe (divergent)

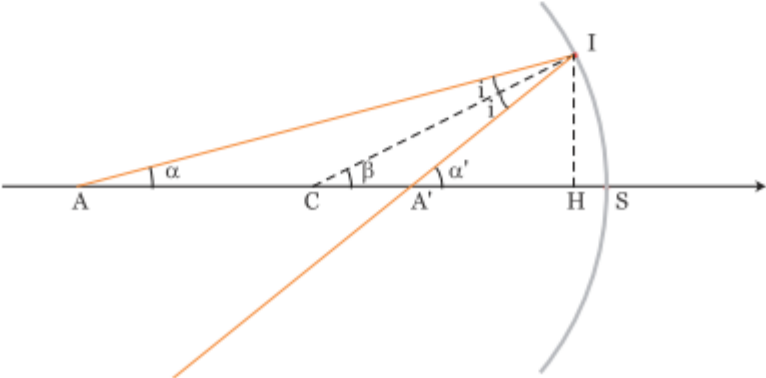
Miroir concave :



Miroir convexe :



1.2 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss



$$i = \beta - \alpha = \alpha' - \beta \Rightarrow \alpha + \alpha' = 2\beta$$

Dans les conditions de Gauss où les rayons sont proches de l'axe et peu incliné par rapport à l'axe :

$$\alpha \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA}} \quad \alpha' \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}} \quad \beta \simeq -\frac{\overline{HI}}{\overline{SC}}$$

d'où la **relation de conjugaison** (indépendante du rayon considéré)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

On parle de **stigmatisme approché**

$$A \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} A'$$

On dit que A' est le conjugué de A ou encore que A et A' sont conjugués.

1.3 Points particuliers - Distance focale - Vergence

Si $A = C$ alors $A' = C$

$$C \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} C$$

Si $A = A_\infty$ alors $A' = F'$

$$A_\infty \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} F'$$

F' **foyer image** tel que

$$\boxed{\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = f' = \frac{1}{V}}$$

f' **distance focale image** et V **vergence**

Si $A' = A'_\infty$ alors $A = F$

$$F \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} A'_\infty$$

F foyer objet tel que

$$\boxed{\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f}$$

f distance focale objet

Un rayon parallèle à l'axe optique (issu d'un point à l' ∞ sur l'axe) est réfléchi en passant par F' .

Un rayon passant par F est réfléchi parallèlement à l'axe optique (« convergent » vers un point à l' ∞ sur l'axe).

1.4 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plan focal

Voir simulation.

Stigmatisme dans les conditions de Gauss :

$$A \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} A'$$

$$B \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} B'$$

Aplanétisme dans les conditions de Gauss : B' est dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par A' .

De même

$$A_\infty \xrightarrow{\text{miroir sphérique}} F'$$

$$B_\infty \xrightarrow{\text{miroir sphérique}}$$

le conjugué de B_∞ est dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par F' appelé **plan focal**.

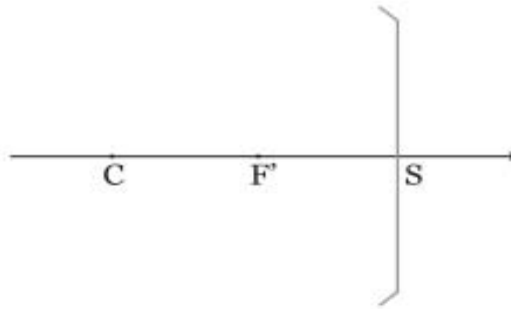
1.5 Modélisation du miroir sphérique et constructions géométriques

1.5.1 Modélisation

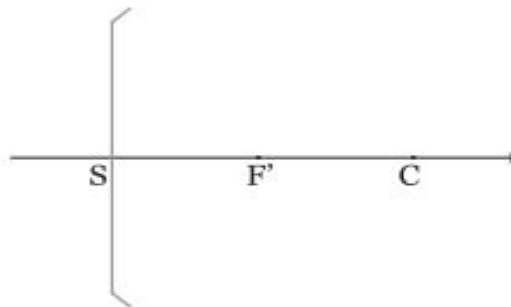
Cette modélisation concerne le miroir sphérique utilisé dans les conditions de Gauss.

On dilate les schémas perpendiculairement à l'axe optique.

Miroir concave :



Miroir convexe :



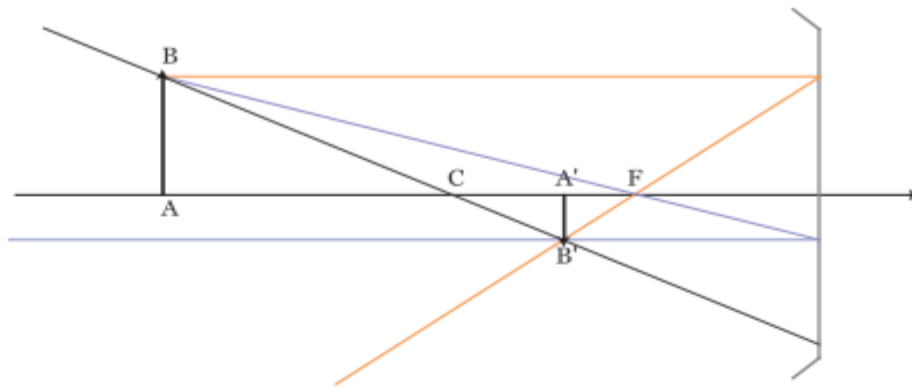
Attention, les lois de la réflexion ne sont plus vérifiées sur le schéma (sauf en S)!

1.5.2 Construction de l'image A' d'un point A sur l'axe

$$A \rightarrow B \xrightarrow{\text{stigmatisme}} B' \xrightarrow{\text{aplanetisme}} A'$$

L'image d'un point étant un point, deux rayons suffisent pour trouver B' à choisir parmi les 3 rayons remarquables suivants :

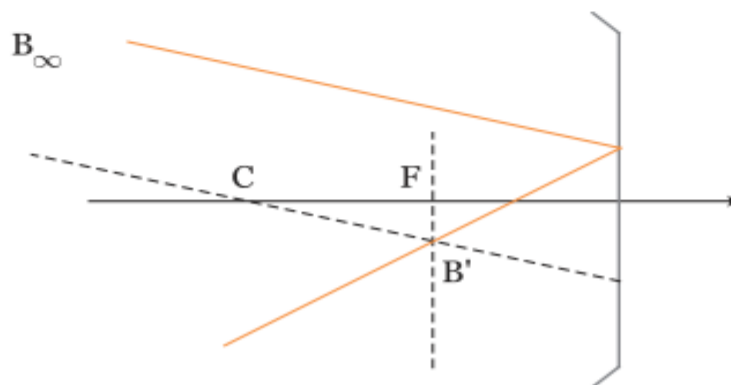
- Le rayon parallèle à l'axe (issu d'un point à l'infini sur l'axe) et passant par B est réfléchi en passant par F' ;
- Le rayon passant par B et par F est réfléchi parallèlement à l'axe ;
- Le rayon passant par B et par C est réfléchi en repassant par C .



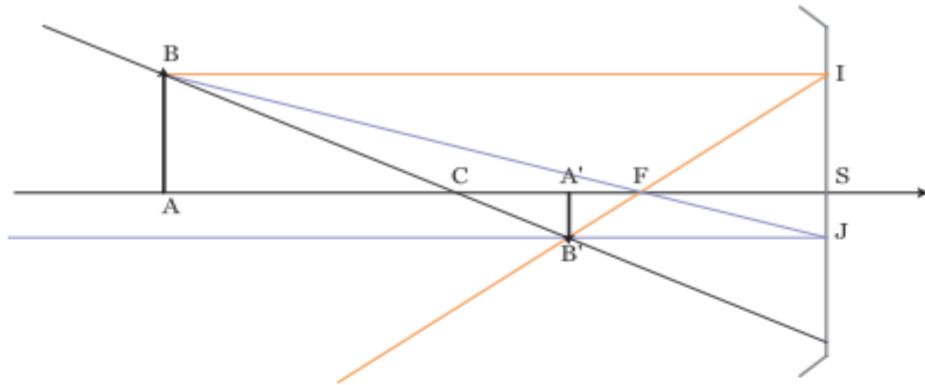
1.5.3 Construction d'un rayon réfléchi

$$B_{\infty} \rightarrow A_{\infty} \xrightarrow{\text{stigmatisme}} F' \xrightarrow{\text{aplanetisme}} B'$$

On fait comme si le rayon parvenait d'un point à l'infini en dehors de l'axe ; le rayon parallèle passant par C (provenant aussi de B_{∞}) coupe le plan focal en B' conjugué de B_{∞} ; Tous les rayons issus de B_{∞} convergent en B' après réflexion (stigmatisme), le rayon est donc réfléchi en passant par B'



1.6 Relations de conjugaison et grandissement



Dans les triangles ABS et A'B'S

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

Dans les triangles ABC et A'B'C

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{CA'}}$$

Dans les triangles ABF et SJF

$$-\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SF}}$$

Dans les triangles A'B'F et SIF

$$-\frac{\overline{A'B'}}{\overline{FA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{SF}}$$

On en déduit la relation de conjugaison avec origine au sommet ou encore **formule de Descartes** (déjà vu)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

avec origine au centre

$$\boxed{\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}}$$

avec origine aux foyers ou encore **formule de Newton**

$$\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{SF}^2 = f^2 = \frac{\overline{SC}^2}{4}}$$

Le **grandissement**

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} = -\frac{\overline{SF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{FA'}}{\overline{SF}}}$$

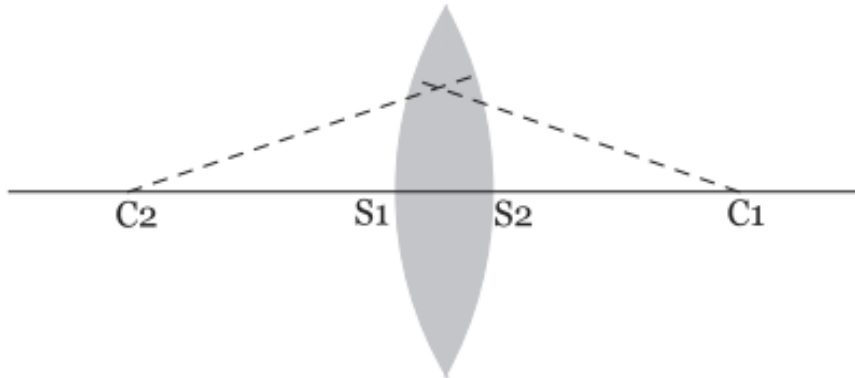
1.7 Le miroir plan (vu comme un limite du miroir sphérique)

$\overline{SC} \rightarrow \infty \Rightarrow V = 0$, le miroir plan est **afocal**

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = 0 \Rightarrow \overline{SA'} = -\overline{SA} \text{ et } \gamma = +1$$

2 Lentilles minces

2.1 Définition



La lentille mince est constituée de deux dioptrés sphériques qui vérifient :

$$e = S_1S_2 \ll C_1S_1$$

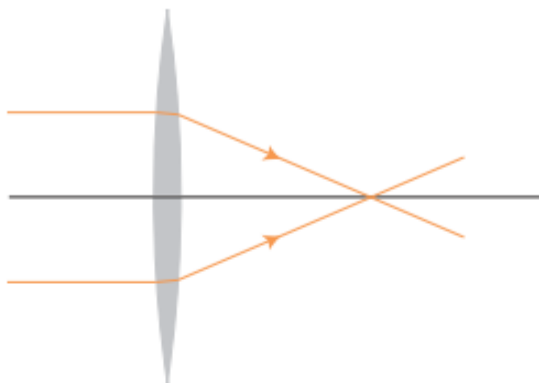
$$e \ll C_2S_2$$

$$e \ll C_1C_2$$

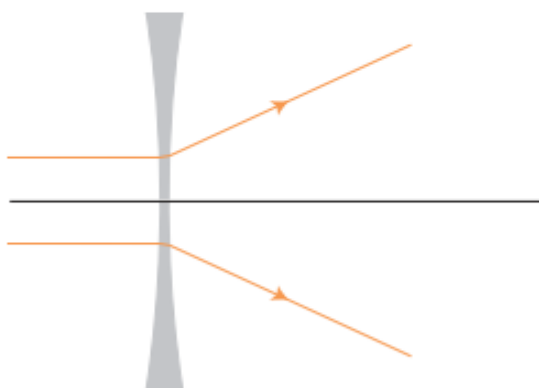
alors $S_1 \simeq S_2 \simeq O$ centre de la lentille.

2.2 Lentille mince convergente ou divergente

Lentille mince convergente :



Lentille mince divergente :



2.3 Stigmatisme approché dans les conditions de Gauss - Vergence

Voir simulation.

L'image d'un point est un point ?

Oui si les rayons sont proches de l'axe et peu inclinés par rapport à l'axe :

$$A \xrightarrow{\text{lentille mince}} A'$$

La **relation de conjugaison** donne alors la relation entre la position de A et de son conjugué A' :

$$\boxed{\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = V}$$

en fonction de la **vergence** $V > 0$ pour une lentille mince convergente et $V < 0$ pour une lentille mince divergente.

2.4 Points particulier - Distance focale

Les rayons passant par le **centre** O ne sont pas déviés (on considère qu'au voisinage de O , on a une lame à faces parallèles).

$$A_{\infty} \xrightarrow{\text{lentille mince}} F'$$

F' **foyer image** de la lentille tel que

$$\overline{OF'} = \frac{1}{V} = f'$$

distance focale image de la lentille.

$$F \xrightarrow{\text{lentille mince}} A'_{\infty}$$

F **foyer objet** de la lentille tel que

$$\overline{OF} = -\frac{1}{V} = f$$

distance focale objet de la lentille.

Les foyers objet et image sont donc symétriques par rapport à O .

2.5 Aplanétisme approché dans les conditions de Gauss - Plan focaux

Voir expérience ou simulation.

Si

$$A_{\infty} \xrightarrow{\text{lentille mince}} F'$$

alors

$$B_{\infty} \xrightarrow{\text{lentille mince}} B'$$

B' appartenant au plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F' , plan appelé **plan focal image**.

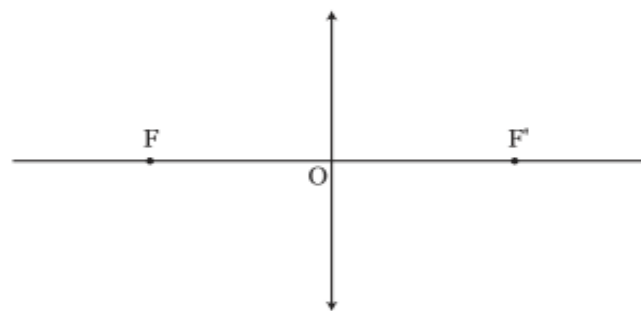
De même le conjugué de B'_{∞} appartient au plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F , plan appelé **plan focal objet**.

2.6 Modélisation de la lentille mince et constructions géométriques

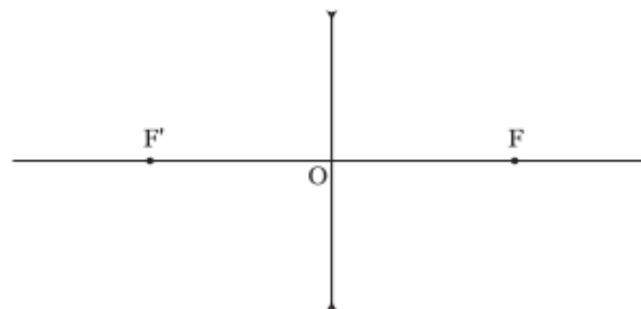
2.6.1 Modélisation

Cette modélisation concerne la lentille mince utilisée dans les conditions de Gauss. On dilate les schémas perpendiculairement à l'axe optique.

Lentille mince convergente :



Lentille mince divergente :



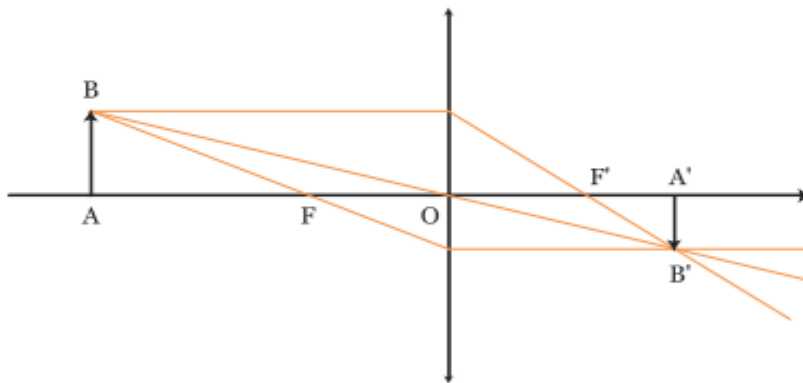
Attention, les lois de la réfraction ne sont plus vérifiées sur le schéma !

2.6.2 Construction de l'image A' d'un point A sur l'axe

$$A \rightarrow B \xrightarrow{\text{stigmatisme}} B' \xrightarrow{\text{aplanetisme}} A'$$

L'image d'un point étant un point, deux rayons suffisent pour trouver B' à choisir parmi les 3 rayons remarquables suivants :

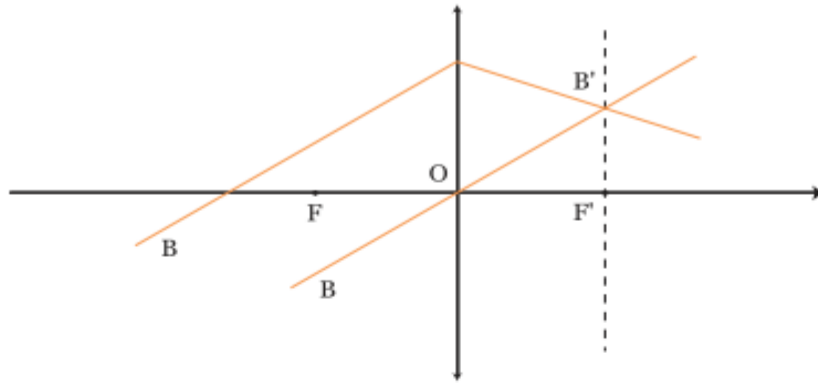
- Le rayon parallèle à l'axe (issu d'un point à l'infini sur l'axe) et passant par B est transmis en passant par F' ;
- Le rayon passant par B et par F est transmis parallèlement à l'axe ;
- Le rayon passant par B et par O n'est pas dévié.



2.6.3 Construction d'un rayon transmis

$$B_{\infty} \rightarrow A_{\infty} \xrightarrow{\text{stigmatisme}} F' \xrightarrow{\text{aplanetisme}} B'$$

On fait comme si le rayon parvenait d'un point à l'infini en dehors de l'axe ; le rayon parallèle passant par O (provenant aussi de B_{∞}) coupe le plan focal en B' conjugué de B_{∞} ; Tous les rayons issus de B_{∞} convergent en B' après transmission (stigmatisme), le rayon est donc transmis en passant par B'



2.7 Relations de conjugaison et grandissement

Dans les triangles ABO et A'B'O

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OA'}}$$

Dans les triangles ABF et OJF

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OF}}$$

Dans les triangles A'B'F' et OIF'

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{F'A'}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$$

On en déduit la relation de conjugaison avec origine au centre ou encore **formule de Descartes** (déjà vu)

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

avec origine aux foyers ou encore **formule de Newton**

$$\boxed{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{OF} \cdot \overline{OF'} = -f'^2}$$

Le **grandissement**

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$

L'œil, la loupe et autres instruments à une lentille

Un peu d'histoire

Mesure du diamètre de la pupille de l'œil

Dans son « *Dialogue sur les deux grands systèmes du Monde* » Galilée rapporte une expérience réalisée vers 1632 :

« Je prends deux bandes de papier, l'une noire, l'autre blanche, la largeur de la noire étant la moitié de la blanche ; je fixe la blanche sur un mur et l'autre sur [...] un support, à quinze ou vingt coudées environ ; je m'éloigne ensuite de cette dernière d'une distance égale dans la même direction ; c'est évidemment à cette distance que doivent concourir les lignes droites qui partent de la largeur de la feuille blanche et qui touchent les bords de l'autre bande placée au milieu ; si donc, on met l'œil au point de concours, la bande noire du milieu doit cacher exactement la bande blanche à l'autre extrémité, à supposer toutefois que l'on ne regarde que d'un seul point ; si malgré tout, on trouve que le bord de la bande blanche est encore visible, il faudra en conclure nécessairement que les rayons visuels ne proviennent pas d'un seul point. Pour que la bande blanche soit cachée par la noire, il faudra rapprocher l'œil ; approchons-le donc jusqu'à ce que la bande du milieu cache la bande la plus éloignée et notons de combien il a fallu se rapprocher : la quantité de ce rapprochement mesure la distance entre l'œil et le véritable point de concours des rayons visuels, dans le cas de cette observation. De plus, nous connaissons ainsi le diamètre de la pupille ou plutôt du trou d'où proviennent les rayons visuels : ce diamètre est par rapport à la largeur de la carte noire comme la distance qui sépare le point d'intersection des lignes passant par les bords des deux bandes et l'endroit où est l'œil dès que la bande éloignée est cachée par la bande intermédiaire, comme cette distance, dis-je, est par rapport à la distance entre les deux bandes. »

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux instruments optiques « simples » formés d'une seule lentille.

1. L'ŒIL

1.1. Modélisation de l'œil

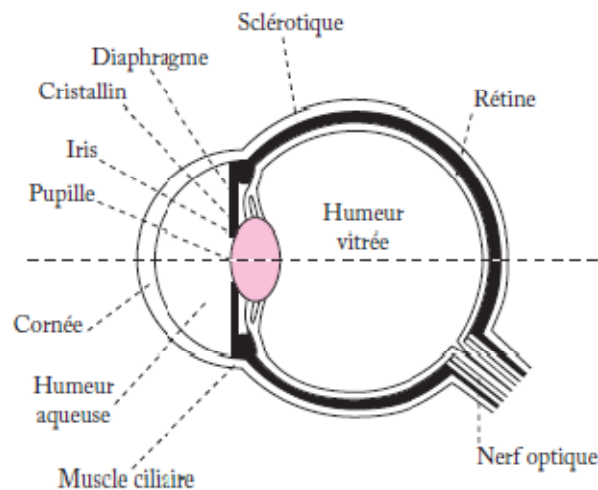
L'œil peut être modélisé par une lentille convergente ensemble cornée-cristallin de distance focale variable, de f'_{\min} à f'_{\max} (la distance focale varie par contraction des muscles ciliaires), et formant les images sur la rétine.

Au repos, la distance focale de l'œil est maximum : l'œil voit un objet placé au *punctum remotum*, défini comme le point le plus éloigné dont l'œil peut former une image nette sur la rétine.

En accommodation maximale, la distance focale de l'œil est minimum et l'œil voit un objet situé à son *punctum proximum*.

On définit l'amplitude d'accommodation A par :

$$A = V_{\max} - V_{\min} = \frac{1}{f'_{\min}} - \frac{1}{f'_{\max}}$$



1.2. Défauts de l'œil

Pour un œil **normal** ou **emmétrope**, le *punctum remotum* est à l'infini et le *punctum proximum* à $d_m = 25$ cm.

Un œil **amétrope** est dit **myope**, s'il est trop convergent et **hypermétrope** s'il est trop divergent. On corrige un œil amétrope en corrigeant la focale de l'œil par une autre lentille (lunettes ou verres de contact).

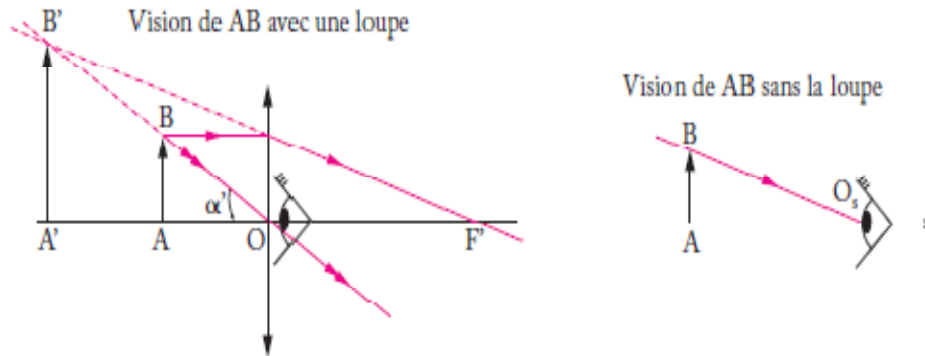
Il existe d'autres défauts de l'œil comme la **presbytie** due à la fatigue des muscles d'accommodation ou l'**astigmatisme** due au fait que l'œil n'est pas « convergent » de la même manière dans toutes les directions.

2. LA LOUPE

2.1. Définition

La loupe est une lentille convergente généralement biconvexe : on l'utilise pour obtenir d'un objet réel (timbre,...) une image virtuelle et agrandie. Cette image est obtenue en plaçant l'objet entre le foyer objet et le centre optique de la lentille.

2.2. Grandeurs caractéristiques



Le grossissement G est défini par le rapport :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Avec $\delta = OA'$ la distance de visée et $d_m = O_s A$ la distance minimum de vision distincte, le grossissement de la loupe, exprimé en fonction du grossissement γ , est :

$$G = \gamma d_m \delta$$

On définit la puissance P d'une loupe par :

$$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{G}{d_m}$$

Le microscope et la lunette

Un peu d'histoire

Histoire de la microscopie

Au XVI^e siècle, se développe l'idée de regarder les objets non plus directement mais à l'aide d'une loupe. De cette idée naît la microscopie, du grec *skopein* (examiner) et *mikros* (petit). La microscopie optique (on dit aussi photonique) va rapidement s'imposer en biologie comme la technique d'observation indispensable. Au cours du XIX^e siècle, elle permet des découvertes importantes, comme la découverte par Pasteur des organismes vivants responsables de la fermentation (on pensait à l'époque qu'il s'agissait d'un processus de génération spontanée) ; Pasteur découvre ainsi qu'il est possible de détruire des ferments étrangers : la pasteurisation est née !

La microscopie va se développer considérablement au XX^e siècle grâce à des techniques nouvelles, notamment avec le développement de l'optique électronique. Né de cette discipline, le microscope électronique est conçu par analogie avec le microscope photonique classique. La résolution atteinte a permis de développer l'étude de la matière à l'échelle atomique. Le microscope électronique va se perfectionner avec la mise au point du principe de balayage de faisceaux d'électrons très focalisés, donnant naissance à la microscopie électronique à balayage. Cette technique de balayage sera également appliquée à la microscopie photonique. Plus récemment, les travaux en mécanique quantique et notamment, sur l'effet tunnel, ont permis le développement de la microscopie par effet tunnel, puis vers 1980 de la microscopie de champ proche. Pour la première fois, les atomes étaient vus !

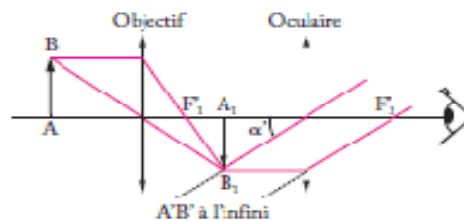
1. LE MICROSCOPE

Un exemple typique d'instrument optique est le microscope. Les grandeurs que nous définissons ici sont valables pour tout autre instrument optique à système centré.

Le microscope est composé de deux parties, chacune modélisée par une lentille convergente :

- l'**objectif** qui donne de l'objet AB à observer une image réelle A_1B_1 , agrandie et renversée par rapport à l'objet ;

- l'**oculaire** que l'observateur utilise comme une loupe pour voir l'image définitive $A'B'$. Le fonctionnement du microscope est dit **normal** quand l'image intermédiaire A_1B_1 se trouve dans le plan focal objet (en F_2) de l'oculaire, de sorte que l'image définitive $A'B'$ sera rejetée à l'infini et qu'un œil normal placé en F_2' pourra observer $A'B'$ sans accommodation.



2. GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES

2.1. Puissance

La **puissance** P est le rapport de l'angle α' , sous lequel on voit l'image $A'B'$ à travers l'instrument optique, par la dimension transversale AB de l'objet.

$$P = \frac{\alpha'}{AB}$$

La **puissance intrinsèque** P_i d'un microscope correspond à la puissance obtenue lorsque l'image $A'B'$ est renvoyée à l'infini. Si $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ désigne la distance entre le point focal image de l'objectif et le point focal objet de l'oculaire, on a :

$$P_i = \frac{\Delta}{f_1'f_2}$$

2.2. Grandissement

Le **grandissement** est le rapport de dimensions transversales de l'image sur celle de l'objet. Dans le microscope, il peut y avoir des grandissements relatifs à l'objectif, à l'oculaire et au microscope pris dans son ensemble, mais habituellement, c'est le grandissement de l'objectif qui est le plus utilisé :

$$\gamma_{obj} = \frac{A_1B_1}{AB}$$

2.3. Grossissement

Le **grossissement** G d'un microscope est, par définition, égal au rapport entre les diamètres apparents maximaux d'un objet vu à travers le microscope ou vu à l'œil nu à la distance minimum d_m de vision distincte :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = P d_m$$

Pour pouvoir comparer les performances des microscopes, les fabricants ont choisi une distance minimale de vision distincte arbitraire de 25 cm. Le **grossissement commercial** G_c correspondant est :

$$G_c = \frac{P_i}{4}$$