Solution de la série 4 :

Interaction Rayonnement-Matière

Exercice1

Le coefficient d'absorption linéique du Plomb est de $0,79\ cm^{-1}$ pour des photons de $1\ Mev$.

1. Quelle est la longueur des photons de $1\ Mev$? De quel type de photons s'agit-il ?
2. Calculer la couche de demi-atténuation du plomb pour ces photons.
3. Quelle est l'épaisseur nécessaire pour atténuer le faisceau d'un facteur de 1000 ?
4. Est-il possible d'arrêter totalement le faisceau incident ?

Solution :

1. Ces photons de $1\ Mev$ sont des ondes électromagnétique, alors leurs énergie:

$$\boxed{E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{hc}{E}}$$

A.N.

$$\boxed{\lambda = \frac{6.62.10^{-34} j.s \times 3.10^{8} m/s}{10^{6} \times 1.6.10^{-19} j} = 1.24.10^{-12} m = 1.24 pm}$$

On sait que l'intervalle des longueurs d'ondes pour les rayons X est $[10^{-12}, 10^{-8} m]$,

et comme $1.24.10^{-12} m \notin [10^{-12}, 10^{-8} m]$, alors dans notre cas il s'agit des rayons gamma γ.

2. La couche de demi-atténuation(CDA) du plomb pour ces photons est:

$$\boxed{CDA = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{\ln 2}{0.79 cm^{-1}} \simeq 0.88 cm}$$

3. Pour atténuer le faisceau de rayons d'un facteur de 1000 c'est-à-dire $I = \frac{I_0}{1000}$, il faut une épaisseur $x \neq CDA$

Or

$$\boxed{I = I_0 e^{-\mu x} = \frac{I_0}{1000} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{1000} = e^{-\mu x}}$$

pour déterminer le x, on doit insérer le $\ln$ sur l'équation, il vient que

$$\boxed{-\mu x = \ln\frac{1}{1000} \Rightarrow x = -\frac{\ln(1/1000)}{\mu} = \frac{\ln 1000}{\mu} = \frac{\ln 1000}{0.79 cm^{-1}} = 8.74 cm}$$

4. Pour arrêter totalement le faisceau incident, il faut que I s'annule, et mathématiquement pour que $I \to 0$, c'est-à-dire $I_0 e^{-\mu x} \to 0 \Rightarrow x \to \infty$ mais ne s'annule jamais, donc on ne peut pas atténuer le faisceu totalement.

Exercice 2 :

Sachant que les tabliers plombés d'épaisseur $0.25\ mm$ utilisés dans les services de médecine nucléaire atténuent de 40% les rayonnements γ de $140\ kev$ émis par une source de $99\ mTc$.

1. Calculer en cm^{-1} le coefficient linéique d'atténuation du matériau utilisé pour confectionner ces tabliers.
2. Quelle serait l'épaisseur en mm du même matériau nécessaire pour atténuer de 90% le rayonnement incident ?

Solution

1. On a la relation de décroissance $N = N_0 e^{-\mu x} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\mu x}$, insérant le $\ln$, on obtient $-\mu x = \ln\frac{N}{N_0}$ (équation 1)

d'où $\mu = -\frac{1}{x}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$.

AN. les tabliers plombés de $0.25\ mm$ absorbent les 40% des rayonnements γ et les 60% transmit (N)

$$\boxed{\mu = -\frac{1}{0.025 cm} \times \ln\left(\frac{60}{100}\right) = 20.4 cm^{-1}}$$

2. Pour atténuer les 90% de ces rayonnements γ, il faut fabriquer ces tabliers d'épaisseur $x = ?$. Dont le déterminer de l'équation 1.

Alors $x = -\frac{1}{\mu}\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$

AN: les tabliers plombés (μ) d'épaisseur x absorbent les 90% des rayonnements γ et les 10% transmit (N)

$$x = -\frac{1}{20.4cm} \times \ln(0.1) \simeq 0.11cm \simeq 11mm$$

Exercice 3 :

Un filtre de cuivre de 1mm d'épaisseur placé sur la fenêtre d'un tube à rayons x transmet 70% des photons d'énergie $100\ kev$ et 10% des photons d'énergie $50\ kev$.

1. Donner en cm la couche de demi-atténuation (CDA) correspondant à chaque énergie.
2. Calculer en $cm^2 \times g^{-1}$ les coefficients d'atténuation massiques correspondants, sachant que la masse volumique du cuivre est $8.9\ g \times cm^{-3}$.

Solution

1. On a, $CDA = \frac{\ln 2}{\mu}$

Pour chaque énergie de ces rayonnements x un coefficient correspondant. On détermine leur CDA correspondant comme suit:

pour **E=100 kev**
$I = I_0 e^{-\mu x} \Rightarrow \mu = -\frac{\ln \frac{I}{I_0}}{x} = -\frac{\ln 0.7}{0.1cm} = 3.5cm^{-1}$
$CDA = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{\ln 2}{3.5cm^{-1}} = 0.19cm$

pour **E=50 kev**
$I' = I_0' e^{-\mu' x} \Rightarrow \mu' = -\frac{\ln \frac{I'}{I_0'}}{x} = -\frac{\ln 0.1}{0.1cm} = 23.02cm^{-1}$
$CDA' = \frac{\ln 2}{\mu'} = \frac{\ln 2}{23.02cm^{-1}} = 0.03cm$

2. On détermine le coefficient massique de chaque énergie μ_m

Pour **E=100 kev**
$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} = \frac{3.5cm^{-1}}{8.9g/cm^3} = 0.4cm^2/g$

pour **E=50 kev**
$\mu_m' = \frac{\mu'}{\rho} = \frac{23.02cm^{-1}}{8.9g/cm^3} = 2.58cm^2/g$

Exercice 4

Au cours d'une radiographie d'un membre par des rayons x de 80 keV en moyenne, on a pu vérifier que 2 cm d'os arrêtent 90% du faisceau par effet photoélectrique.

1. Sachant que $\rho_{os} = 1.8g/cm^3$. Calculer en cm^2/g le coefficient d'atténuation massique τ/ρ de l'os.
2. Sachant que le Z moyen $= 13.8$ pour l'os et que Z moyen $= 7.42$ pour le muscle, en déduire le τ/ρ du muscle.

Solution

1. Le coefficient massique de l'os est $\tau(os)_m = \frac{\tau(os)}{\rho_{os}}$ on doit déterminer tout d'abord le coefficient linéaire $\tau(os)$, où bien on le substitut par son expression $\tau(os) = \tau(os)_m \times \rho_{os}$ dans la relation de décroissance.

l'épaisseur de 2cm d'os absorbe 90% de ce rayonnement de ce faisceau qui traverse le membre et transmettre le 10% qui reste.

Alors $I = I_0 e^{-\tau(os)_m \times \rho_{os} x} \Rightarrow \tau(os)_m = -\frac{1}{\rho_{os} x} \ln \frac{I}{I_0} = -\frac{1}{1.8g/cm^3 \times 2cm} \ln(0.1) = 0.64cm^2/g$

2. On déduit le coefficient massique du muscle:

On a $\tau_m = k\frac{z^3}{E^3}$

k est une constante indépendante du matériau, elle dépend de la couche de l'électron arraché par effet photoélectrique, et l'énergie traverse le muscle et l'os est la même, Alors:

Pour l'os:.............. $\tau(os)_m = k\frac{z_{os}^3}{E^3}$ ....(1)

Pour le muscle:.... $\tau(muscle)_m = k\frac{z_{muscle}^3}{E^3}$ ....(2)

$\frac{(2)}{(1)} = \frac{\tau(muscle)_m}{\tau(os)_m} = \frac{z^3_{muscule}}{z^3_{os}} \Rightarrow \tau(muscle)_m = \tau(os)_m \times (\frac{z_{muscule}}{z_{os}})^3 = 0.64cm^2/g \times \left(\frac{7.42}{13.8}\right)^3 = 9.94.10^{-2}cm^2/g$

Exercice 5 :

Pour réaliser une mammographie, on utilise des rayons X d'énergie E = 20KeV. On sait que 3cm de tissu mammaire arrêtent 78% de ces photons par effet photo-électrique.

1. Calculer τ coefficient d'atténuation par effet photo-électrique du tissu mammaire pour ces photons.
2. Le coefficient d'atténuation global de ce tissu pour ces photons est μ_{tissu} = 0,71 cm^{-1}. Calculer σ_c, coefficient d'atténuation par effet-Compton de ce tissu pour ces photons.

Solution

1. On utilise la loi d'atténuation reliant le faisceau transmet (I_x représente 22%) par le faisceau incident (I_0):

$I_x = I_0 e^{-\tau_{tissu} x} \Rightarrow \tau_{tissu} = -\frac{1}{x}\ln(\frac{I_x}{I_0}) = -\frac{1}{3cm}\ln(0.22) \Rightarrow \tau_{tissu} = 0.505cm^{-1}.$

2. Pour un rayonnement traverse un milieu donnés, le coefficient d'atténuation globale μ est la somme des coefficient liés à chaque interaction(effet photo-électrique τ, effet Compton σ_c et effet de création de paire π).

$$\boxed{\mu = \tau + \sigma_c + \pi}$$

Dans notre cas l'énergie $E = 20\ kev < 10\ Mev$, donc l'effet de création de paire n'effectue pas $\Rightarrow \pi = 0.$

$$\boxed{\mu = \tau + \sigma_c \Rightarrow \sigma_c = \mu - \tau}$$

AN.

$$\boxed{\sigma_c = 0.71 - 0.505 = 0.205cm^{-1}}$$