

# 1. OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

**Partie 1**  
**Dr. Bensaid**

## 1.1. Introduction.

1.1.1. *Les domaines de l'optique.* L'optique est un domaine de la physique divisé en sous-domaines qui se sont souvent créés de façon historique. Un de ces sous-domaines est l'optique géométrique. Dans le cadre de l'optique géométrique, on considère que la lumière se propage sous forme de rayons lumineux ; ces rayons représentent alors la trajectoire de la lumière, c'est-à-dire qu'ils transportent la vibration électromagnétique. On parle souvent d'approximation des rayons car cette notion n'est valable que dans certaines limites, la principale étant la limite des fréquences infinies, c'est-à-dire des fréquences très grandes devant toutes celles qui caractérisent le milieu de propagation.

En particulier, pour que la notion de rayons soit applicable, il faut que la longueur d'onde de la lumière soit très petite devant toutes les longueurs caractéristiques du milieu considéré. Lorsque cette hypothèse n'est plus vérifiée, par exemple lorsque l'onde rencontre un obstacle dont la taille est comparable à sa longueur d'onde, des phénomènes typiquement vibratoires interviennent, comme la diffraction et les interférences. Ces phénomènes pour lesquels interviennent la nature vibratoire de la lumière et sa propagation par ondes se rattachent à l'optique ondulatoire.

Parmi les autres domaines de l'optique, nous pouvons citer l'optique énergétique qui décrit les puissances transportées par le rayonnement, leur répartition spatiale et leur action sur divers récepteurs ou encore l'optique physiologique qui traite spécifiquement de la formation des images dans l'œil et de leur perception.

Plus récemment, l'optique quantique envisage l'aspect corpusculaire de la lumière, dans ses échanges d'énergie avec la matière. Enfin, liée aux nombreuses applications de l'optique, l'optique instrumentale traite des caractéristiques optiques d'un instrument par opposition à ses caractéristiques mécaniques.

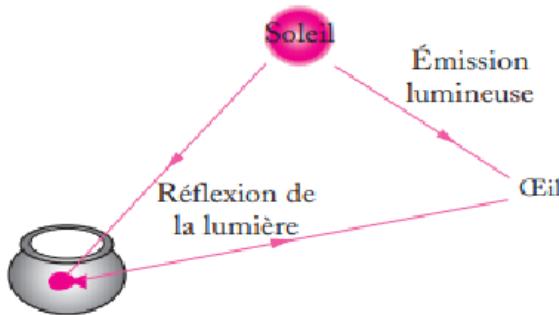
En 1860, le physicien anglais J. Maxwell établit les équations de l'électromagnétisme et a établi que la lumière se propage dans le vide. Ces équations gouvernent le comportement spatio-temporel des ondes électromagnétiques.

**Une onde électromagnétique est caractérisée par un champ électrique et un champ magnétique couplés.** Alors la lumière est une onde électromagnétique et, à ce titre, sa propagation est régie par les équations de Maxwell.

1.1.2. *Émission et détection optiques.* Les systèmes vivants communiquent avec l'extérieur grâce aux sons, c'est-à-dire en émettant et en recevant des ondes acoustiques mais aussi par la vue, en recevant des ondes lumineuses. Les yeux constituent le système de détection des ondes lumineuses ; ils transforment le signal optique en impulsions nerveuses transmises au cerveau par le nerf optique.

En revanche, la plupart des êtres vivants ne disposent pas d'émetteur (seuls quelques poissons exotiques sont capables d'émettre des signaux lumineux). Nous ne sommes visibles que grâce à des sources de lumière comme le soleil ou les lampes. Si ces sources sont directement visibles grâce à la lumière qu'elles émettent, les objets non lumineux ne sont visibles que s'ils sont éclairés par une source lumineuse : c'est alors la lumière qu'ils réfléchissent qui est détectée par l'œil.

Figure 1



**1.1.3. Nature ondulatoire de la lumière.** La lumière est de nature ondulatoire. Elle est constituée :

- soit d'une seule radiation, c'est alors une lumière **monochromatique** ;
- soit de plusieurs radiations, c'est alors une lumière **polychromatique**.

À chaque radiation correspond une couleur bien déterminée.

Le spectre visible est polychromatique : il commence à 400 nm par le violet et se termine à 700 nm par le rouge. Les ultraviolets sont des rayonnements de longueurs d'onde inférieures à 400 nm, alors que les infrarouges sont des rayonnements de longueurs d'onde supérieures à 700 nm.

Figure 2



#### Exemples :

La lumière d'un laser Hélium – Néon est monochromatique; sa radiation est rouge et a une longueur d'onde  $\lambda = 633$  nm.

La lumière blanche émise par le Soleil ou par une lampe à incandescence est polychromatique: elle contient une infinité de radiations (toutes celles dont les longueurs d'onde sont comprises entre 400 et 700 nm, c'est-à-dire toutes les couleurs de l'arc en ciel, allant du violet au rouge).

**1.1.4. Nature corpusculaire :** La lumière est constituée de particules avec masse négligeable et charge nulle, les photons, transportant chacun une énergie  $E_\gamma$  dépendant de la fréquence  $\nu$ :

$$E_\gamma = \hbar \cdot \nu$$

Avec  $\hbar = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$  est la constante de Plank

**1.1.5. Milieux transparent, homogène et isotrope.** Les milieux étudiés en optique géométrique sont des milieux dans lesquels la lumière est susceptible de se propager. De tels milieux sont dits **transparent**s.

Un milieu est **homogène** si les caractéristiques optiques du milieu sont identiques en tout point.

Et un milieu est **isotrope** si la propagation lumineuse est identique quelle que soit la direction de propagation dans le milieu.

**Notons que l'onde se propage de façon rectiligne.**

1.1.6. *Principe de retour inverse de la lumière.* Dans un milieu transparent homogène et isotrope, le trajet de la lumière est indépendant du sens de parcours. Ce principe est une conséquence du principe de Fermat; ce principe prévoyant la **minimisation du chemin** suivi par un rayon lumineux, on comprend aisément que le chemin qui minimise le temps de trajet d'un point A à un point B est également celui qui minimise le temps de trajet du point B au point A.

Le chemin optique entre A et B s'exprime :

$$L_{AB} = \int_A^B n(m)dm$$

où  $n(m)$  est l'indice du milieu au point  $m$ .

Alors le principe du retour inverse de la lumière énonçant que le trajet d'un rayon lumineux peut être parcouru dans les deux sens.

1.1.7. *fréquences et longueurs d'onde.* Dans un milieu quelconque, il est possible d'associer à une onde électromagnétique monochromatique, et donc à une onde lumineuse monochromatique, trois grandeurs caractéristiques :

- une longueur d'onde  $\lambda$ ,
- une fréquence  $f$ ,
- une vitesse de propagation  $v$ . D'où

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Les ondes électromagnétiques couvrent une gamme de fréquences qui va de quelques hertz à  $10^{20}Hz$  mais la lumière visible pour l'homme ne couvre qu'une plage de fréquences très limitée allant de  $4.10^{14}Hz$  à  $.8.10^{14}Hz$  (Fig.2 ).

Alors dans le vide, la fréquence  $f$  et la longueur d'onde  $\lambda$  d'une onde électromagnétique sont liées par la relation :

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

1.2. **Vitesse de propagation, indice optique.** Dans le vide, la vitesse de propagation  $v$  des ondes électromagnétiques, donc de la lumière, vaut:  $v = c = 3.10^8 m.s^{-1}$

Dans un milieu transparent,  $v$  est toujours inférieure à la vitesse  $c$  dans le vide.

Notons que la fréquence  $f$  de l'onde est un invariant de la propagation: ainsi, lorsque l'onde lumineuse passe d'un milieu à l'autre, sa fréquence reste la même mais sa vitesse de propagation dépendant du milieu de propagation, et par conséquent sa longueur d'onde  $\lambda$  varie. Un milieu de propagation est caractérisé par la vitesse de propagation  $v$  des ondes électromagnétiques. Mais il est plus usuel de caractériser un milieu par son indice optique, aussi appelé indice de réfraction.

L'indice de réfraction noté  $n$  est défini comme le rapport de la vitesse de propagation d'une onde dans le vide,  $c$ , à celle,  $v$ , de la même onde dans le milieu considéré :

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$

## 2. DIOPTRES ET MIROIRS

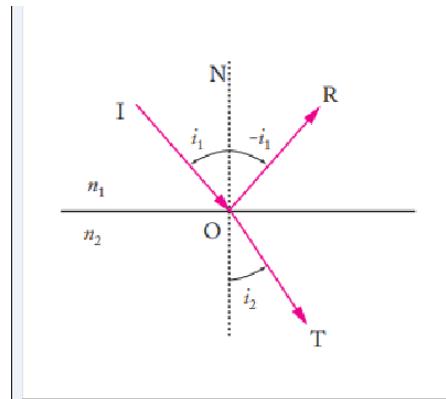
Un dioptre est une interface (surface) qui sépare deux milieux transparents et homogènes d'indices optiques différents, par exemple l'interface eau/air définie par la surface libre de l'eau d'un lac.

On appelle miroir une surface réfléchissante telle que pratiquement toute la lumière incidente est renvoyée par la surface.

**2.1. Lois de Snell-Descartes.** Ces lois décrivent le comportement d'un rayon lumineux au passage entre deux milieux.

Pour un dioptre nous considérons un rayon incident  $IO$  rencontrant en  $O$  un dioptre séparant deux milieux (1) et (2) d'indices respectifs  $n_1$  et  $n_2$ .

Figure 3



Par convention, tous les angles sont mesurés à partir de la normale au dioptre en  $O$  et en conséquence, ils sont tous compris entre  $0$  et  $\frac{\pi}{2}$ , puisqu'ils sont définis dans un quart de plan.

Les directions des rayons réfléchi et réfracté obéissent aux lois de Snell-Descartes, qui sont au nombre de trois (Fig.3)

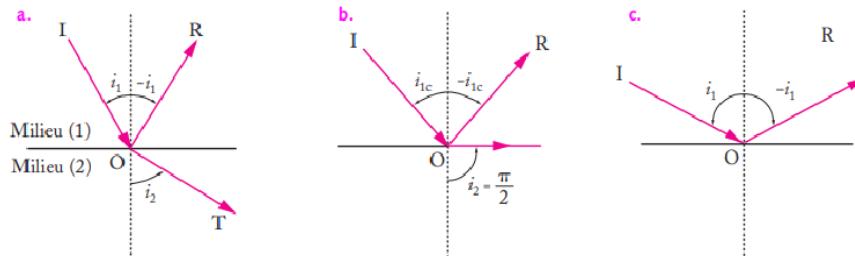
- Les rayons incident  $IO$ , réfracté  $OT$  et réfléchi  $OR$  sont contenus dans un même plan normal au dioptre. Ce plan contient également la normale  $ON$  à la surface de séparation.

- L'angle de réflexion  $i'$  est lié à l'angle d'incidence  $i_1$  par la relation :  $i' = i_1$
- L'angle de réfraction  $i_2$  et l'angle d'incidence  $i_1$  sont liés par la relation:  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

Remarque: Lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu (1) à un milieu (2), le milieu (1) étant **moins réfringent** ( $n_1 < n_2$ ), le rayon réfracté se rapproche de la normale. Et l'inverse, lorsque le milieu (1) est **plus réfringent** que le milieu (2), le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

Suivant la valeur de l'angle d'incidence  $i_1$ , trois cas sont possibles résumént l'émergence rasante et la réflexion totale:

Figure 4



2.1.1. *Loi de Kepler.* Les lois de Kepler correspondent aux lois de Snell-Descartes érites au premier ordre, lorsque les angles  $i_1$ ,  $i'$  et  $i_2$  sont petits. Ces lois prennent la forme :

$$\begin{aligned} i_1 &= i' \\ n_1 i_1 &= n_2 i_2 \end{aligned}$$

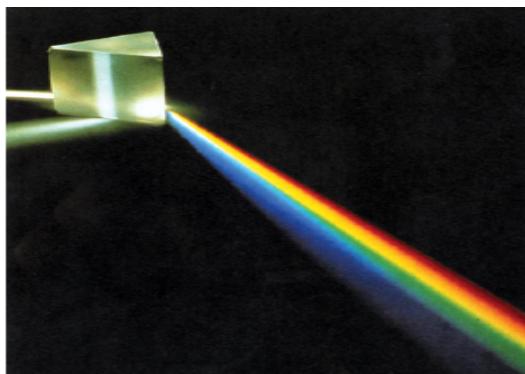
2.1.2. *L'arc-en-ciel et le prisme.* La réfraction à travers un dioptre, permet d'interpréter deux phénomènes bien connus: la formation des arcs-en-ciel et la dispersion de la lumière par un prisme.

Lorsque la lumière du soleil rencontre des gouttes d'eau, elle est déviée par réfraction dans la goutte et cette déviation dépend de la longueur d'onde - du bleu au rouge - de la radiation considérée. Le résultat est une dispersion du spectre coloré, chaque couleur étant « vu » par un observateur suivant une direction différente.

On observe également la dispersion de la lumière blanche lorsqu'elle traverse un prisme.

**Définition:** Un prisme est un ensemble de trois milieux transparents, homogènes et isotropes séparés par deux dioptres plans.

Figure 5

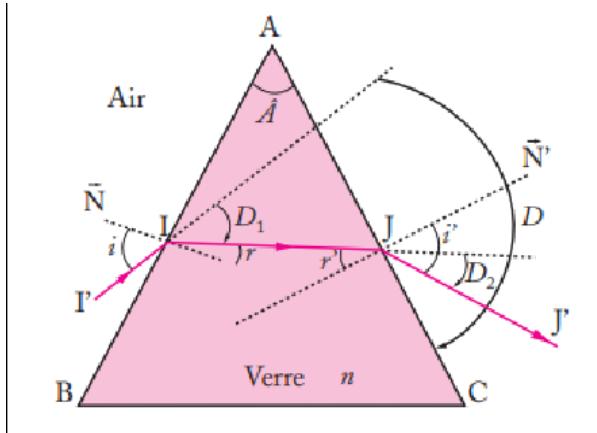


Si de la lumière blanche traverse un prisme, la lumière est décomposée en ses couleurs (= dispersion).

Les dioptres plans sont dans la pratique limités à des segments  $AB$  et  $AC$  et forment un triangle, dans un plan de coupe ou plan de section principal. L'angle  $\hat{A} = (AB, AC)$  est appelé angle au sommet.

Considérons un rayon  $I/I'$  incident sur le prisme dans un plan de section principale. Ce rayon subit des déviations comme nous montrons dans la figure 6. Le rayon réfracté se propage dans le prisme et rencontre la face  $AC$  en  $J$ , puis il est réfracté dans l'air dans une direction  $JJ'$ .

Figure 6



La loi de la réfraction de Descartes s'écrit:

$$\begin{aligned} \text{en } I & : \quad \sin i = n \sin r \\ \text{en } J & : \quad n \sin r = \sin i' \end{aligned}$$

Les deux relations constituent les formules du prismes sont:

$$\begin{aligned} r + r' &= A \\ D &= i + i' - A \end{aligned}$$

d'où:  $i$  est l'angle d'incidence au point  $I$

$i'$  est l'angle de réfraction au point  $J$

$r$  est l'angle de réfraction au point  $I$ .

$r'$  est l'angle d'incidence au point  $J$ .

et  $D$  est la déviation totale du rayon incident, avec  $D = D_1 + D_2$ .

**Remarque:** -Pour un prisme d'indice  $n$  dans l'air d'indice 1, lorsque les angles  $i, i'$  et  $A$  sont faibles, on peut également écrire :

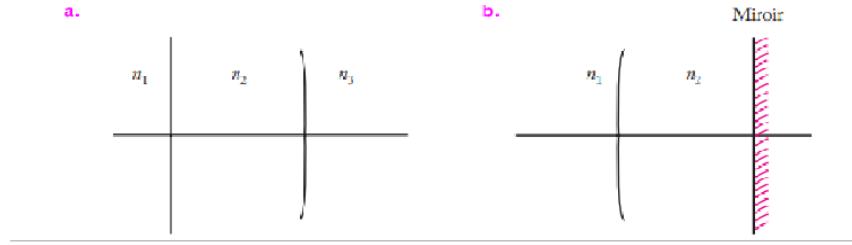
$$D = (n - 1)A.$$

-La déviation  $D$  passe par un minimum  $D_m = 2 \arcsin(n \sin(\frac{A}{2})) - A$  lorsque  $r = r' = \frac{A}{2}$ .

### 3. IMAGE D'UN POINT LUMINEUX À TRAVERS UN SYSTÈME OPTIQUE

**Définition :** On appelle **système optique** une succession de milieux homogènes et transparents, limités par des **dioptries** ou des **miroirs** et possédant un axe de symétrie de révolution appelé **axe optique**: si le système ne comporte que des dioptries, il est dit **dioptrique**; s'il contient au moins un miroir, il est dit **catadioptrique** (Fig.7)

Figure 7



**3.1. Stigmatisme.** Dans la pratique, un point source n'émet pas qu'un rayon lumineux mais une infinité de rayons. Parmi ces rayons, certains parviennent à l'œil d'un observateur, ce qui permet à l'objet d'être « vu ». Prenons l'exemple d'un observateur regardant la lumière émise par un phare lointain. À l'œil nu, l'observateur verra le point lumineux du phare à l'endroit réel où le phare se trouve. Mais s'il se munit d'une paire de jumelle, l'observateur verra le point lumineux du phare plus proche qu'il ne l'est réellement.

Pour faire la distinction entre la position réelle de l'objet lumineux et la position où l'observateur « voit » cet objet, nous introduisons les notions d'objet et d'image. Mais tout objet a-t-il une image ? Ce n'est pas toujours le cas, mais dans le cadre du stigmatisme rigoureux ou approché, on peut, à un objet, associer une image.

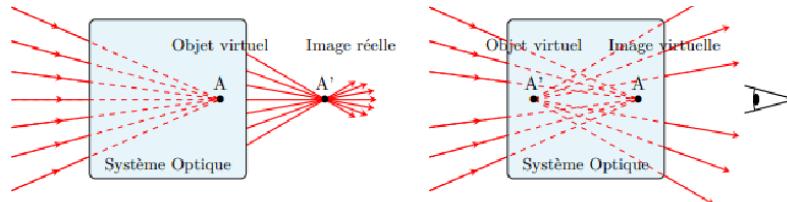
La position de l'objet et celle de son image sont alors reliées par une relation, dite relation de conjugaison.

Considérons un point source  $A$  envoyant des rayons lumineux sur un système optique. On dira que  $A$  est un **objet ponctuel réel**. Le système est **stigmatique** si les rayons **émergeant** ou leurs **prolongements** se coupent tous en un même point. Deux cas de figure se présentent :

1. Les rayons émergeants convergent en un point  $A'$ . Ce point lumineux peut être enregistré sur une plaque photosensible sans nécessiter de système optique annexe. On dit qu'il s'agit d'une **image réelle**.

2. Les rayons émergeants semblent provenir d'un point  $A'$  (leurs prolongements se coupent en  $A'$ ). Dans ce cas, on ne peut pas capturer  $A'$  sur une plaque photosensible mais on peut le voir à l'œil nu: en effet, pour l'œil, tout se passe comme s'il y avait un point lumineux en  $A'$  de telle sorte que si l'œil fait la mise au point en  $A'$ , un point lumineux sera produit sur la rétine. On dit que  $A'$  est une **image virtuelle**.

Figure 8



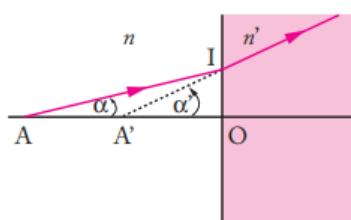
Focalisons maintenant un faisceau sur un système optique de telle sorte que le point de convergence  $A$  des rayons se trouve dans ou derrière le système (Fig.8). Dans ce cas on dit que  $A$  est un **objet virtuel**. Là encore, si les rayons émergeants ou leurs prolongements se coupent tous en un même point  $A'$ , on dira que le système est **stigmatique**.

**3.2. Stigmatisme approché.** Pour de nombreux systèmes optiques, la condition de stigmatisme rigoureux n'est pas vérifiée. Ainsi, les rayons issus d'un point objet émergent du système optique sous la forme d'un faisceau non conique, de sorte qu'il n'y a pas d'image ponctuelle de cet objet. Cependant, il est possible d'établir une condition, dite condition de stigmatisme approché.

Un système optique présente un stigmatisme approché pour un couple de points  $(A, A')$  si tout rayon passant par  $A$  passe au **voisinage** de  $A'$  après avoir traversé le système optique.

**Exemple: le dioptre est plan**

Figure 9



Le dioptre plan ne réalise pas la condition de stigmatisme rigoureux, réalise la condition de stigmatisme approché, dans le cas des faibles angles d'incidence. l'image est virtuelle.

On dit que les conditions dans lesquelles on peut appliquer **l'approximation de Gauss** sont les suivantes :

1- **Les angles d'incidence** des rayons par rapport à l'axe optique de l'élément sont **faibles**.

2- **le point d'incidence** est proche de l'axe optique: on dit alors que l'on travaille avec des rayons **paraxiaux**.

#### 4. LES RELATIONS DE CONJUGAISON DANS LES SYSTÈMES OPTIQUES

**4.1. Le dioptre plan.** La minimisation du chemin optique au premier ordre (principe de Fermat) permet d'écrire une relation, dite relation de conjugaison, qui relie la position de l'objet  $A$ , associé à l'indice objet  $n$ , à celle de son image par le dioptre  $A'$ , associée à l'indice image  $n'$  pour des angles  $\alpha$  et  $\alpha'$  faibles (fig.9). On a alors, d'après la loi de réfraction de Descartes  $n \sin \alpha = n' \sin \alpha'$ .

Avec

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{\overline{OI}}{\overline{OA}} \text{ et } \sin \alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{\overline{OI}}{\overline{OA'}},$$

on obtient

$$\frac{\overline{OA}}{n} - \frac{\overline{OA'}}{n'} = 0$$

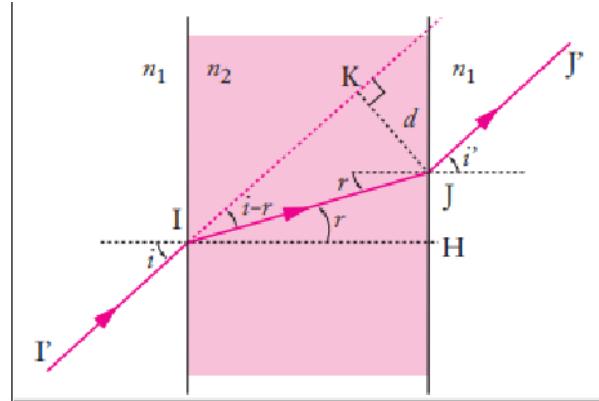
On dit que les points  $A$  et  $A'$  sont des points conjugués par le dioptre.

**4.2. La lame à faces parallèles.** Une lame à faces parallèles est constituée de deux dioptres plans, parallèles entre eux et distants de  $e$ . En général, les deux milieux de part et d'autre de la lame sont identiques, par exemple de l'air. Nous notons  $n_1$  l'indice du milieu dans lequel se trouve la lame et  $n_2$  l'indice du milieu

situé entre les deux dioptres et qui constitue la lame; ce matériau peut par exemple être du verre.

On suit le trajet des rayons d'un faisceau de lumière parallèle incidente sur la lame. Nous verrons ensuite les propriétés de l'image d'un objet ponctuel à travers la lame.

Figure 10



Ce rayon arrive en  $I$  sur la lame avec un angle d'incidence égal à  $i$ . Il est réfracté dans la lame avec un angle  $r$  suivant la loi de Descartes:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

Le rayon se propage alors dans la lame et arrive en  $J$  à l'interface  $n_2/n_1$  avec un angle d'incidence  $r$ . Il est réfracté dans le milieu d'indice  $n_1$  avec un angle  $i'$  suivant la loi de Descartes:

$$n_2 \sin r = n_1 \sin i'$$

Les deux relations aboutissent à  $\sin i = \sin i'$ , soit  $i' = i$ . Nous en déduisons que le rayon émergeant de la lame est parallèle au rayon incident. Il n'y a donc pas d'effet de déviation de la lumière par une lame à faces parallèles.

Quelle est alors l'effet d'une lame sur la propagation de la lumière ?

Cet effet correspond à une **translation** des rayons lumineux, la distance de translation dépendant de l'angle

d'incidence du rayon sur la lame et de l'épaisseur de la lame. Exprimons la distance  $d$  de translation du rayon incident. En absence de lame, le rayon suit la trajectoire  $IK$  (en pointillé); en présence de la lame, il sort suivant  $JJ'$ , translaté par rapport à sa direction initiale  $II'$ . La distance entre le rayon non dévié  $IK$  et le rayon dévié par la lame  $JJ'$  est  $d = JK$ .

La distance  $d$  est déterminée par les relations dans le triangle  $IJK$ , rectangle en  $K$ :

$$d = JK = IJ \sin(i - r)$$

Par ailleurs, dans le triangle  $IJH$  rectangle en  $H$ , nous avons :

$$IJ = \frac{IH}{\cos r} = \frac{e}{\cos r}$$

On peut donc écrire :

$$d = \frac{e \sin(i - r)}{\cos r} = e \frac{\sin i \cos r - \sin r \cos i}{\cos r}$$

Il faut éliminer  $r$  dans cette expression :

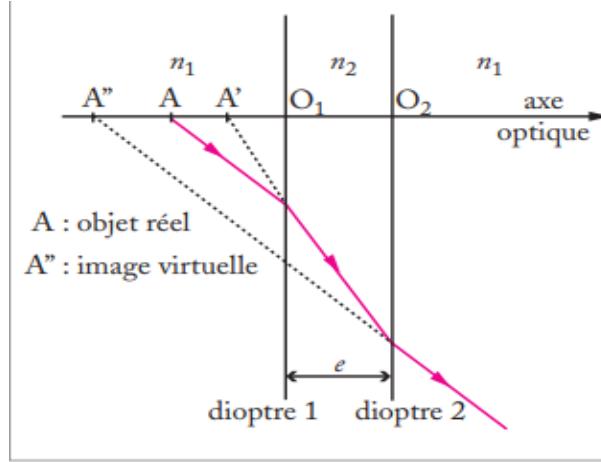
$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}}{n_2}$$

Nous obtenons finalement :

$$d(i) = e \left( \sin i - \frac{n_1 \sin i}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}} \cos i \right) = e \sin i \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} - n_1 \cos i}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}}$$

4.2.1. *Image d'un objet par une lame.* Considérons un objet ponctuel  $A$  émettant un faisceau divergeant vers la lame. Cet objet ponctuel  $A$  admet une image ponctuelle  $A''$ , dans l'approximation paraxiale puisqu'alors chaque dioptre vérifie la condition de stigmatisme approché (Fig.11). Pour déterminer la position de l'image  $A''$  de  $A$  à travers la lame, nous considérons le schéma synoptique suivant :

Figure 11



Il suffit d'appliquer deux fois la relation de conjugaison des dioptres plans pour obtenir la position de l'image  $A''$  à travers la lame.

$$\begin{aligned} \frac{\overline{O_1 A}}{n_1} - \frac{\overline{O_1 A'}}{n_2} &= 0 \\ \frac{\overline{O_2 A}}{n_2} - \frac{\overline{O_2 A''}}{n_1} &= 0 \end{aligned}$$

Avec  $\overline{o_1 o_2} = e$ , nous obtenons la position de l'image  $A''$  de  $A$  à travers la lame à faces parallèles en sommant les deux égalités :

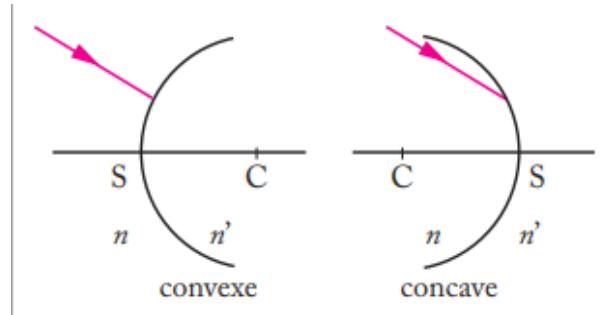
$$\overline{O_2 A''} = \overline{O_2 A} + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right) e$$

Lorsque  $n_1 < n_2$ , l'image  $A''$  est plus éloignée de la lame que ne l'est l'objet; lorsque  $n_1 > n_2$ , elle est plus proche de la lame que l'objet.

**4.3. Le dioptre sphérique.** Considérons un dioptre sphérique de centre  $C$ , séparant un milieu d'indice  $n$  d'un milieu d'indice  $n'$  (Fig.12). Dans l'approximation de Gauss, on se limite en fait à une partie de la sphère, c'est-à-dire à une calotte sphérique de sommet  $S$ , les angles considérés étant faibles. L'axe  $CS$  est appelé axe principal ou axe optique du dioptre.

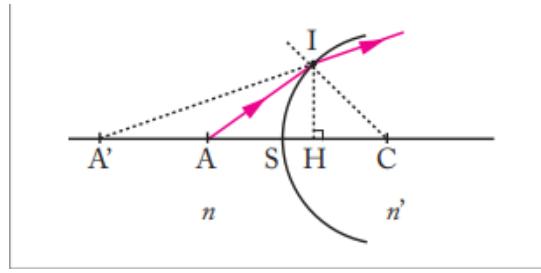
Le dioptre sphérique est dit **convexe** ou **concave** selon que sa concavité est orientée dans le sens des rayons incidents ou dans le sens opposé.

Figure 12



**4.3.1. Relations de conjugaison.** On considère un point lumineux  $A$  et un point  $A'$ , avec le rayon  $R = \overline{SC}$

Figure 13



la relation de conjugaison avec origine au sommet est:

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{R}$$

et la relation de conjugaison avec origine au centre est:

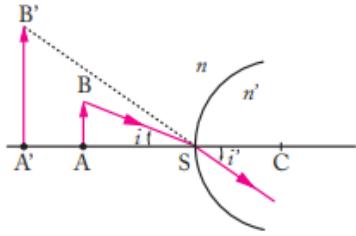
$$\frac{n'}{\overline{CA}} - \frac{n}{\overline{CA'}} = \frac{n' - n}{R}$$

**4.3.2. Expression du grandissement du dioptre sphérique.** Si  $AB$  est un objet transverse (perpendiculaire à l'axe optique du dioptre) et  $A'B'$  son image par le dioptre, alors le grandissement

transverse  $\gamma$  est donné par la relation:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Figure 14



Pour calculer le grandissement  $\gamma$ , considérons le rayon issu de  $B$  et passant par le sommet  $S$  du dioptre (Fig.14). Nous notons  $i$  l'angle d'incidence de ce rayon  $BS$  sur le dioptre et  $i'$  l'angle que fait le rayon réfracté  $SB'$ .

Dans l'approximation des faibles angles, nous avons :

$$\tan i = i = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} \text{ et } \tan i' = i' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

Dans l'approximation paraxiale, la loi de la réfraction (loi de Kepler) s'écrit  $ni = n'i$ . Il vient donc :

$$n \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = n' \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

Nous obtenons l'expression du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n \overline{SA'}}{n' \overline{SA}}$$

**4.3.3. Foyers objet et image du dioptre sphérique; distance focale.** Les foyers (ou points focaux) objet et image sont les points conjugués de points situés à l'infini. Le foyer objet  $F$  est le point conjugué d'une image réelle à l'infini, tandis que le foyer image  $F'$  est l'image d'un objet réel placé à l'infini.

Pour déterminer les positions des foyers, nous utilisons la relation de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au sommet, avec  $R = \overline{SC}$ .

- position du foyer objet  $F$  : avec

$$\overline{SF'} \rightarrow \infty, \quad \overline{SF} = -\frac{n}{n'-n} R$$

- position du foyer image  $F'$  : avec

$$\overline{SF} \rightarrow \infty, \quad \overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n} R$$

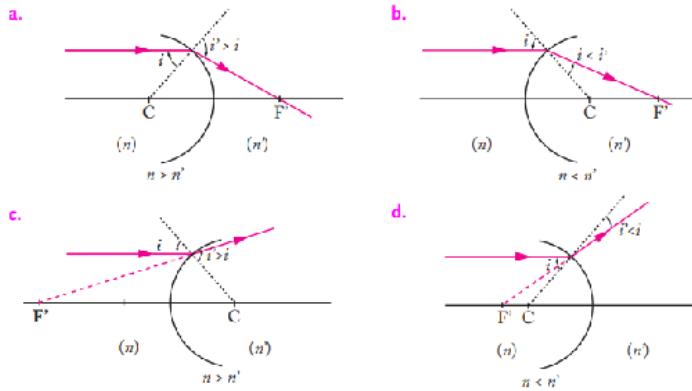
Les distances focales objet  $f$  et image  $f'$  sont définies par:

$$f = \overline{SF} = -\frac{n}{n'-n} R \quad \text{et} \quad f' = \overline{SF'} = \frac{n'}{n'-n} R$$

**4.3.4. Dioptre convergent ou divergent.** Un dioptre est dit convergent si le foyer image  $F'$  est réel, divergent s'il est virtuel. Cette condition dépend de la concavité du dioptre sphérique et de la réfringence des milieux qu'il sépare. La figure illustre les différents cas possibles. Le dioptre sphérique

est **convergent** dans deux cas: lorsque le dioptre est **concave** et  $n > n'$  (**a**) et lorsque le dioptre est **convexe** et  $n < n'$  (**b**); il est **divergent** lorsque le dioptre est **convexe** et  $n > n'$  (**c**) et lorsque le dioptre est concave et  $n < n'$  (**d**).

Figure 15

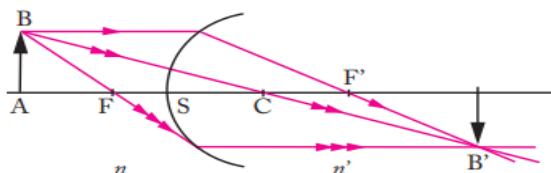


#### 4.4. Construction géométrique de l'image d'un objet à travers un dioptre sphérique.

4.4.1. *Cas d'un objet AB situé à distance finie du dioptre.* Considérons un objet quelconque transverse  $AB$ , situé à distance finie du dioptre (le point  $A$  est sur l'axe optique). Pour construire l'image  $A'B'$  de  $AB$  à travers le dioptre, le plus simple est de construire l'image  $B'$  de  $B$ , l'image  $A'$  de  $A$  se déduisant de  $B'$  en prenant la projection de  $B'$  sur l'axe (l'image d'un objet transverse est transverse). Pour cela, nous pouvons utiliser trois rayons particuliers

- issus de  $B$  (Fig.16) (dans la pratique, le tracé de deux de ces rayons est suffisant):
- le rayon incident **parallèle à l'axe** est réfracté suivant une direction **passant par le foyer image**  $F'$  du dioptre;
  - le rayon passant par le **centre**  $C$  du dioptre n'est pas dévié ;
  - le rayon incident passant par le **point focal** objet  $F$  du dioptre est réfracté dans une direction **parallèle** à l'axe du dioptre.

Figure 16



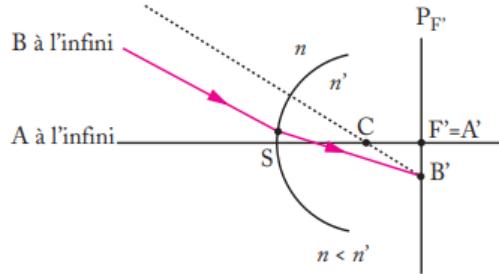
4.4.2. *Cas d'un objet à l'infini.* Considérons maintenant tout d'abord le cas d'un objet  $AB$  transverse situé à l'infini, le point  $A$  étant sur l'axe du dioptre. L'image  $A'B'$  se trouve dans le plan focal du dioptre  $PF'$ , c'est-à-dire que  $A'B'$  est transverse et  $A'$  est confondu avec le point focal image  $F'$

du dioptre (Fig.17). Pour déterminer la position de l'image  $B'$  de  $B$  dans le plan focal du dioptre, nous nous référons à une

situation où un faisceau de rayons parallèles arrivent sous incidence  $i$  sur le dioptre. Nous savons que ce faisceau converge en un point du plan focal image du dioptre, la position du point étant donnée par l'intersection du rayon passant par le centre  $C$  du

dioptre et du plan focal image  $P'F'$ . En effet, le rayon parallèle à  $BI$  passant par le centre du dioptre n'est pas dévié et son intersection avec le plan focal image du dioptre coïncide avec l'image  $B'$  de  $B$ .

Figure 17

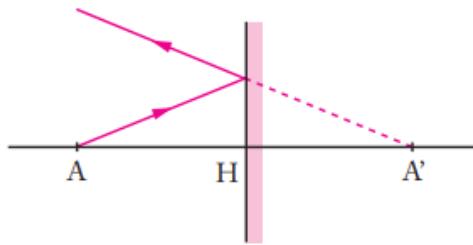


**4.5. Le miroir plan.** Toute surface réfléchissant bien la lumière porte le nom de miroir, c'est le cas de la surface plane d'un métal poli.

Le miroir plan est un exemple de système optique présentant un stigmatisation rigoureuse pour tout couple de points symétriques  $(A, A')$  par rapport au plan du miroir.

#### 4.5.1. Image d'un objet par un miroir plan.

Figure 18



La relation de conjugaison du miroir plan est par suite :

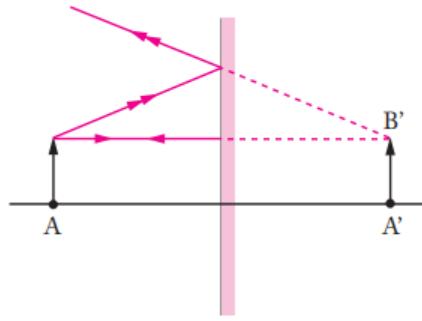
$$\overline{AH} = \overline{HA'}$$

où  $H$  est le projeté de  $A$  sur le miroir.

**4.5.2. Image d'un objet transverse  $AB$  à travers un miroir plan.** Un objet étendu pouvant être considéré comme un ensemble d'objets ponctuels, l'image d'un objet étendu est le symétrique de l'objet par le miroir. Le grandissement donné par le miroir plan est égal à 1. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer le rayon perpendiculaire au miroir (ce rayon, en incidence normale, est dévié de  $\pi$ ); nous obtenons  $AB = A'B'$  et

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1$$

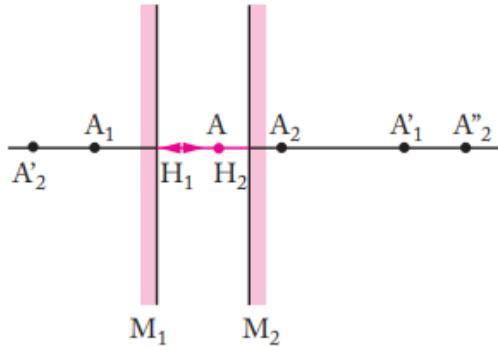
Figure 19



#### 4.6. Association de deux miroirs plans.

4.6.1. *Association de deux miroirs plans parallèles.* Supposons que le plan d'incidence soit perpendiculaire au plan des miroirs (Fig.20). Nous obtenons d'un point  $A$  objet une double infinité d'images alignées sur la même normale aux deux miroirs et passant par  $A$ .  $A'$  chaque double réflexion, le rayon se trouve parallèle au rayon incident.

Figure 20



Les deux images directes  $A_1$  et  $A_2$  de  $A$  sont telles que:

$$\begin{aligned} AH_2 &= H_2A_2 \\ AH_1 &= H_1A_1 \end{aligned}$$

Les images successives de  $A_2$  dans  $M_1$  et  $M_2$  vérifient:

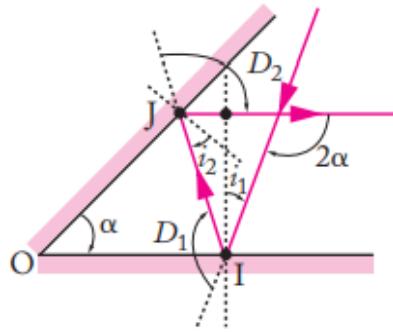
$$\begin{aligned} A_2H_1 &= H_1A'_2 \\ A'_2H_2 &= H_2A''_2 \end{aligned}$$

Les images successives de  $A_1$  dans  $M_1$  et  $M_2$  vérifient :

$$\begin{aligned} A_1H_2 &= H_2A'_1 \\ A'_1H_1 &= H_1A''_1 \end{aligned}$$

4.6.2. *Association de deux miroirs plans formant un angle  $\alpha$ .* Lorsque les deux miroirs forme un angle  $\alpha$ , les rayons incident et réfléchi forment un angle égal à  $2\alpha$  après réflexion sur les deux miroirs (Fig.21). La déviation du rayon en  $I$  est donnée par:  $D_1 = \pi - 2i_1$ . La déviation du rayon en  $J$  est donnée par:  $D_2 = \pi - 2i_2$

Figure 21



La déviation totale est donnée par :

$$D = 2\pi - 2(i_1 + i_2)$$

Dans le triangle  $OIJ$ , nous avons :

$$\left(\frac{\pi}{2} - i_1\right) + \left(\frac{\pi}{2} - i_2\right) + \alpha = \pi$$

soit

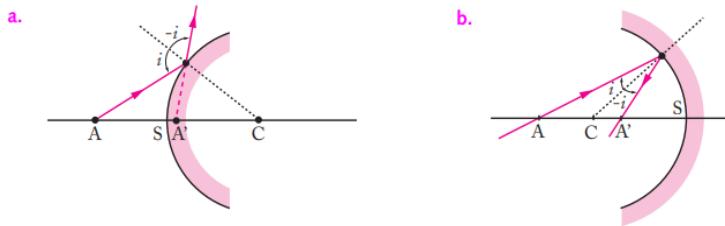
$$\alpha = i_1 + i_2$$

finalement

$$D = 2\pi - 2\alpha$$

**4.7. Le miroir sphérique.** Un miroir sphérique est un miroir dont la surface réfléchissante est une portion de sphère. Dans l'approximation de Gauss, les miroirs sphériques sont en général limités à une calotte sphérique de sommet  $S$  (pôle de la calotte). L'axe du miroir passe par  $S$  et par le centre  $C$  du miroir; c'est un axe de révolution du miroir. Comme pour le dioptre sphérique, nous définissons un miroir sphérique **concave** ou **convexe** selon que la concavité de la calotte sphérique est orientée vers les rayons incidents ou dans le sens opposé (Fig.22).

Figure 22



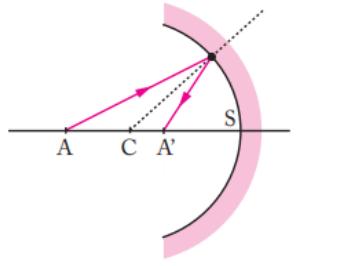
L'image  $A'$  d'un objet  $A$  par un miroir concave (a.) et convexe (b.).

D'un objet réel, le miroir concave donne une image virtuelle tandis que le miroir convexe donne une image réelle.

#### 4.7.1. Les relations de conjugaison du miroir sphérique.

Relation avec origine au sommet. Il est aisé de mener le calcul en utilisant le résultat obtenu dans le cas du dioptre sphérique. Il suffit de remarquer que la loi de la réflexion, exprimée pour des angles orientés,  $i = -it$  est identique à une loi de réfraction dans l'approximation de Gauss  $ni = nti$  à condition de prendre  $nt = -n$ . Tous les calculs peuvent être menés à partir des résultats obtenus pour le dioptre sphérique.

Figure 23



Nous obtenons ainsi :

$$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC}$$

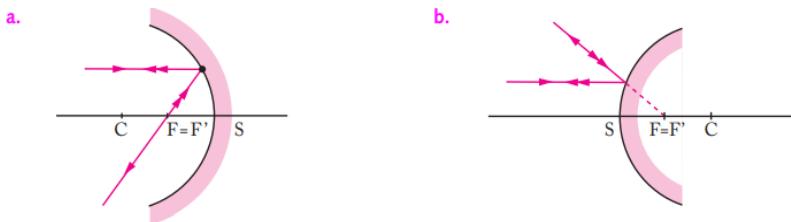
Relation avec origine au centre. En reprenant le résultat obtenu pour le dioptre sphérique et en appliquant à nouveau  $nt = -n$  à la relation de conjugaison du dioptre sphérique (avec origine au centre), nous obtenons :

$$\frac{1}{CA'} + \frac{1}{CA} = \frac{2}{CS}$$

**4.7.2. Foyers objet et image du miroir sphérique.** On définit le foyer objet  $F$  comme le point donnant une image à l'infini et le foyer image  $F'$  comme le point image d'un objet à l'infini. En prenant la relation de conjugaison avec origine au sommet, nous obtenons :

$$\overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Figure 24



Les foyers objet et image sont confondus et coïncident avec le milieu de  $CS$  (Fig.24). Le résultat est cohérent avec le principe de retour inverse de la lumière.

**4.7.3. Relation de conjugaison du miroir sphérique avec origine aux foyers.** Reprenons la relation de conjugaison avec origine au sommet :

$$\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SA} = \frac{2}{SC}$$

Avec

$$\begin{aligned} \overline{SA'} &= \overline{SF'} + \overline{F'A'} = \frac{\overline{SC}}{2} + \overline{FA'} \\ \text{et } \overline{SA} &= \overline{SF} + \overline{FA} = \frac{\overline{SC}}{2} + \overline{FA} \end{aligned}$$

Il vient

$$\frac{1}{\left(\frac{\overline{SC}}{2} + \overline{F'A'}\right)} + \frac{1}{\left(\frac{\overline{SC}}{2} + \overline{FA}\right)} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Soit en développant :

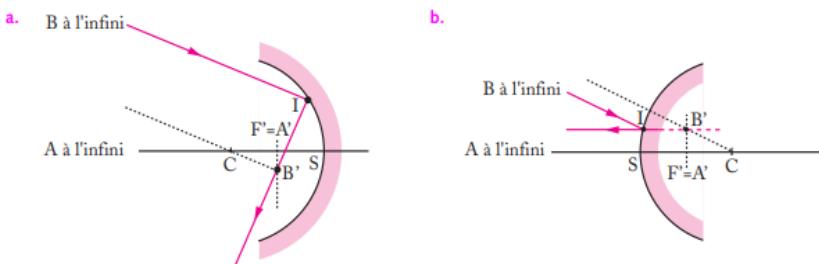
$$\frac{\overline{SA} + \overline{FA} + \overline{F'A'}}{\frac{\overline{SC}^2}{4} + \frac{\overline{SC}}{2} (\overline{FA} + \overline{F'A'}) + \overline{FA} \cdot \overline{F'A'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Nous obtenons finalement la loi de conjugaison des miroirs sphériques avec origine aux foyers :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \frac{\overline{SC}^2}{4} = \overline{FS}^2$$

**4.7.4. Construction de l'image d'un objet à travers un miroir sphérique.** La construction de l'image d'un objet par un miroir sphérique est en tout point similaire à celle de l'image d'un objet à travers un dioptre sphérique, à condition d'inverser le sens de propagation de la lumière (le rayon considéré est réfléchi et non réfracté). Cas d'un objet à l'infini. Considérons tout d'abord le cas d'un objet  $AB$  transverse situé à l'infini, le point  $A$  étant sur l'axe du miroir (Fig. 25). L'image  $A'B'$  se trouve alors dans le plan focal du miroir, c'est-à-dire que  $A'B'$  est transverse et  $A'$  est confondu avec le point focal image du miroir.

Figure 25

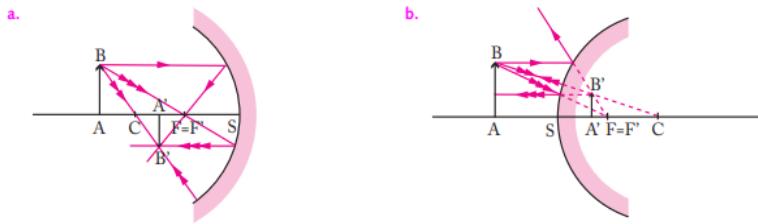


Pour déterminer la position de l'image  $B'$  de  $B$  dans le plan focal, nous nous référons à une situation où un faisceau de rayons parallèles arrivent sur le miroir; nous savons que ce faisceau converge en un point du plan focal image, la position du point étant donnée par l'intersection du rayon passant par le centre du miroir et du plan focal image. Le rayon parallèle à  $BI$  passant par le centre du miroir n'est pas dévié et son intersection avec le plan focal image coïncide avec l'image  $B'$  de  $B$ .

Cas d'un objet  $AB$  situé à distance finie du miroir. Considérons maintenant un objet  $AB$  quelconque transverse, situé à distance finie du miroir (Fig.26). Pour construire l'image  $A'B'$  de  $AB$  par le miroir, le plus simple est de construire l'image  $B'$  de  $B$ , l'image  $A'$  de  $A$  se déduisant de  $B'$  en prenant la projection de

$B'$  sur l'axe (l'image d'un objet transverse est une image transverse). Pour cela, nous pouvons utiliser trois rayons particuliers issus de  $B$  (dans la pratique, le tracé de deux de ces rayons est suffisant):

Figure 26



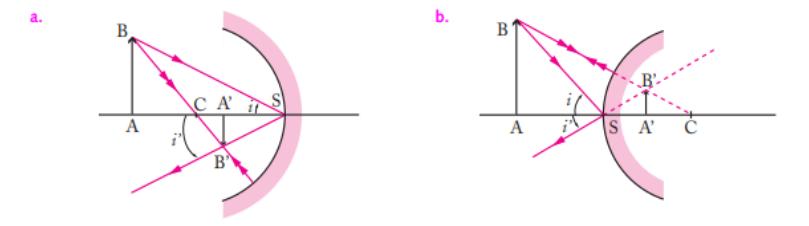
- le rayon incident parallèle à l'axe est réfléchi suivant une direction passant par le foyer image  $F'$  du miroir ;
- le rayon passant par le centre  $C$  du miroir n'est pas dévié ;
- le rayon incident passant par le point focal objet  $F$  est réfléchi dans une direction parallèle à l'axe du miroir.

4.7.5. *Grandissement du miroir sphérique*. Soit  $AB$  un objet transverse et  $A'B'$  son image par le miroir sphérique. Pour obtenir l'expression du grandissement, considérons le rayon passant par le sommet  $S$  du miroir (Fig.27). La loi de la réflexion donne  $i' = -i$ , ce qui montre que les triangles  $SAB$  et  $SA'B'$  sont semblables. Nous obtenons donc :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Nous reconnaissons l'expression du grandissement obtenu pour le dioptre sphérique avec  $n' = -n$

Figure 27



## REFERENCES

- [1] Agnès MAUREL; Cours Optique géométrique , BELIN 8, rue Férou 75278 Paris cedex 06, [www.editions-belin.com](http://www.editions-belin.com).
- [2] A. MAUREL, J.-M. MALBEC Optique géométrique, résumé de cours et exercices.
- [3] OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE Cours Accessible en ligne : <https://femto-physique.fr/optique/>.