

Institut des sciences vétérinaires

MECANIQUE DES FLUIDES

Dr. AYADI A

BIOPHYSIQUE

SOMMAIRE

1. DEFINITION D'UN FLUIDE	3
1.1 Notions générales	3
1.2 Fluide parfait	4
1.3 Fluide réel	5
1.4 Caractéristique physique d'un fluide	5
2. STATIQUE D'UN FLUIDE PARFAIT ET INCOMPRESSIBLE : FLUIDE AU REPOS	6
2.1 Pression d'un fluide	6
2.2 Lois de PASCAL – Relation Fondamentale de l'hydrostatique	8
2.3 Pression artérielle : Application de La R. F. H	10
2.3.1 Mesure de pression artérielle chez le chien et le chat	10
2.3.2 Perfusion	11
2.4 Poussée d'Archimède	11
3. FLUIDE EN MOUVEMENT	12
3.1 Débit d'un fluide en mouvement	12
3.1.1 Définition du débit	12
3.1.2 Relation débit -vitesse d'écoulement	12
3.2 L'équation de continuité (conservation de débit)	13
3.3 Caractéristique de l'écoulement	14
3.4 Energie mécanique d'un fluide	14
3.5 Equation de Bernoulli	16
3.5.1 Application du théorème de Bernoulli	20
3.6 Dynamique d'un fluide réel	21
3.6.1 Influence du frottement	21
3.6.2 Relation de Poiseuille-Hagen	22
3.6.3 Résistance hydraulique	22
3.6.4 Résistance vasculaire	23
3.6.5 Débit cardiaque	23
3.6.6 Mesure de la vitesse circulatoire sanguine	24

1. DEFINITION D'UN FLUIDE

1.1 Notions générales

Caractères pour reconnaître un fluide :

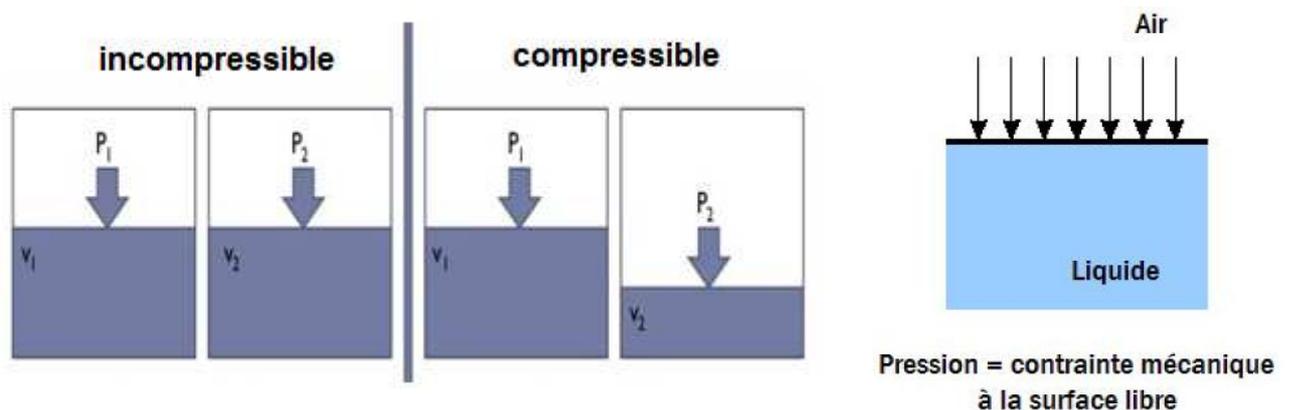
- **Un fluide** est un milieu matériel caractérisé par la propriété d'être **facilement déformable** ; c'est-à-dire qu'il n'a *pas de forme propre*, il s'adapte à la forme de son contenant
- On appelle **fluide** un *corps susceptible de s'écouler facilement*.
- La **mécanique des fluides** est un domaine de la physique dédié à **l'étude du comportement des fluides** (liquides, gaz et plasmas) et des forces internes associées.
- La mécanique des fluides au sens strict a de nombreuses applications dans divers domaines comme **l'ingénierie navale, l'aéronautique, l'étude de l'écoulement du sang (hémodynamique), la météorologie, la climatologie ou encore l'océanographie**.

L'état **fluide** regroupe **l'état liquide et l'état gazeux**. Un fluide est un milieu qui se déforme et **s'écoule** sous l'action de **faibles pressions**. Il s'agit d'un état désordonné.

Liquide → Fluide dense et incompressible

Gaz → Fluide peu dense et compressible

Le coefficient de compressibilité χ d'un gaz est très supérieur à celui d'un liquide,



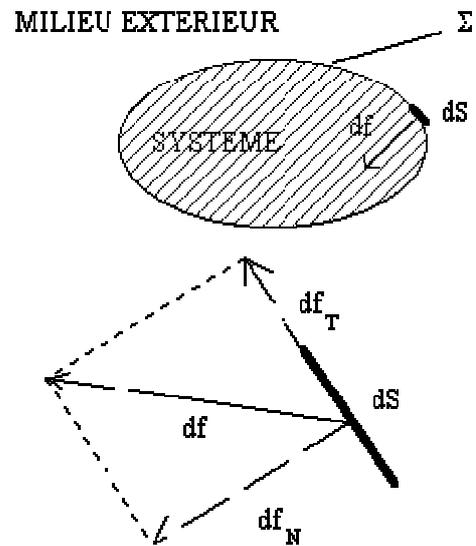
Le gaz occupe la totalité de l'espace qui lui est disponible, lors qu'un liquide aura une surface libre.

1.2 Fluide parfait

Considérons une force $d\mathbf{F}$ exercée par le milieu extérieur sur un élément de surface dS de S . On peut toujours la décomposer en deux composantes:

- $d\mathbf{F}_T$ composante *tangentielle* à dS .
- $d\mathbf{F}_N$ composante *normale* à dS .

$d\mathbf{F}_T$ se manifeste par une résistance à l'écoulement que l'on appelle *viscosité*.



On parle de fluide parfait quand la composante $d\mathbf{F}_T$ est nulle. Autrement dit, la force $d\mathbf{f}$ est normale à l'élément de surface dS .

Si les forces de frottement (viscosité η) sont nulles, $\eta = 0$. Un fluide idéal ou parfait peut s'écouler à l'infini

1.3 Fluide réel

Un fluide réel les forces **tangentes de frottement interne** qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides **sont prises en considération**. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

C'est **uniquement au repos**, qu'on admettra que **le fluide réel se comporte comme un fluide parfait**, et on suppose que les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. **La statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits.**

Lorsque il existe des forces de frottement (viscosité), $\eta \neq 0$, qui s'opposent à l'écoulement ; en considère un fluide réel

1.4 Caractéristique physique d'un fluide

- **Masse volumique ρ**

$$\rho = \frac{m}{V} ; \text{ Unité en (kg/m}^3\text{),}$$

m : masse en (kg),

V : volume en (m³).

Exemple : $\rho_{\text{eau}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$

- **Poids volumique $\bar{\omega}$**

$$\bar{\omega} = \rho g = \frac{m \cdot g}{V} ; \text{ Unité (N / m}^3\text{)}$$

m : masse en (kg),

g : accélération de la pesanteur en (m/s²),

V : volume en (m³).

- **Densité d**

$$d = \frac{\text{masse volumique du fluide}}{\text{masse volumique d'un fluide de référence}} = \frac{\rho}{\rho_{ref}}$$

- Dans le cas **des liquides** on prendra **l'eau comme fluide de référence**. $\rho_{\text{eau}} = 1\,000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$

- **Viscosité η** : indique les forces de frottement interne d'un fluide,
 - Si $\eta \approx 0$, le fluide est dit **parfait ou idéal**, il s'écoule facilement et sans frottement.
 - Si $\eta \neq 0$, le fluide est dit **réel**, il s'écoule avec frottement.

2 STATIQUE D'UN FLUIDE PARFAIT ET INCOMPRESSIBLE : FLUIDE AU REPOS

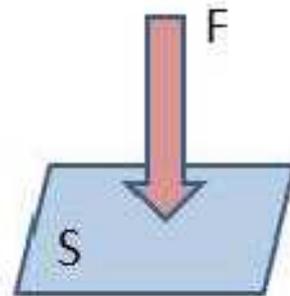
La statique des fluides (ou hydrostatique) est **l'étude des fluides au repos** contrairement à la **dynamique des fluides** qui s'intéresse à l'étude **des fluides en mouvement**. En statique des fluides, il n'y a pas de mouvement macroscopique d'une particule fluide par rapport à une autre

2.1 Pression d'un fluide

Dans un liquide au repos, la pression en un point M représente la force exercée perpendiculairement par le liquide sur une surface S -réelle ou imaginaire- entourant le point M :

$$P = \frac{F}{S}$$

F (N), S (m²) et P (N / m² = Pa)



La pression est une grandeur macroscopique, elle représente la résultante des chocs microscopiques continus qui ont lieu entre les molécules entre elles et contre les parois d'un volume V. Elle est toujours **normale à la surface**.

On note p_{atm} ou p_a la pression atmosphérique. La pression atmosphérique normalisée vaut $p_{\text{atm}} = 1,0125 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Les unités de pression

Unité SI : pascal (Pa)	$1 \text{ Pa} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$
Unités conventionnelles	$1 \text{ bar} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ atm} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $1 \text{ atm} = 1,01325 \text{ bar}$
Autres unités de pression	$1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ torr} = 133,322 \text{ Pa}$ $1 \text{ psi} = 6894,757 \text{ Pa}$ $1 \text{ atm} = 760 \text{ torr} = 760 \text{ mm Hg}$ $1 \text{ atm} = 14,7 \text{ psi}$

2.2 Lois de PASCAL – Relation Fondamentale de l'hydrostatique

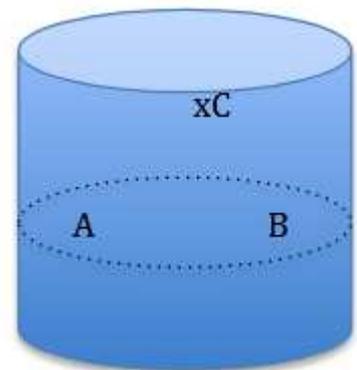
- **Première Loi** : La pression en un point d'un fluide en équilibre est indépendante de l'orientation de la surface du disque qui sert dans sa définition ; elle ne dépend que de la hauteur du fluide au dessus du point considéré et sa masse volumique.
- **Deuxième Loi** : La pression Hydrostatique est la même en tous les points dans un fluide continu cohérent au même niveau. Si $Z_A = Z_B$, alors $P_A = P_B$
- **Troisième Loi** : La Pression augmente avec la profondeur d'une quantité : $\rho g z$.
Si $Z_A < Z_B$, alors $P_A > P_B$

Exemple

Si les deux points A et B sur un même plan horizontal :

$$P_A = P_B$$

Si le point C est au-dessus du point B : $P_C < P_B$



Formule résumé des Lois de Pascal :

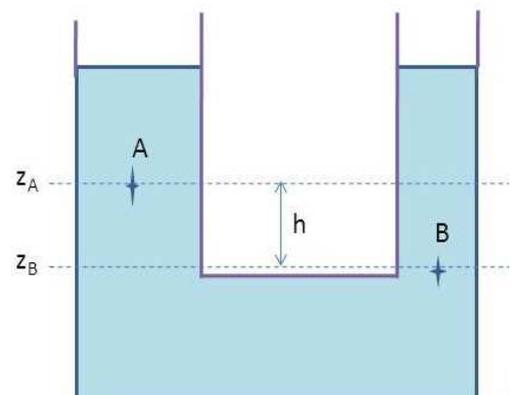
$$P + \rho g z = \text{Constante}$$

$$\text{Ou } P_A + \rho g Z_A = P_B + \rho g Z_B = \dots = cte$$

D'où

$$\Delta P = P_B - P_A = \rho g (Z_A - Z_B)$$

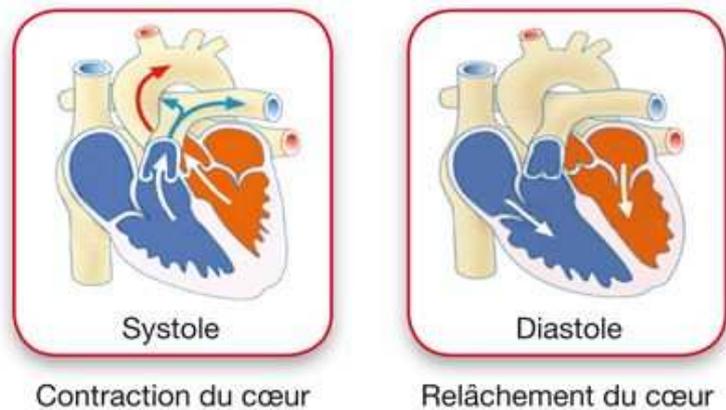
c'est la Relation Fondamentale de l'hydrostatique (RFH)



2.3 Pression artérielle : Application de La R. F. H

C'est la pression statique du sang mesurée au niveau d'une artère, elle varie périodiquement à chaque pulsation cardiaque. Elle doit **se mesurer sur le malade couché**, pour éliminer l'effet d'altitude; **si on la mesure sur un sujet debout ou assis, il faut la mesurer à hauteur du cœur.**

- ❖ **Pression Systolique**: la valeur maximale dite systolique (**contraction cardiaque** c'est-à-dire le moment de l'éjection par le cœur) **vaut**, pour un adulte normal, **130mmHg soit 17kpa.**
- ❖ **Pression Diastolique**: la valeur minimale dite diastolique (**remplissage cardiaque** c'est-à-dire le relâchement du cœur) **vaut**, pour un adulte normal, **80mmHg soit 10kpa.**



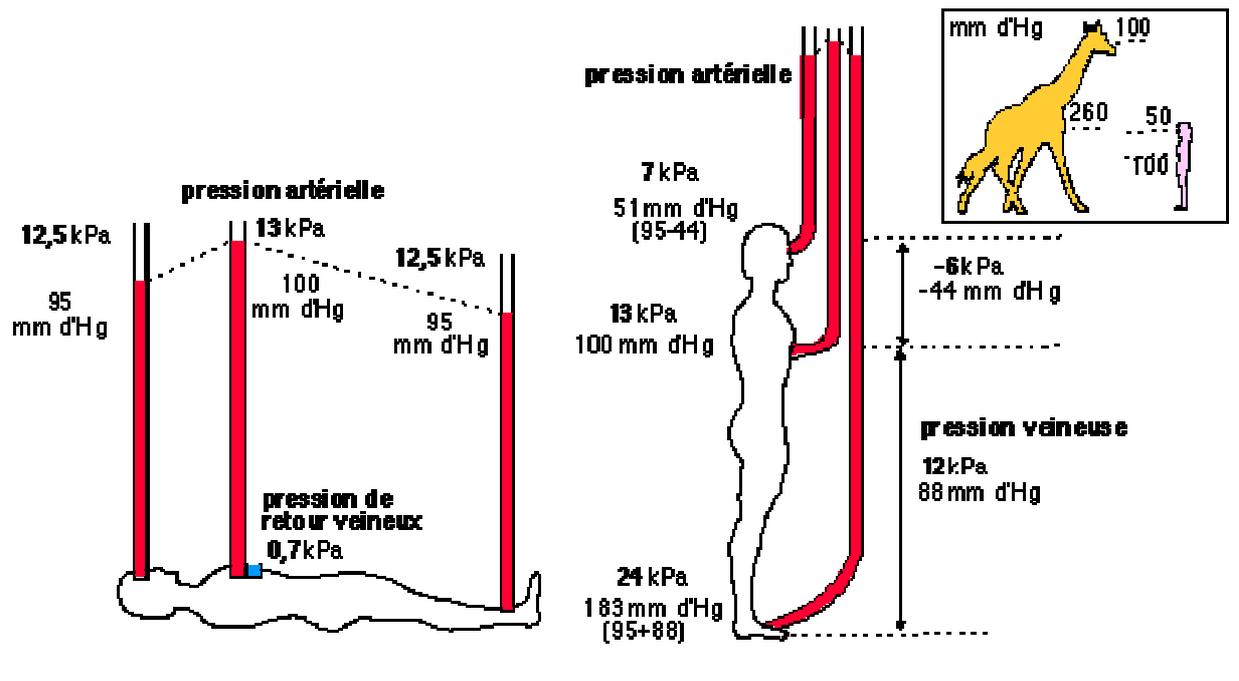
- ❖ **Pression artérielle moyenne** : PAM

$$\text{PAM} = (\text{PA sys} + 2 \text{PA dias}) / 3 \approx 100 \text{ mmHg soit } 13 \text{ kPa}$$

REMARQUE :

- ✓ Une PAM de 13/8 signifie :
 - Une PA maximale de 13 cm Hg
 - Une PA minimale de 8 cm Hg
- ✓ la pression artérielle est la surpression moyenne développée par le ventricule gauche par rapport à la pression atmosphérique.

L'unité internationale de mesure de pression est le pascal (Pa). Toutefois, l'usage fait que la pression artérielle est souvent mesurée soit en centimètres de mercure (cm Hg), soit en millimètres de mercure (mm Hg).



La gravité s'exerce sur la colonne sanguine surtout en position debout

(source : Physiologie animale. Adaptation et milieux de vie, Knut SCHMIDT-NIELSEN, Dunod, 1998)

Exercice

En médecine, la pression artérielle P est aussi appelée tension artérielle T .

Dans l'étude qui suit, on admettra que l'on peut appliquer la loi fondamentale de la statique des fluides.

Un homme de 1,80 m se tient debout. Son cœur se situe à 1,35 m du sol.

1. Calculer la différence de tension artérielle entre son cœur et ses pieds.
2. En déduire la tension artérielle T_p au niveau des pieds.
3. La tension artérielle est-elle la même en tout point du corps de cet homme lorsqu'il est debout ? Justifier la réponse.
4. Même question lorsqu'il est couché. Justifier.

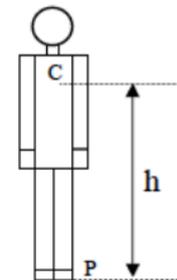
Données :

Tension artérielle au niveau du cœur : $T_c = 13,3$ kPa

Masse volumique du sang : $\rho = 1,06 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$

Solution : Application de RFH



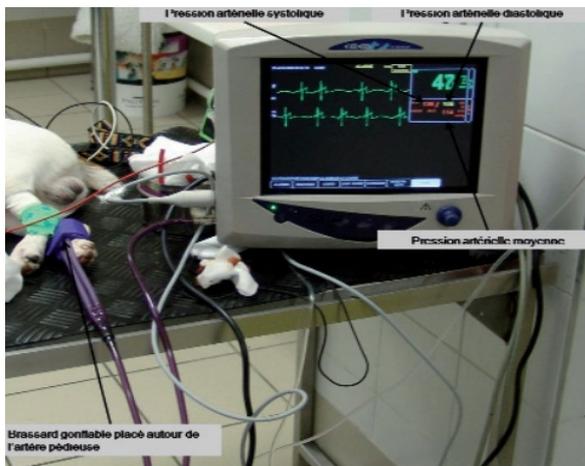
1. $T_c - T_p = \rho g (Z_p - Z_c) = \rho g (-1.35) = -14.038 \text{ KPa}$
2. $T_p = T_c + 14.038 \text{ KPa} = 27.338 \text{ KPa}$
3. Non, elle n'est pas la même. Pour un sujet en position debout, la pression est différente en tout point du corps, elle dépend de la hauteur.
 $T_c - T_t = \rho g (Z_t - Z_c) = \rho g (0.45) = 4.68 \text{ KPa}$
 $T_t = T_c - 4.68 \text{ KPa} = 8.62 \text{ KPa}$
 $T_t < T_c < T_p$
4. Cœur – tête : $T_t = T_c - \rho g (z_c - z_t)$; ($z_t = z_c$) donc $T_t = T_c$
 Pieds – cœur : $T_p = T_c + \rho g (z_c - z_p)$ ($z_p = z_c$) donc $T_p = T_c = T_t$
 Pour un sujet allongé les pressions sont les mêmes dans les pieds et dans la tête.

2.3.1 Mesure de pression artérielle chez le chien et le chat

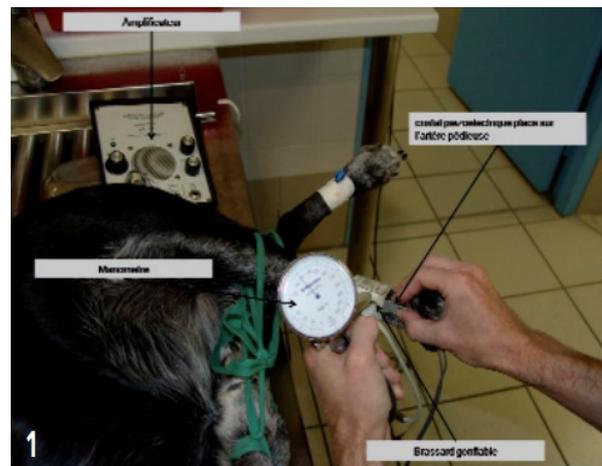
Un animal avec une pression systolique de 120 mmHg et diastolique de 80 mmHg a une pression artérielle de 120/80.

La méthode auscultatoire courante de médecine humaine n'est pas applicable aux animaux, **le pelage empêchant d'écouter directement le bruit du sang dans les artères** à l'aide du stéthoscope. Il est donc nécessaire chez les animaux de compagnie d'utiliser d'autres méthodes de mesures de la pression artérielle.

Les appareils les plus courants développés en médecine vétérinaire sont les suivants :



Les appareils de mesure **oscillométrique**



Les appareils à effet **Doppler**

Les valeurs normales moyennes chez le chien et le chat sont comprises entre:

Pression artérielle systolique: 130-165 mmHg diastolique: 80-120 mmHg

Moyenne : 95-135 mmHg

N. B : Mesurer la pression artérielle de nos carnivores domestiques est désormais accessible et considéré comme incontournable lors de leur bilan de santé.

Elle doit être systématisée car elle permet la détection précoce de certaines maladies.

Sa correction permet également d'éviter des lésions majeures sur des organes essentiels.

2.3.2 Perfusion

La perfusion est un procédé permettant l'injection lente et continue de liquide dans la circulation sanguine habituellement dans une veine.

Un cathéter est placé dans le bras du patient, en un point B

Pour que le liquide puisse s'écouler dans le sang il faut que la pression du liquide au contact du sang P_B soit supérieure à pression sanguine P : $P_B > P$

Or On applique la RFH entre les deux point A et B

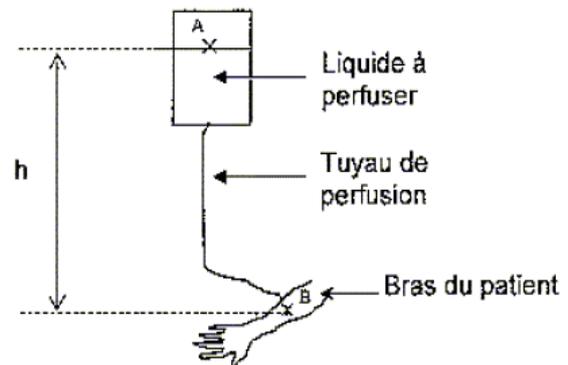
$P_B - P_A = \rho g h$ où ρ masse volumique du liquide à perfuser

Le niveau du liquide à perfuser est horizontal et à la **pression P_A égale la pression atmosphérique** ($p_{atm} = 101300 \text{ Pa}$)

Donc **$P_B = P_A + \rho g h$** , $P_B > P = P_{atm} + \rho g h$

La hauteur h

$$h = \frac{P_B - P_{atm}}{\rho g}$$



2.4 Poussée d'Archimède

On appelle **poussée d'Archimède la force** qu'un fluide (liquide ou gaz) **exerce sur un corps** qui **y est partiellement ou totalement immergé**.

Tout corps de masse volumique ρ_1 **plongé** dans un fluide de masse volumique ρ_2 **reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé** (ce volume est donc égal au volume immergé du corps).

La résultante du poids du corps et la force d'Archimède est dirigée vers le haut (et le corps va flotter sur le liquide en étant partiellement immergé) lorsque ρ_1 est inférieur ρ_2 . Elle est dirigée vers le bas (le corps tombe vers le fond du liquide) dans le cas contraire.

Lorsque $\rho_1 = \rho_2$ le corps reste en en équilibre dans le liquide en étant entièrement immergé, et ne monte ni ne descend, car le force d'Archimède équilibre parfaitement son poids

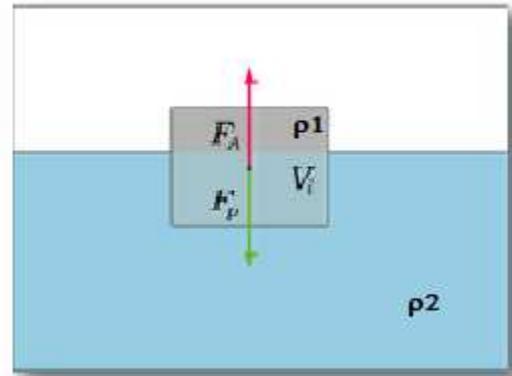
F_A : force d'Archimède

F_P : poids du corps

V_i : volume immergé

ρ_1 : masse volumique du corps

ρ_2 : masse volumique du fluide (liquide)



Si le corps flotte, c'est que son poids est équilibré par la poussée d'Archimède :

$$F_A = F_P$$

La poussée d'Archimède étant égale (en valeur absolue) au poids du volume de liquide déplacé

(égal au volume V_i immergé), on peut écrire : $\rho_2 V_i g = \rho_1 V g$

Le volume immergé vaut donc :

$$V_i = (\rho_1 / \rho_2) V$$

Puisque $V > V_i$, il s'ensuit que $\rho_1 < \rho_2$

V et V_i étant respectivement le volume total du corps et le volume de la partie immergée de ce corps.

3. FLUIDE EN MOUVEMENT

3.1 Débit d'un fluide en mouvement

3.1.1 Définition du débit

C'est le volume de fluide (V) qui traverse une section S par unité de temps

$$D = dV / dt$$

dimension $L^3 T^{-1}$

unité $m^3 s^{-1}$

3.1.2 Relation débit -vitesse d'écoulement

Le mouvement d'un fluide (liquide) dans une canalisation de section S pendant l'unité de temps à une distance au plus égale à $l = v dt$ est caractérisé par son débit D , qui représente le volume balayé par le surface de section S lorsqu'elle avance avec une vitesse v :

Le volume correspondant est : $V = S l$

D'où: $D = V / dt = S l / dt = S v$

$D = S \cdot v = \text{Section} \times \text{Vitesse}$

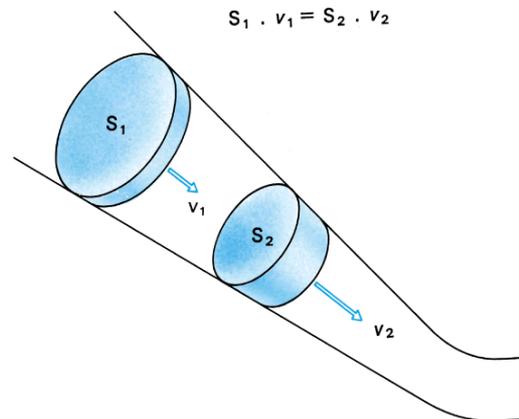
L'unité de débit s'exprime en $m^3 s^{-1}$ (S.I)

En médecine on préfère souvent utiliser des unités comme le litre ou millilitre par minute

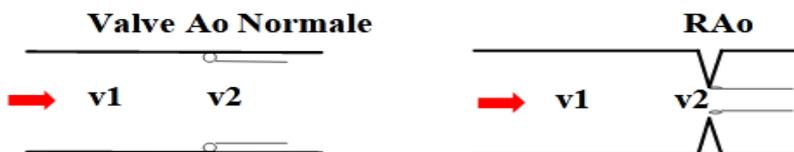
3.2 L'équation de continuité (conservation de débit)

Considérons l'écoulement d'un fluide dans une canalisation entre la section d'entrée 1 et la section de sortie 2. La section est variable, la vitesse d'écoulement v est également variable, mais le débit doit rester constant en suivant le principe que la quantité de fluide qui entre doit ressortir à l'autre coté. L'équation de continuité qui découle de cette remarque exprime que le produit de la section et de la vitesse est constant en tout point du circuit et égal au débit :

$S_1 V_1 = S_2 V_2 = D$



Exemple : Application de l'équation de continuité (conservation de débit) a la mesure de rétrécissement Aortique (RAo) par Echo-doppler



Échographie: mesure des diamètres. Doppler: mesure des vitesses

Diamètre en amont de la valve Ao : 20 mm = d_1

Echo-Doppler : $v_1 = 1 m s^{-1}$ $v_2 = 4 m s^{-1}$

Diamètre du RAo ?

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

$S_2 = S_1 v_1 / v_2$

$\frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi d_1^2}{4} \times \frac{v_1}{v_2}$

$d_2 = d_1 \sqrt{\frac{v_1}{v_2}} = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ mm}$

3.3 Caractéristique de l'écoulement

Les deux régimes d'écoulement d'un liquide visqueux

- **A vitesse moyenne faible l'écoulement est laminaire (cohérent)**
 - Profil parabolique des vitesses lié à la viscosité.
 - Une couche infiniment mince au contact de la paroi ne se déplace pas.
 - V est maximale au centre.
- **A vitesse moyenne élevée l'écoulement devient turbulent**
 - Dans ces conditions la viscosité n'est plus un facteur de cohérence.
 - Les molécules tourbillonnent sans distribution systématisée des vitesses.

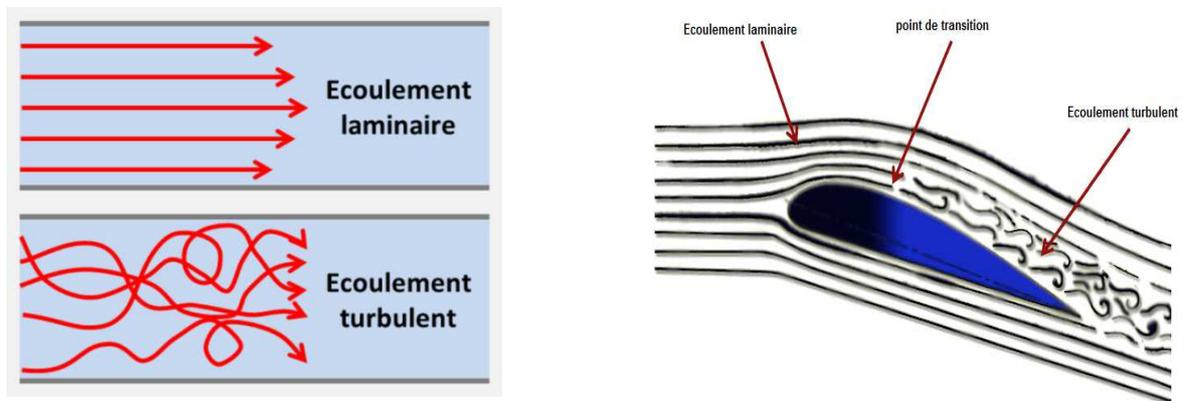


Figure 2. Type d'écoulement d'un fluide

Un écoulement est caractérisé par son nombre de Reynolds (Re), qui permet de se faire une idée de sa stabilité : quand ce nombre est petit, l'écoulement est laminaire, quand il est grand, l'écoulement est en général instable et turbulent. La transition entre les écoulements stables et les écoulements instables voire turbulents est un sujet d'étude important.

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}$$

Re : nombre de Reynolds s.u.

V : vitesse débitante en m/s

D : diamètre en m

ν : viscosité cinématique en m^2/s

μ : viscosité dynamique en $kg/(m.s)$

ρ : masse volumique en kg/m^3

Valeur Re	Ecoulement
Re < 1600	laminaire
1600 < Re < 2400	transitoire
Re > 2400	turbulent

3.4 Energie mécanique d'un fluide

L'énergie mécanique du fluide se décompose en trois catégories : l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie de pression. ces énergies sont exprimées sous forme de pression (pression cinétique, pression potentielle ou hydrostatique et pression intérieure). Elles sont liées respectivement à la vitesse circulatoire, à l'altitude et à la pression.

On exprime c'est trois formes d'énergies en unité de pression (Pa), c'est en fait l'énergie par unité de volume, $\mathbf{Pa = J / m^3}$, et elles participent à la charge du liquide (on parle notamment de perte de charge lorsque l'énergie du fluide est diminuée entre deux points d'un circuit – phénomène qui n'existe que pour un fluide réel à cause des frottements il y a une perte d'énergie)

Energie cinétique : $\mathbf{Ec = 1/2 \rho v^2}$

Energie potentielle ou la pression de pesanteur : $\mathbf{Ep_1 = \rho g z}$

Energie liée à la pression statique : $\mathbf{Ep_2 = P}$

Energie mécanique totale du fluide est la somme de ces trois termes :

$$\mathbf{E_{mec} = P + \rho g z + 1/2 \rho v^2}$$

3.5 Equation de Bernoulli

L'équation de Bernoulli peut être considérée comme un principe de conservation d'énergie adapté aux fluides en mouvement. Le comportement habituellement nommé "effet Venturi" ou "effet Bernoulli" est **la diminution de pression du liquide dans les régions où la vitesse d'écoulement est augmentée**. Cette diminution de pression dans un rétrécissement de conduit peut sembler contradictoire, à moins de **considérer la pression comme une Densité d'énergie**. Au passage dans le rétrécissement la vitesse du fluide, donc son énergie cinétique, doit augmenter aux dépens de l'énergie de pression.

Théorème de Bernoulli : La somme des pressions et des énergies mécaniques par unité de volume est constante tout le long du tube de courant

Formulation usuelle : Pour un écoulement

- **Incompressible** (la masse volumique reste constante),
- **d'un fluide parfait** (les effets visqueux sont négligeables, tout comme les pertes de charge).

La loi de Bernoulli permet d'exprimer le lien entre vitesse du fluide et pression entre les points 1 et 2 peuvent situer n'importe où le long de courant :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Sur une même ligne du courant, la quantité de Bernoulli se conserve, soit :

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + P = Cte$$

Daniel Bernoulli (1700-1782)

Cas particulier : si pas d'écoulement de fluide ($v=0$) on retrouve la R F H :

$$\rho g z + P = Cte$$

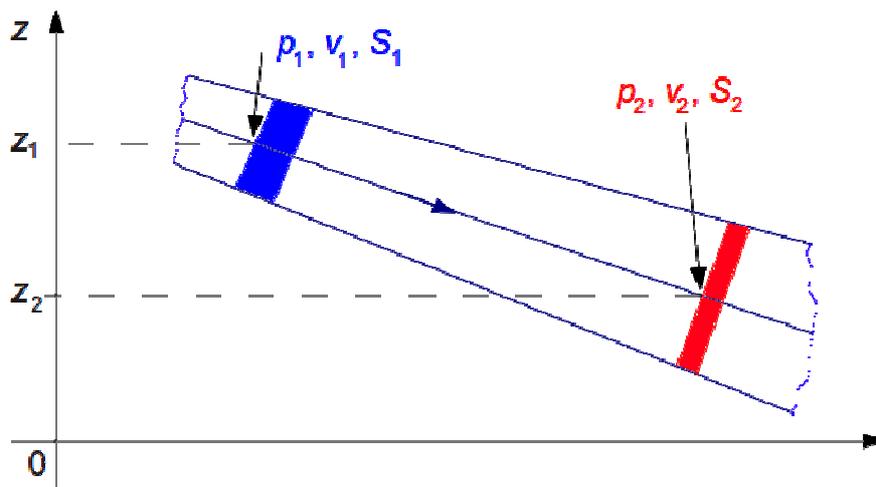


Figure 3. Schématisation du théorème de Bernoulli.

3.5 .1 Application du théorème de Bernoulli

A. Vidange d'un réservoir : Théorème de Torricelli

« Les vitesses de sortie de l'eau par un trou placé en bas d'un cylindre sont en raison doublée des hauteurs de remplissage des dits cylindres »

On considère une cuve remplie d'un liquide parfait et incompressible, dans laquelle a été percé un trou de petite taille à une hauteur h en dessous de la surface libre du liquide. On note A un point choisi au hasard sur la surface libre du liquide et B un point pris au niveau du jet libre généré par le trou.

On suppose que le trou est assez petit pour que :

- le diamètre du trou soit négligeable devant la hauteur h de liquide au-dessus du trou, de manière que h puisse être considéré comme constant au niveau du trou ;
- la surface S_2 du trou soit négligeable devant la surface libre S_1 du liquide ; la conservation du débit impose que $v_A S_1 = v_B S_2$, d'où $v_A \ll v_B$; on peut donc considérer que la hauteur h ne varie pas au cours du temps, et que l'écoulement du liquide est permanent.

L'ensemble du liquide participant à l'écoulement, on peut relier les points A et B au travers d'une ligne de courant.

En admettant enfin que le champ de pesanteur est uniforme à l'échelle de la cuve, il est alors possible d'appliquer le théorème de Bernoulli au niveau des points A et B :

$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

Or la pression au niveau de la surface libre du liquide P_A et la pression au niveau du jet libre P_B sont toutes deux égales à la pression atmosphérique P_{atm} , et d'autre part on peut négliger la vitesse du liquide au point A : $v_A = 0$

On en déduit l'expression de la vitesse du liquide au point B :

$$v_B = \sqrt{2g(Z_A - Z_B)} = \sqrt{2gh}$$

En considérant les différentes hypothèses nécessaires à l'établissement de cette formule, l'analogie avec la chute libre doit être interprétée avec précaution.

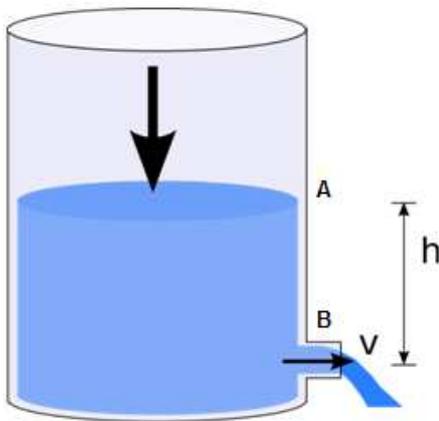


Figure 4. Schéma de principe : un fluide s'écoule par une ouverture située à la distance h du niveau de fluide.

B. Tube de Venturi

Un tube Venturi est un tube de section variable tel que représenté sur la figure 4. Associé au principe de conservation du débit d'un écoulement en conduite, la conservation de la pression totale le long des lignes de courant (équation de *Bernoulli*) conduit naturellement à observer l'effet *Venturi* : un élargissement (rétrécissement) local de la conduite (section) provoque localement une surpression (dépression).

Le tube étant supposé horizontal ($z_1 = z_2 = z_3$), l'équation de Bernoulli se réduit à :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2$$

en appliquant l'équation de continuité $S_1 v_1 = S_2 v_2$, on aboutit à

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] v_1^2$$

La relation exprime que la chute de pression réalisée de la partie resserrée du tube est proportionnelle au carré de la vitesse circulatoire dans la partie large du tube (S_1 , S_2 et ρ étant constantes). Cette propriété permet d'utiliser le tube de venturi pour mesure des vitesses circulatoires, la valeur de cette vitesse étant déduite de la dépression mesurée sur les manomètres. Pour passer au débit, il suffit de multiplier par la surface de section S_1 du tube dans la partie large

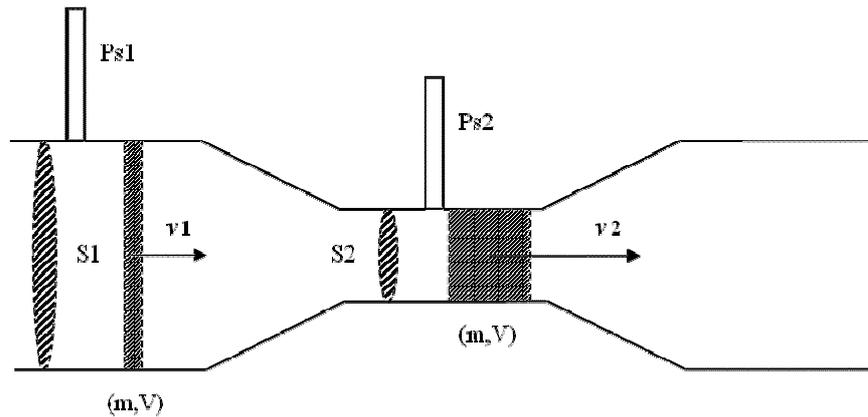
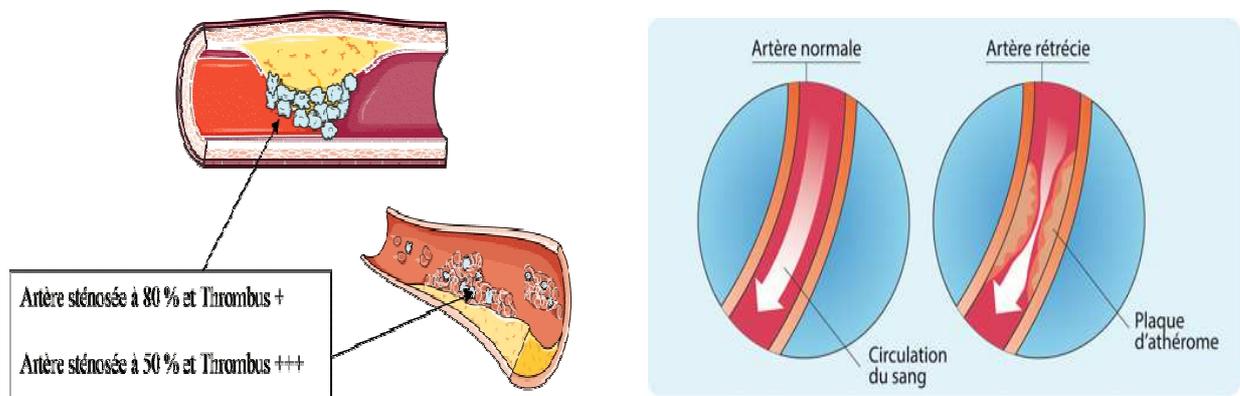


Figure 5. Tube de Venturi : au rétrécissement du tube, la vitesse augmente et la pression diminue

Effet venturi : Application à l'artériosclérose

L'athérosclérose est une maladie (cause dominante de la majorité des affections cardiovasculaires) où le diamètre des artères diminue localement et progressivement par la formation d'une plaque d'athérome : accumulation de lipides et de tissu fibreux, pouvant conduire à une sténose artérielle, voire une thrombose (obstruction totale du flux sanguin _ embolie, AVC, infarctus...)



Mécanisme :

- sans plaque d'athérome, la couche musculaire enrobant l'artère (la média) est suffisamment tonique pour réguler la pression et le débit sanguin (sans cela l'artère serait molle, flasque, et le sang ne serait pas « conduit » tout le long de l'artère) .
- lorsque la plaque d'athérome se forme, le flux sanguin est peu à peu obstrué : sténose Artérielle
→ chute de tension par effet-Venturi à l'intérieur de la sténose
- la couche musculaire exerce toujours la même pression qu'à l'état normal, alors qu'à l'intérieur la pression a diminué → sous la pression externe, l'artère se ferme, le sang s'accumule
- sous la poussée du sang accumulé, l'artère s'ouvre à nouveau, libérant violemment le sang : régime turbulent, le sang va dans tous les sens, « cognant » les parois de l'artère et engendrant un bruit audible à l'auscultation
- de nouveau, l'artère se ferme progressivement, puis s'ouvre, puis se referme... → on entend un souffle à l'auscultation

3.6 Dynamique d'un fluide réel

3.6.1 Influence du frottement

Jusqu'ici, nous n'avons considéré que des fluides parfaits, caractérisés par une viscosité nulle. L'écoulement des fluides réels s'accompagne toujours de frottements internes ; il se fait avec une perte d'énergie et un dégagement de chaleur.

Les fluides réels sont visqueux et freinés dans leur mouvement par une force F proportionnelle à la vitesse du fluide si celle-ci est petite:

$$F \sim \eta v ,$$

où η est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

Dans le Système international d'unités (SI), la **viscosité dynamique** η se mesure donc en pascals secondes (Pa. s = Kg. m⁻¹.s⁻¹), cette dénomination ayant remplacé le poiseuille (Pl), de même valeur (1 Pa s = 1 Pl).

viscosité cinématique $\nu = \eta / \rho$, Elle s'exprime en mètre carré par seconde (m²/s)

Soit la force s'appliquant entre deux couches de vitesses différentes d'un fluide :

$$F = \eta S \frac{dv}{dr}$$

N.B : la pression a peu d'influence sur la viscosité dynamique des liquides.

Par contre la température a une influence importante sur la viscosité, elle diminue lorsque la température augmente.

La relation de Bernoulli ; valable pour le fluide idéal, exprime que l'énergie est conservée le long d'une ligne de courant. Pour un fluide visqueux, il faut ajouter à la relation de Bernoulli un terme d'énergie interne par unité de volume, caractérisant les frottements:

$$E_1 \text{ cinétique} + E_1 \text{ potentielle} + P_1 + \mathbf{E_{int}} = E_2 \text{ cinétique} + E_2 \text{ potentielle} + P_2$$

- ✓ Si le tube a une section constante, la vitesse est constante et la variation d'énergie cinétique est nulle. ($Q=Sv = \text{Cte} \rightarrow E_{\text{cinétique}} = \text{Cte}$)
- ✓ Si le tube est horizontal, la variation d'énergie potentielle de gravitation est nulle. ($\rho g z = \text{Cte}$)

La variation d'énergie interne correspondant aux frottements est alors égale à la variation de pression : $\Delta E_{\text{int}} = \Delta p$

L'énergie utilisée pour vaincre les forces de frottement interne dues à la viscosité est prise aux dépens de l'énergie potentielle de pression.

3.6.2 Relation de Poiseuille-Hagen

La relation de Poiseuille-Hagen **détermine le débit** dans un **petit tube de section circulaire en écoulement laminaire**.

On montre, en exprimant que la somme des forces de viscosité et de pression qui s'exercent sur un petit élément de volume du fluide est nulle (pour que la vitesse soit constante).

$$F_{\text{pression}} = (P_A - P_B) \cdot \pi r^2$$

$$F_{\text{frottement}} = \eta S \frac{dv}{dr}$$

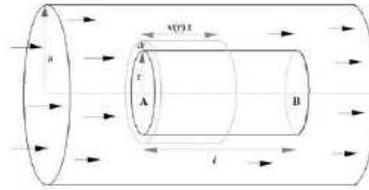
A l'équilibre :

$$F_{px} - F_{fx} = 0$$

$$(p_A - p_B) \cdot \pi r^2 = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dr}$$

$$\Delta p \cdot \pi r^2 = \eta \cdot 2\pi r l \cdot \frac{dv}{dr}$$

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} \cdot r^2$$



Le débit volumique

$$Q_V = S \cdot v = \pi r^2 v$$

$$dQ_V = v \cdot dS = v \cdot 2\pi r dr$$

$$dQ_V = \frac{\Delta p \cdot \pi}{2\eta l} \cdot r^3 dr$$

$$Q_V = \frac{\Delta p \cdot \pi}{2\eta l} \cdot \frac{1}{4} r^4$$

$$Q_V = \frac{\Delta p \cdot \pi}{8\eta l} \cdot r^4 \quad \text{Loi de Poiseuille}$$

$$\Delta p = \frac{8\eta l}{\pi r^4} Q_V \quad \text{Perte de charge}$$

que le débit D du fluide à travers un tube de rayon R est donné par:

$$D = Q_V = \pi \frac{P_A - P_B}{8\eta L} R^4$$

$P_A - P_B$ est la différence de pression entre les 2 extrémités du tube de longueur L; elle est appelée *perte de charge*.

Remarquons que le débit varie comme la puissance quatrième du rayon: si le rayon diminue de moitié, le débit est divisé par 16.

On peut, exprimer **la vitesse moyenne du fluide** :

$$v = D / S \text{ avec } S = \pi R^2$$

$$v = \frac{P_1 - P_2}{8\eta L} R^2$$

On appelle **perte de charge linéaire** K_L la perte de charge par unité de longueur:

$$K_L = \frac{\Delta P}{\Delta L}$$

on voit que K_L vaut: $K_L = \frac{8\eta v}{R^2} = A_L v$

A_L est une constante pour un fluide et un tube donné. Le long d'un tube horizontal de section constante, la pression va diminuer linéairement.

3.6.3 Résistance hydraulique

Elle correspond à la différence de pression entre 2 points ramenée au débit volumique

$$R = \frac{\Delta P}{D} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$$

Dans laquelle :

- D est le débit volumique du fluide
- ΔP la différence de pression amont-aval dans la conduite.

Cette relation n'est valable que pour un écoulement laminaire.

L'unité de la résistance hydraulique R est donc $\text{Pa.s.m}^{-3} = \text{N.s.m}^{-5} = \text{Kg.s}^{-1}.\text{m}^{-4}$

Ces résistances peuvent calculer en cas de **branchement de tuyaux comme des résistances électrique** : $\Delta P = R D \sim$ loi d'Ohm $U = R I$

En cas de tuyaux **en série** (tuyaux mis bout à bout) : $R_{\text{totale}} = R_1 + R_2$

En cas de tuyaux **en parallèle** : $\frac{1}{R_{\text{totale}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

3.6.4 Résistance vasculaire

Lorsque cette variation de pression n'existe pas de manière naturelle dans un réseau de circulation, il faut la créer par l'intermédiaire d'une pompe (dans le corps humain, c'est le **cœur** qui joue ce rôle). La pression la plus élevée est à la sortie de la pompe, la plus faible est à l'entrée de la pompe.

Dans le corps humain, **la résistance hydraulique se nomme résistance vasculaire**. Elle dépend de l'état du système circulatoire. Si les vaisseaux sont obstrués par des plaques d'athérome par exemple, la résistance vasculaire augmente (le passage du sang est plus difficile).

Comme le débit doit être le même, la perte en charge doit augmenter. Le cœur travaille donc plus et se fatigue.

$$P_A = R_V Q_C$$

P_A : pression artérielle

R_V : Résistance vasculaire

Q_C : débit cardiaque

3.6.5 Débit cardiaque

Le **débit cardiaque** correspond au volume de sang éjecté par le cœur en une minute.

Il s'exprime en l. min^{-1} , il dépend de :

- la fréquence cardiaque (f_c),
- le volume de sang éjecté à chaque contraction cardiaque (volume d'éjection systolique (V_s)).

$$Q_C = f_c \times V_s$$

Chez l'homme, le débit cardiaque de repos est d'environ 5 l. min^{-1} (valeur légèrement < chez la femme).

Au cours de l'exercice, ce dernier va augmenter linéairement avec l'intensité pour atteindre des valeurs maximales situées aux alentours de 30 à 40 l. min^{-1} .

Cette élévation permet d'augmenter l'apport en oxygène musculaire afin de couvrir les besoins énergétiques.

3.6.6 Mesure de la vitesse circulatoire sanguine

Le débit cardiaque peut être calculé moyennant **l'échocardiographie-Doppler**.

Effet Doppler est un phénomène s'appliquant aux **ondes ultrasonores** focalisés sur le cœur

L'examen de l'équation fondamentale de l'effet Doppler, fait apparaître que l'angle d'incidence

θ (angle formé par la direction du faisceau d'ultrasons et la direction de l'écoulement sanguin)

intervient par son *cosinus* dans la relation qui lie la *fréquence Doppler* ΔF (grandeur mesurée) à

la vitesse circulatoire sanguine (grandeur que l'on souhaite connaître). Par conséquent, la vitesse

d'écoulement du sang ne peut être connue que si l'angle d'incidence lui-même est connu.

$$\Delta F = 2(F \cdot V \cdot \cos \theta) / C$$

$$V = \frac{c \cdot \Delta F}{2F_e \cos(\theta)_r}$$

A retenir

- ✓ Un fluide est un milieu matériel caractérisé par la propriété d'être **facilement déformable** c'est-à-dire qu'il **n'a pas de forme propre**, il s'adapte à la forme de son contenant. Le fluide est un corps susceptible de **s'écouler facilement**.
- ✓ On considère **les fluides compressibles** comme **les gaz** et **les fluides incompressibles** comme **les liquides**,
- ✓ Si les forces de **frottement internes sont nulles** ; **Un fluide idéal ou parfait peut s'écouler à l'infini**
- ✓ Lorsque il **existe des forces de frottement (viscosité) qui s'opposent à l'écoulement** ; **en considère un fluide réel**

✓ **La pression** d'un fluide : $P = \frac{F}{S}$; F (N), S (m²) et P (N / m² = Pa)

✓ **Fluide au repos** (Statique des fluides)

$$P + \rho g z = \text{Constante} \quad \text{Ou} \quad P_A + \rho g Z_A = P_B + \rho g Z_B = \dots = cte$$

$\Delta P = P_B - P_A = \rho g (Z_A - Z_B)$ c'est la relation fondamentale de l'hydrostatique

✓ On appelle **puissance d'Archimède** la force qu'un fluide exerce sur un corps qui y est partiellement ou totalement immergé : $\rho_2 V_i g = \rho_1 V g$

V et Vi étant respectivement le volume total du corps et le volume de la partie immergée de ce corps

✓ Le débit d'un fluide en mouvement : $D = v.S$

✓ L'équation de continuité : $S_1 V_1 = S_2 V_2 = D$ conservation de débit

✓ Un fluide en mouvement peut présenter deux types d'écoulement

Le régime laminaire et **le régime turbulent**. Un écoulement est caractérisé par son nombre de Reynolds (Re)

✓ **Energie mécanique d'un fluide** : $E_{mec} = P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2$

✓ L'équation de Bernoulli peut être considérée comme un principe de **conservation d'énergie** adapté aux fluides en mouvement :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\boxed{\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = Cte}$$

Daniel Bernoulli (1700-1782)

✓ Daniel Bernoulli : la diminution de pression du liquide dans les régions où la vitesse d'écoulement est augmentée

✓ Influence du frottement indique la perte d'énergie ΔP

✓ Dans les fluides réels :

- le débit D du fluide exprimé par la loi de Poiseuille-Hagen

$$D = Q_V = \pi \frac{P_A - P_B}{8\eta L} R^4 ; \Delta P \text{ perte de charge}$$

- la vitesse moyenne du fluide : $v = \frac{P_1 - P_2}{8\eta L} R^2$

- Résistance hydraulique : $R = \frac{\Delta P}{D} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$

- Résistance vasculaire $P_A = R_V Q_C$

- Le débit cardiaque $Q_C = f_c \times V_s$

- la vitesse circulatoire sanguine

$$V = \frac{c \cdot \Delta F}{2F_e \cos(\theta)_r}$$