

Corrigé des exercices de la série 2

Exercice 1 :

1) Toutes les classes ont la même amplitude a

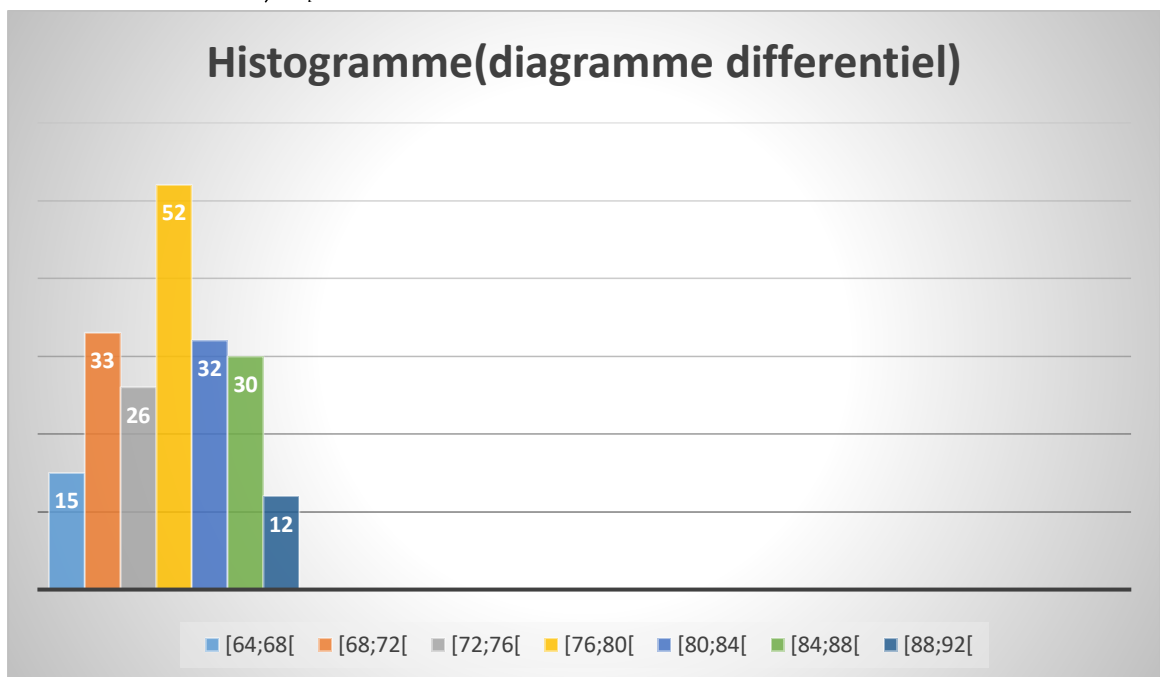
$$\begin{array}{c|c|c}
 e_1 & e_2 & e_3 \\
 \hline
 & &
 \end{array}$$
 ce que nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} e_1 = c_1 - \frac{a}{2} \\ a = c_2 - c_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 70 - 66 = 4 \\ e_1 = 66 - \frac{4}{2} = 64 \end{cases}$$

Et donc les classes sont :

$$[64;68[, [68;72[, [72;76[, [76;80[, [80;84[, [84;88[, [88;92[.$$

2) Histogramme (diagramme différentiel), (comme c'est la même amplitude, nous pouvons prendre n_i au lieu de $\frac{n_i}{a_i}$).



3)

e_i	c_i	n_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$	N_i
[64 ; 68[	66	15	990	65340	[0 ;15[
[68 ; 72[	70	33	2310	161700	[15 ;48[
[72 ; 76[	74	26	1924	142376	[48 ;74[
[76 ; 80[	78	52	4056	316368	[74 ;126[
[80 ; 84[	82	32	2624	215168	[126 ;158[
[84 ; 88[	86	30	2580	221880	[158 ;188[
[88 ; 92[	90	12	1080	97200	[188 ;200[
		200	15556	1220032	

4) On détermine la classe médiane (celle qui contient la médiane)

$$N(Me) = \frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100 \Rightarrow Me \in [76;80[$$

Par interpolation linéaire :

$$Me = b_{m_0} + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{me-1}}{n_{me}} \right) L_{me}$$

$$Me = 76 + \frac{100 - 74}{42} 4$$

$$Me = 78$$

Exercice 2 :

e_i	C_i	n_i	a_i	$\frac{n_i}{a_i}$	N_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$	f_i	F_i
[0 ; 0.5 [	0.25	110	0.5	220	[0 ; 110[	27.5	6.875	0.11	[0 ; 0.14[
[0.5 ; 1[	0.75	140	0.5	280	[110 ; 250[	105	78.75	0.14	[0.14 ; 0.25[
[1 ; 1.4 [	1.2	140	0.4	350	[250 ; 390[	168	201.6	0.14	[0.25 ; 0.39[
[1.4 ; 1.6[	1.5	170	0.2	850	[390 ; 560[	255	382.5	0.17	[0.39 ; 0.56[
[1.6 ; 2[	1.8	190	0.4	475	[560 ; 750[	342	615.6	0.19	[0.56 ; 0.75[
[2 ; 3[	2.5	110	1	110	[750 ; 860[	275	687.5	0.11	[0.75 ; 0.86[
[3 ; 4[	3.5	140	1	140	[860 ; 1000[	490	1715	0.14	[0.86 ; 1[
		1000				1663	3687.8		

1) Moyenne arithmétique

$$\bar{X} = 1.662$$

Médiane (par interpolation)

$$N(M) = 500 \Rightarrow M \in [1.4; 1.6[$$

$$Me = b_{m_0} + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_{me-1}}{n_{me}} \right) L_{me}$$

$$Me = 1.4 + \frac{500 - 390}{170} 0.2$$

$$Me = 1.529$$

- $Q_1; N(Q_1) = 250 \rightarrow Q_1 = 1$
- $Q_3; N(Q_3) = 750 \rightarrow Q_3 = 2$

- Classe modale [1.4 ; 1.6 [

2) Etendue : $E = 4 - 0 = 4$

$$\text{Ecart } IQ = 2 - 1 = 1$$

$$\text{Variance : } \text{var}(X) = 3.687 - (1.662)^2 = 0.923$$

$$\text{Ecart type : } \sigma_X = 0.961$$

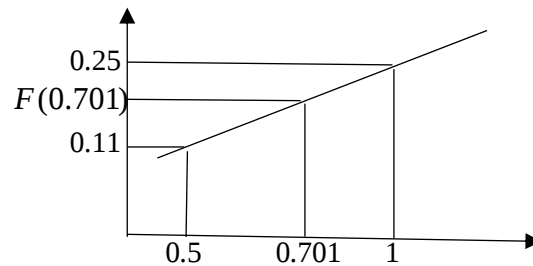
3) $[\bar{X} - \alpha; \bar{X} + \alpha] = [0.701; 2.623]$

Si f_1 (fréquence relative) est le pourcentage d'individus appartenant à $[\bar{X} - \alpha; \bar{X} + \alpha]$

Alors $f_1 = F(\bar{X} + \alpha) - F(\bar{X} - \alpha)$, ($F(X)$ est la fréquence cumulée de X)

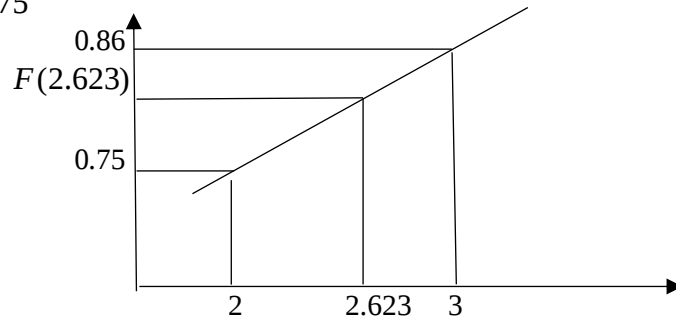
$$f_1 = F(2.623) - F(0.701)$$

$$\frac{0.701-0.5}{1-0.5} = \frac{F(0.701)-0.11}{0.25-0.11} \rightarrow F(0.701) = 0.166$$



$2.623 \in [2; 3]$, On utilise l'interpolation linéaire

$$\frac{2.623-2}{3-2} = \frac{F(2.623)-0.75}{0.86-0.75} \rightarrow F(2.623) = 0.818$$



Ainsi $f_1 = 0.652$ c-a-d 65.2%

Exercice 3 :

e_i	C_i	n_i	f_i	F_i	$n_i c_i$	$n_i c_i^2$
$[0 ; 2[$	1	90	0.225	$[0 ; 0.225[$	90	90
$[2 ; 4[$	3	25	0.0625	$[0.225 ; 0.2875[$	75	225
$[4 ; 6[$	5	30	0.075	$[0.2875 ; 0.3625[$	150	750
$[6 ; 8[$	7	11	0.0275	$[0.3625 ; 0.39[$	77	539
12	12	44	0.11	$[0.39 ; 0.5[$	528	6336
14	14	120	0.3	$[0.5 ; 0.8[$	1680	23520
16	46	50	0.125	$[0.8 ; 0.925[$	800	12800
20	20	30	0.075	$[0.925 ; 1[$	600	12000
		400	1		4000	56260

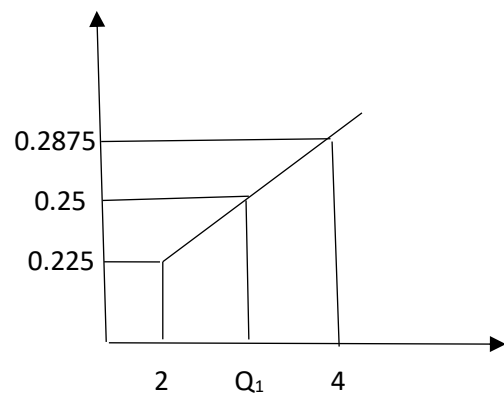
$$*\bar{X} = \frac{4000}{400} = 10$$

$$*Var(X) = \frac{56260}{400} - 10^2 = 40.65$$

$$1) *\alpha = \sqrt{Var(X)} = 6.375$$

$$*F(Me) = 0.5 \Rightarrow \text{intervalle médiane } Me \in [12; 14[$$

$$*F(Q_1) = 0.25 \Rightarrow Q_1 \in [2; 4[\text{ par interpolation linéaire}$$



$$Q_1 = 2.8$$

$$F(Q_3) = 0.75 \Rightarrow Q_3 = 11.2$$

2) $\bar{X} - \alpha = 10 - 6.375 = 3.625 \in [2; 4]$, Je calcule alors $F(3.625)$ par interpolation linéaire

$$F(3.625) = 0.2445 \text{ On a}$$

$$F(R) - F(3.625) = 0.1 \Rightarrow F(R) = 0.3445$$

$$F(R) = 0.3445 \Rightarrow R \in [4; 6]$$

Par interpolation linéaire on trouve $R = 5.52$