جامعة قسنطينة 1
كلية علوم التكنولوجي
قسم علوم التكنولوجيا

السنة الجامعية 2014/2013
السداسي الأول
المدة: ساعة و نصف

الامتحان الاستدراكي في مقياس الرياضيات 1

التمرين الأول (4 نقاط):

برهن ان العلاقة التالية هي علاقة ترتيب:

$$\forall x, y \in IR: x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^3 - y^3 \leq 0$$

التمرين الثاني (5 نقاط):

بين ان المجموعة التالية هي فضاء شعاعي جزئي ثم أوجد الأساس مستنتجا البعد:

$$A = \{(x, y, z) \in IR^3 : x + 2y - z = 0 \ et \ x = -y\}$$

التمرين الثالث (5 نقاط):

بين ان التطبيق التالي هو تطبيق خطي ثم اوجد النواة مستنتجا الصورة و مستنتجا كذلك كون هذا التطبيق تقابلي ام لا:

$$f: IR^2 \longrightarrow IR^2$$

$$(x, y) \mapsto (x + y, x - 2y)$$

التمرين الرابع (6 نقاط):

1. أدرس استمرار و اشتقاق التابع التالي عند النقطة المعينة:

$$f(x) = |x - a|; \ \ x_0 = a$$

2. أحسب النهاية التالية بطريقتين: طرقة لوبيتال و طريقة النشر المحدود.

$$\lim_{x \mapsto 0} \frac{sinx - x}{x(1 - cosx)}$$

بالتوفيق

الحل النموذجي للامتحان الاستدراكي في مقياس الرياضيات

التمرين الاول:

نقول عن العلاقة أنها علاقة ترتيب إذا: 1. انعكاسية 2. ضد تناظرية 3. متعدية	0.5
1. انعكاسية: $\forall x \in IR: x\mathcal{R}x\ ?$ $\forall x \in IR: x^3 - x^3 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \geq 0$	0.5
أي أن: $\forall x \in IR: x\mathcal{R}x$ و منه العلاقة هي علاقة انعكاسية	0.5
2. ضد تناظرية: $\forall x, y \in IR: x\mathcal{R}y$ و $y\mathcal{R}x \Longrightarrow x = y\ ?$	0.25
$\forall x, y \in IR: x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^3 - y^3 \geq 0 \Leftrightarrow x - y \geq 0 \Leftrightarrow x \geq y \ldots\ldots 1$ $\forall x, y \in IR: y\mathcal{R}x \Leftrightarrow y^3 - x^3 \geq 0 \Leftrightarrow y - x \geq 0 \Leftrightarrow y \geq x \ldots\ldots 2$ من 1 و 2 نستنتج أن: $x = y$	0.5
أي أن: $\forall x, y \in IR: x\mathcal{R}y$ و $y\mathcal{R}x \Longrightarrow x = y$ ومنه العلاقة ضد تناظرية	0.25
3. متعدية: $\forall x, y, z \in IR: x\mathcal{R}y$ و $y\mathcal{R}z \Longrightarrow x\mathcal{R}z\ ?$	0.25
$\forall x, y, z \in IR: x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x^3 - y^3 \geq 0 \ldots\ldots\ldots 1$ $\forall x, y, z \in IR: y\mathcal{R}z \Leftrightarrow y^3 - z^3 \geq 0 \ldots\ldots\ldots 2$	0.25
بجمع 1 و 2 نجد أن: $\forall x, y, z \in IR: x^3 - z^3 \geq 0 \Leftrightarrow x\mathcal{R}z$	0.25
أي أن: $\forall x, y, z \in IR: x\mathcal{R}y$ و $y\mathcal{R}z \Longrightarrow x\mathcal{R}z$ و منه العلاقة متعدية	0.25
نتيجة: بما ان العلاقة انعكاسية و ضد تناظرية و متعدية فإن العلاقة هي علاقة ترتيب.	0.5

التمرين الثاني:

$$A = \{(x, y, z) \in IR^3: x + 2y - z = 0\ et\ x = -y\}$$

1. **بيان انها فضاء شعاعي جزئي:**

$\forall (x, y, z), (x', y', z') \in A; \forall \alpha, \lambda \in IR: \alpha(x, y, z) + \lambda(x', y', z') \in A\ ?$..............0.5

$$\alpha(x, y, z) + \lambda(x', y', z') \in A\ ? \Leftrightarrow (\alpha x, \alpha y, \alpha z) + (\lambda x', \lambda y', \lambda z') \in A\ ?$$

$\Leftrightarrow (\alpha x + \lambda x', \alpha y + \lambda y', \alpha z + \lambda z') \in A\ ? \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha z + \lambda z' + 2(\alpha y + \lambda y') - (\alpha z + \lambda z') = 0 \\ \alpha z + \lambda z' = -(\alpha y + \lambda y') \end{cases} ?$..............0.5

$\forall (x, y, z) \in A \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha x + 2\alpha y - \alpha z = 0 \ldots .1 \\ \alpha x = -\alpha y \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2 \end{cases}; \forall \alpha \in IR$.........0.5

$\forall (x', y', z') \in A \Leftrightarrow \begin{cases} x' + 2y' - z' = 0 \\ x' = -y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha x' + 2\alpha y' - \alpha z' = 0 \ldots .3 \\ \alpha x' = -\alpha y' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4 \end{cases}; \forall \lambda \in IR$..........0.5

بجمع 1 و3 ثم جمع 2 و4 نحصل على المطلوب وهو:

$\forall (x, y, z), (x', y', z') \in A; \forall \alpha, \lambda \in IR: \Leftrightarrow \alpha(x, y, z) + \lambda(x', y', z') \in A$ 0.5

أي ان المجموعة هي فضاء شعاعي جزئي

---

2. **إيجاد الاساس**:

$$\forall(x,y,z)\in A \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-z=0 \\ x=-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=x+2y \\ x=-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=y \\ x=-y \end{cases} \text{.....................0.5}$$

$$\forall(x,y,z)\in A \Leftrightarrow (x,y,z)=(-y,y,y)=y(-1,1,1)\text{..................0.5}$$

أي أن الشعاع :

$$(-1,1,1)\text{...........0.5}$$

هو أساس للفضاء الشعاعي الجزئي أي:

$$A=[(-1,1,1)]\text{.....................0.5}$$

3. **استنتاج البعد**:

$$dimA=1\text{...........................0.5}$$

التمرين الثالث:

$$f: IR^2 \longrightarrow IR^2$$

$$(x,y)\mapsto(x+y,x-2y)$$

1. بيان أنه تطبيق خطي:

$$\forall(x,y),(x',y')\in IR^2;\forall\alpha,\lambda\in IR: f\big(\alpha(x,y)+\lambda(x',y')\big)=\alpha f(x,y)+\lambda f(x',y')?\text{.......0.5}$$

$$f\big(\alpha(x,y)+\lambda(x',y')\big)=f(\alpha x+\lambda x',\alpha y+\lambda y')$$

$$=(\alpha x+\lambda x'+\alpha y+\lambda y',\alpha x+\lambda x'-2\alpha y-2\lambda y')\text{............0.5}$$

$$=(\alpha x+\alpha y,\alpha x-2\alpha y)+(\lambda x'+\lambda y',\lambda x'-2\lambda y')$$

$$=\alpha(x+y,x-2y)+\lambda(x'+y',x'-2y')=\alpha f(x,y)+\lambda f(x',y')\text{.............0.5}$$

و هو المطلوب.

---

2. ايجاد النواة:

$$Kerf=\{(x,y)\in IR^2: f(x,y)=(0,0)\}\text{..........0.5}$$

$$f(x,y)=(0,0)\Leftrightarrow(x+y,x-2y)=(0,0)\Leftrightarrow\begin{cases} x+y=0 \\ x-2y=0 \end{cases}\Leftrightarrow x=y=0\text{.........0.5}$$

و منه لدينا:

$$Kerf=\{(0,0)\}\Leftrightarrow dim(Kerf)=0\Leftrightarrow \text{متابينتطبيق } f\text{.........1}$$

3. استنتاج الصورة

بما ان مجموعة البدء هي نفسها مجموعة الوصول و التطبيق هو تطبيق خطي و متباين فإن التطبيق يكون غامر أي:...........0.5

$$Imf = IR^2 \text{..........}0.5$$

و منه التطبيق تقابلي................0.5

التمرين الرابع:

1. التابع هو:

$$f(x) = |x-a| = \begin{cases} x-a; & x \geq a \\ -x+a; & x \leq a \end{cases}; \quad x_0 = a$$

دراسة الاستمرار:

لدينا:

$$f(a) = 0 \text{........}0.25$$

$$\lim_{x\mapsto a} f(x) = \lim_{x\mapsto a} |x-a| = 0 = f(a) \text{..........}0.25$$

و منه التابع مستمر عند النقطة a

دراسة الاشتقاق

دراسة الاشتقاق من اليمين:

$$\lim_{x\mapsto a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x\mapsto a^+} \frac{x-a}{x-a} = 1 \text{ ....}0.5$$

و منه التابع قابل للاشتقاق من اليمين و لدينا:

$$f'_d(a) = 1$$

دراسة الاشتقاق من اليسار:

$$\lim_{x\mapsto a^-} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x\mapsto a^+} \frac{-(x-a)}{x-a} = -1 \text{............}0.5$$

و منه التابع قابل للاشتقاق من اليسار و لدينا:

$$f'_g(a) = -1$$

و بما ان:

$$f'_d(a) \neq f'_g(a) \text{...............}0.5$$

و منه التابع غير قابل للاشتقاق عند النقطة a

2. لدينا النهاية التالية:

$$\lim_{x\mapsto 0} \frac{sinx - x}{x(1-cosx)}$$

- استعمال قاعدة لوبيتال:

$$\lim_{x\mapsto 0}\frac{sinx-x}{x(1-cosx)}=\frac{0}{0}\text{ ح ع ت }\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 0.25$$

$$\lim_{x\mapsto 0}\frac{sinx-x}{x(1-cosx)}=\lim_{x\mapsto 0}\frac{cosx-1}{1-cosx+xsinx}=\frac{0}{0}\text{ ح ع ت }\ldots\ldots\ldots 0.5$$

$$\lim_{x\mapsto 0}\frac{cosx-1}{1-cosx+xsinx}=\lim_{x\mapsto 0}\frac{-sinx}{sinx+sinx+xcosx}=\frac{0}{0}\ldots\ldots\ldots\ldots 0.5$$

$$\lim_{x\mapsto 0}\frac{-sinx}{sinx+sinx+xcosx}=\lim_{x\mapsto 0}\frac{-cosx}{3cosx-xsinx}=-\frac{1}{3}\ldots\ldots\ldots\ldots 0.5$$

و منه النهاية باستعمال قاعدة لوبيتال هي:

$$\lim_{x\mapsto 0}\frac{sinx-x}{x(1-cosx)}=-\frac{1}{3}\ldots\ldots\ldots\ldots 0.25$$

- استعمال النشر المحدود:

لدينا أولا:

$$sinx=x-\frac{1}{3!}x^3+o(x^3)\ldots\ldots\ldots\ldots 0.5$$

$$cosx=1-\frac{1}{2!}x^2+o(x^3)\ldots\ldots\ldots\ldots 0.5$$

بالتعويض في النهاية نجد:

$$\lim_{x\mapsto 0}\frac{sinx-x}{x(1-cosx)}=\lim_{x\mapsto 0}\frac{x-\frac{1}{3!}x^3+o(x^3)-x}{x\left(1-1+\frac{1}{2!}x^2+o(x^3)\right)}=-\frac{1}{3}\ldots\ldots\ldots\ldots 0.5$$

أي أن النهاية :

$$\lim_{x\mapsto 0}\frac{sinx-x}{x(1-cosx)}=-\frac{1}{3}\ldots\ldots\ldots\ldots 0.5$$

Université Constantine 1
Département Science et techniques ST
Faculté : Sciences et technologie

Année Universitaire:2013/2014

0K

CONTROLE EN INFORMATIQUE 1
L M D – ST
Durée : 1H 30 mn, 09 Avril 2014

- **EXERCICE 1 :(06 POINTS)**

Soit l'algorithme suivant:

```
Algorithme XXX
Variables:
   N, test, i: Entier
Début
   Lire (N)                                  1
   SI N<0 alors
     Ecrire ('erreur, le nombre entré doit
      être positif')                         2
   Sinon
     test ←1                                 3
     Pour i allant de 1 à N faire            4
        test ← test *i                       5
     Fin pour
     Ecrire (test)                           6
   Fin si
Fin
```

- **Questions:**

1. Montrer le tracé d'exécution pour:
   - (N= -5) **(1 pts)**
   - (N= 3) **(2 pts)**
   - (N= 5) **(2 pts)**
2. Que fait cet Algorithme ? **(1 pt)**
3. **EXERCICE 2 :(4 POINTS)**

Ecrire un algorithme qui demande **deux** nombres à l'utilisateur et l'informe ensuite si leur **produit** est **négatif** ou **positif**

EXERCICE 3 :(5 POINTS)

Ecrire un algorithme qui demande un nombre de départ **supérieur à 100**, et qui calcule **le nombre** et **la somme** de tous les nombres **paires** inférieur à ce nombre.

EXERCICE 4 :(05 POINTS)

Répondre par « **vrais** » ou « **faux** » aux expressions suivantes:

1) La mémoire centrale d'un ordinateur est temporaire et contient tous les programmes stockés dans l'ordinateur.
2) Le logiciel est un ensemble d'applications qui se composent d'un ensemble de programmes.
3) Un algorithme est exécutable directement par n'importe quel ordinateur.
4) La Troisième génération 1966-1973 se caractérise par l'apparition d'une nouvelle technologie basée sur le transistor et le circuit intégré.
5) La taille d'infos « tronc commun ST » $= 2^2(2^4+2^3+2^2+2)$ octet.

CORRIGE TYPE DE CONTROLE DE RATTRAPAGE N°01 « INFORMATIQUE 1 »
UNIVERSITE 2 –CONSTANTINE- ANNEE 2013_2014

Solution des exercices proposés

Exercice 1:

- le tracé d'exécution pour (N= -5)

étape	N	Test	I	Ecran	points
1	-5	/	/	/	0,5
2	-5	/	/	Erreur, le nombre entré doit être positif	0,5

- le tracé d'exécution pour (N = 3)

Etape	N	Test	I	Ecran	points
1	3	/	/	/	0,125
3	3	1	/	/	0,125
4	3	1	1	/	0,125
5	3	1	1	/	0,125
4	3	1	2	/	0,125
5	3	2	2	/	0,125
4	3	2	3	/	0,25
5	3	6	3	/	0,25
6	3	6	3	6	0,25

- le tracé d'exécution pour (N = 5)

Etape	N	Test	I	Ecran	points
1	5	/	/	/	0,125
3	5	1	/	/	0,125
4	5	1	1	/	0,125
5	5	1	1	/	0,125
4	5	1	2	/	0,125
5	5	2	2	/	0,125
4	5	2	3	/	0,125
5	5	6	3	/	0,125
4	5	6	4	/	0,125
5	5	24	4	/	0,125
4	5	24	5	/	0,25
5	5	120	5	/	0,25
6	5	120	5	120	0,25

2. Cet Algorithme calcule le factoriel de N c'est-à-dire N ! **(1pt)**

CORRIGE TYPE DE CONTROLE DE RATTRAPAGE N°01 « INFORMATIQUE 1 »
UNIVERSITE 2 –CONSTANTINE- ANNEE 2013_2014

Solution des exercices (suite)

Exercice 2 (4 pts)

Algorithme signe-produit 0,25

Variables

X1, X2, Prod : réel ; 0,75

Début

Ecrire ('entrer, svp deux nombres') 0, 5 pt

Lire (x1,X2) 0,25

Prod ← X1*X2 0,25

Si prod > 0 alors 0.5

Ecrire (' produit positif') 0,5

Sinon

Si prod < 0 alors 0.5

Ecrire (' produit négatif') 0,5

Finsi

Fin.

Remarques:

- *Il faut tester la négation sinon la solution est fausse*
- *On peut utiliser deux si successives cad :*

Si prod > o alors
Ecrire (' produit positif')
finsi
Si prod < 0 alors
Ecrire('produit négatif')
Finsi

Exercice 3 (5 pts)

Algorithme nombre-paire ; 0,25

Variables

N,CP, som : entier ; 0.75 pt

Début

Ecrire ('veuillez entrer svp, un nombre entier supérieur à 100') ; 0,25

Lire(N) ; 0,25

CORRIGE TYPE DE CONTROLE DE RATTRAPAGE N°01 « INFORMATIQUE 1 »
UNIVERSITE 2 –CONSTANTINE- ANNEE 2013_2014

Suite de la solution de l'exercice N°3

Si N < =100 alors 0,25

Ecrire (' erreur, le nombre entré doit être supérieur à 100) 0,5

0.125 Sinon 0.25

Cp ← 0 0.25

som ←0 0,25

Pour I allant de 1 **jusqu'à** N faire 0,5

Si I mod 2 =0 alors 0,25 pt

0,125

Cp ← cp +1 0,25

Som ← som +I 0.25p

Finsi

Finpour

Ecrire ('le nombre de nombres paires est :', cp) 0,25pt

Ecrire ('leurs somme est :', som) 0,25 pt

Finsi

Fin

Remarques:

- *On peut faire pour i allant de o à N pas =2 et dans ce cas ce n'est pas la peine de faire le test du nombre paire, on enlève l'instruction si i mod 2. Le barème devient 0,75 pour chacune de deux instructions cp et som.*
- *On peut utiliser une seule instruction de l'écriture pour cp et som.*

Exercice 4: (5 pts) :

Pour chaque réponse juste 1 point

N° de l'expression	réponse
1	Faux
2	Vrai
3	Faux
4	Vrai
5	Vrai