MECANIQUE DES FLUIDES

1.1 Notions générales

On appelle fluide un **corps susceptible de s'écouler facilement.** *Un fluide doit donc être* **déformable** *; c'est-à-dire qu'il n'a* **pas de forme propre.**

L'état fluide englobe donc principalement deux états physiques :
L'état gazeux; l'état liquide.

Un fluide est un *milieu continu* : même si l'on choisit un très petit élément de volume , il sera toujours beaucoup plus grand que la dimension des molécules qui le constitue. Une gouttelette de brouillard, aussi petite soit-elle à notre échelle, est toujours immense à l'échelle moléculaire. Elle sera toujours considérée comme un milieu continu ; on parle alors parfois de particule fluide.

Exercice : Calculer le nombre N de molécules contenues dans 1 mm^3 de gaz puis dans 1μm^3.

Solution : Soit V_m = 25 L/mol le volume molaire à température ambiante et à la pression normale ;

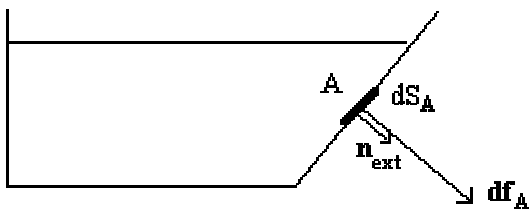
N_{av} = $6{,}02.10^{23}$ mol^{-1}. pour 1 cm^3 et $24{,}1.10^6$ pour 1μm^3

$$N = \frac{N_{av}V}{V_m} = \frac{6{,}02.10^{23} \times 10^{-9}}{25.10^{-3}} = 2{,}41.10^{16}$$

1.2 Pression sur une paroi

Les fluides exercent sur les parois avec lesquelles ils sont en contact *des forces pressantes normales* à ces surfaces.

Soit df_A la force pressante exercée par un fluide sur un élément de surface dS_A :



La pression p_A du fluide en A est une grandeur scalaire positive, définie par :

$$p_A = \frac{\|df_A\|}{dS_A}$$

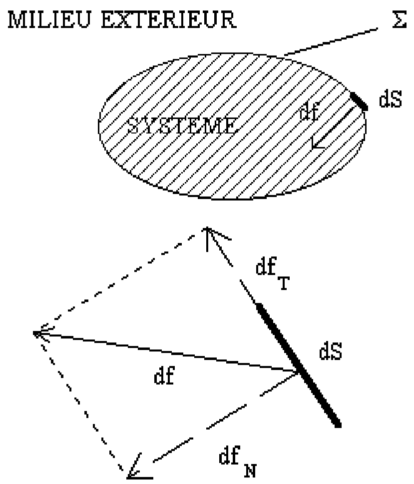
Si l'on cherche à faire intervenir le vecteur force df_A, l'équation n'est plus homogène. On est amené à introduire un vecteur unitaire surface n_{ext} dirigé vers l'extérieur de façon à ce que la pression soit effectivement positive.

Par définition, la *relation de définition d'une pression* devient donc :

$$p_A = \frac{\mathbf{df}_A}{\mathrm{d}\,S_A \mathbf{n}_{ext}} \qquad \text{ou} \qquad \mathbf{df}_A = p_A \,\mathrm{d}\,S_A \mathbf{n}_{ext}$$

3. Fluides parfaits

Soit un *système* fluide, c'est-à-dire un volume délimité par une surface fermée Σ fictive ou non.



Considérons une force df exercée par le milieu extérieur sur un élément de surface dS de Σ .On peut toujours la décomposer en deux composantes:

df_T composante *tangentielle* à dS.

df_N composante *normale* à dS.

On parle de fluide parfait quand la composante df_T est nulle. Autrement dit, la force df est *normale* à l'élément de surface dS.

Conséquence physique : Dans un fluide parfait, il n'existe pas de force qui s'opposent au glissement des particules fluides les unes sur les autres.

Remarque 1 : La notion de fluide parfait constitue un modèle limite : les fluides parfaits n'existent pas (l'eau sèche existerait-elle ?). Dans un fluide réel, l'existence de contraintes tangentielles df_T se manifeste par une résistance à l'écoulement que l'on appelle *viscosité*.

Remarque 2 : En pratique, *cette composante tangentielle s'annule avec la vitesse*. Pour un fluide au repos (en équilibre mécanique), la statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits.

Cette distinction n'apparaîtra qu'en *dynamique des fluides*.

4. Unités de pression

4.1 Unité du système international

La formule de définition nous indique qu'une pression est homogène au rapport d'une force sur une surface. Dans le système international d'unités cela correspond au *newton par mètre carré*. Cette unité s'appelle le *pascal* (Pa).

Cette unité étant faible, on exprime plutôt les pressions en hecto (hPa), kilo (kPa) ou méga pascals (MPa).

Ordre de grandeur : Un pascal représente environ la pression exercée par un confettis posé sur votre main... si vous prenez une feuille de papier $100 g/m^2$ pour le confectionner !

4.2 Autres unités et valeurs particulières:

S'il ne faut citer que les unités encore rencontrées :

le *bar* : 1 bar = 10^5 Pa

le *millimètre de mercure* : 1 mm Hg = 133,322 Pa On retiendra 1013,25 hPa = 760 mm Hg

La pression normale vaut 101325 Pa soit 1,01325 bar : cette valeur correspondait à l'*atmosphère* (atm) qui ne doit plus être utilisée.

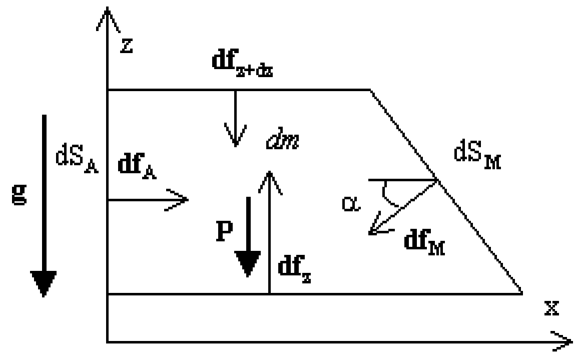
5. Pression en un point d'un fluide:

Considérons un volume élémentaire de fluide d*V* en équilibre, de masse d*m*, délimité par :

Des surfaces latérales dS_G verticale sur la paroi de gauche et dS_M oblique sur la paroi droite.

Des surfaces avant et arrière dS_{Av} et dS_{Ar} verticales.

Des surfaces horizontales d'altitudes *z* et *z* + d*z*



Remarque : Les faces avant et arrière ne sont pas représentées.

Chaque élément de surface est soumis de la part du fluide extérieur à des forces pressantes.

Écrivons la condition d'équilibre

$$\sum \mathbf{df} = \mathbf{df}_M + \mathbf{df}_A + \mathbf{df}_{(z)} + \mathbf{df}_{(z+dz)} + \mathbf{df}_{Av} + \mathbf{df}_{Ar} + \mathbf{g}\,dm = 0$$

La pression au point M du fluide est définie par :

$$\mathbf{df}_M = p_M \, dS_M \mathbf{n}_{ext}$$

Écrivons l'équilibre selon l'axe horizontal Ox

$$p_M dS_M \cos\alpha = p_A dS_A \qquad \text{or} \qquad dS_M \cos\alpha = dS_A$$

$$\Rightarrow p_M = p_A$$

Cette pression p_M est indépendante du choix de la surface dS_M , donc de M. La pression au sein d'un fluide existe et est définie partout dans le fluide.

Équilibre selon l'axe horizontal Oy

Un raisonnement analogue le long de l'axe Oy concerne les faces avant et arrière abouties à l'égalité des pressions "à l'avant" et à "l'arrière"

Sur un plan horizontal, il y a donc toujours la même pression.Les surfaces horizontales sont des surfaces isobares

L'équation fondamentale de la statique des fluides

Il s'agit d'une propriété de la pression dans un *fluide en équilibre dans le champ de pesanteur*.

Si l'on note d*p* la variation de pression entre *z* et *z+dz* :

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz$$

On obtient une relation différentielle qui constitue *l'équation fondamentale de la statique des fluides*.

N.B. : Tant que l'altitude ne change pas (d*z* = 0), la pression reste constante (d*p* = 0). Les surfaces horizontales sont donc bien isobares.

Application aux fluides incompressibles

Hypothèses implicites : ρ = constante ; g = constante.

Expression de l'équation fondamentale

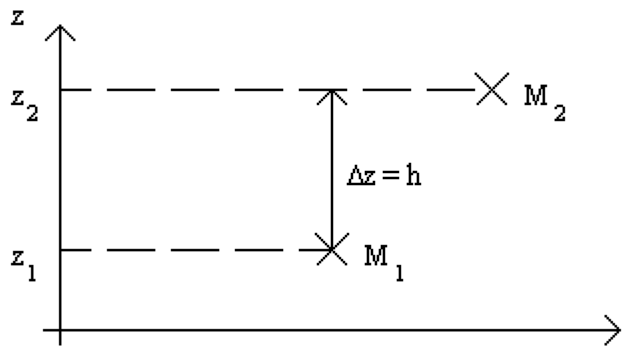
La relation différentielle (1) s'intègre simplement :

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = \int_{z_1}^{z_2} (-\rho \cdot g \cdot dz) = -\rho \cdot g \cdot \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$p_2 - p_1 = -\rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1)$$

ou

$$p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = cste$$



Si on pose $\Delta z = z_2 - z_1 = h$ (ici h est positif)

$$p_2 - p_1 = -\rho \cdot g \cdot h < 0$$

La pression décroît avec l'altitude : ce qui est constamment vérifié par les alpinistes ou les plongeurs. Seul l'ordre de grandeur de variation de pression change.

Ordres de grandeurs

Pour l'eau : $\rho = 10^3$ kg.m^{-3} ; h = 1 m ; g = 10 m.s^{-2}

$|\Delta p| = \rho \,.\, g.h = 1{,}3 \times 10 \times 1 = 13$ Pa

Pour l'air (supposé peu compressible dans les conditions suivantes) : $\rho = 1{,}3$ kg.m^{-3} ; h = 1 m ; g = 10 m.s^{-2}

Comparée à la pression atmosphérique moyenne, cette variation est négligeable. L'écart relatif étant de 0,01%.

A dénivellation égale, on peut comparer les variations de pression d'un milieu à un autre :

$$\frac{\Delta p_{eau}}{\Delta p_{air}} = \frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} = 772 \approx 10^3$$

Pour obtenir la même variation de pression dans l'air que sous l'eau, il faut une dénivellation de 772 m.

DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

I.1 DEFINITIONS

Le débit est le quotient de la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.

I.2 Débit- masse

Si Δm est la masse de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt, par définition le débit-masse est :
unité : $kg.s^{-1}$

$$\boxed{q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}}$$

I.3 Débit- volume

Si ΔV est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt, par définition le débit-volume est :
unité : $m^3.s^{-1}$.

$$\boxed{q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

I.3 Relation entre q_m et q_V

La masse volumique ρ est donnée par la relation : $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$ **d'où :**

$$q_m = \rho . q_V$$

***Remarques* :**

Les liquides sont incompressibles et peu dilatables (masse volumique constante) ; on parle alors d'écoulements isovolumes.
Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression. Pour des vitesses faibles (variation de pression limitée) et pour des températures constantes on retrouve le cas d'un écoulement isovolume.

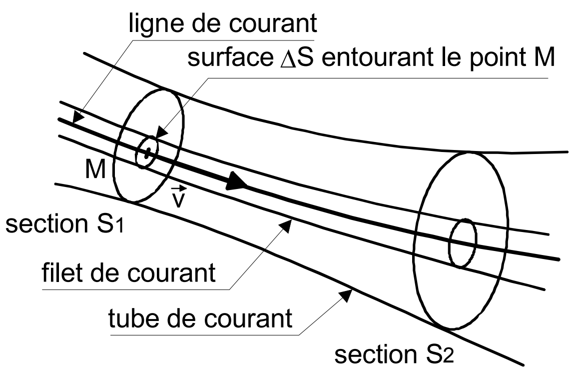
II Écoulements permanents ou stationnaires:

Un régime d'écoulement est dit *permanent* ou *stationnaire* si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

Équation de conservation de la masse ou équation de continuité

II.1 Définitions

Ligne de courant : En régime stationnaire, on appelle ligne de courant la courbe suivant laquelle se déplace un élément de fluide. Une ligne de courant est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse du fluide en ce point.



Tube de courant : Ensemble de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.

Filet de courant : Tube de courant s'appuyant sur un petit élément de surface ΔS.

La section de base ΔS du tube ainsi définie est suffisamment petite pour que la vitesse du fluide soit la même en tous ses points répartition uniforme).

II.2 Conservation du débit

Considérons un tube de courant entre deux sections S_1 et S_1. Pendant l'intervalle de temps Δt, infiniment petit, la masse Δm_1 de fluide ayant traversé la section S_1 est la même que la masse Δm_2 ayant traversé la section S_2.

$$q_{m1} = q_{m2}$$

En régime stationnaire, le débit-masse est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

Dans le cas d'un écoulement isovolume (ρ = Cte) :

$$q_{v1} = q_{v2}$$

En régime stationnaire, le débit-volume est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant

II.3 Expression du débit en fonction de la vitesse v

Le débit-volume est aussi la quantité de liquide occupant un volume cylindrique de base S et de longueur égale à v, correspondant à la longueur du trajet effectué pendant l'unité de temps, par une particule de fluide traversant S.

Il en résulte la relation importante : $\boxed{q_v = v.S}$

II.3.1 Vitesse moyenne

En général la vitesse v n'est pas constante sur la section S d'un tube de courant ; on dit qu'il existe un profil de vitesse (à cause des forces de

frottement). Le débit-masse ou le débit-volume s'obtient en intégrant la relation précédente :

Dans une section droite S de la canalisation, on appelle vitesse moyenne v_m la vitesse telle que :

$$v_{moy} = \frac{q_V}{S}$$

La vitesse moyenne v_{moy} apparaît comme la vitesse uniforme à travers la section S qui assurerait le même débit que la répartition réelle des vitesses. Si l'écoulement est isovolume, cette vitesse moyenne est inversement proportionnelle à l'aire de la section droite

.

$$q_V = v_{1moy}.S_1 = v_{2moy}.S_2 = Cte$$ C'est l'équation de continuité.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$$ La vitesse moyenne est d'autant plus grande que la section est faible.

III. Théorème de BERNOULLI

Le phénomène

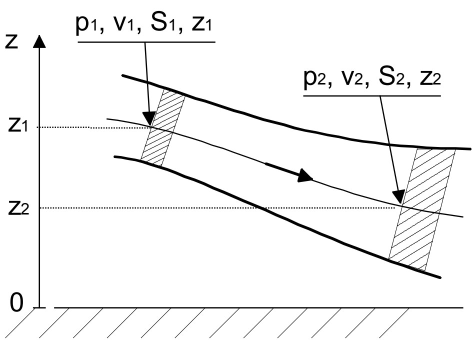
Observations

- Une balle de ping-pong peut rester en suspension dans un jet d'air incliné.
- Une feuille de papier est aspirée lorsqu'on souffle dessus.

Conclusion : La pression d'un fluide diminue lorsque sa vitesse augmente.

Théorème de Bernoulli pour un écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible

Un *fluide parfait* est un fluide dont l'écoulement se fait *sans frottement*.
On considère un écoulement permanent isovolume d'un fluide parfait, entre les sections S_1 et S_2, entre lesquelles il n'y a aucune machine hydraulique, (pas de pompe, ni de turbine).



Soit m la masse et V le volume du fluide qui passe à travers la section S_1 entre les instants t et $t+\Delta t$. Pendant ce temps la même masse et le même volume de fluide passe à travers la section S_2. Tout se passe comme si ce fluide était passé de la position (1) à la position (2).

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à ce fluide entre les instants t et $t+\Delta t$ (la variation d'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures : poids et forces pressantes), on obtient :

$$\rho\frac{v^2}{2} + \rho g z + p = Ct$$

p est la <u>pression statique</u>, $\rho g z$ est la <u>pression de pesanteur</u>, $\rho\frac{v^2}{2}$ est la <u>pression cinétique</u>.

Tous les termes s'expriment en pascal.

En divisant tous les termes de la relation précédente par le produit ρg, on écrit tous les termes dans la dimension d'une hauteur (pressions exprimées en mètres de colonne de fluide).

$$\frac{v^2}{2g}+z+\frac{P}{\rho g}=H=Cte$$

H est la <u>Hauteur totale</u>, $\frac{P}{\rho g}$ est la <u>Hauteur de Pression</u>,

z est la <u>cote</u>, $\frac{v^2}{2g}$ est la <u>Hauteur cinétique</u>, $z+\frac{P}{\rho g}$ est la <u>Hauteur piézométrique</u>.

III.1.Cas d'un écoulement (1)→(2) sans échange de travail:

Lorsque, dans un écoulement d'un fluide parfait, il n'y a aucune machine (ni pompe ni turbine) entre les points (1) et (2) d'une même ligne de courant, la relation de Bernoulli peut s'écrire sous l'une ou l'autre des formes suivantes :

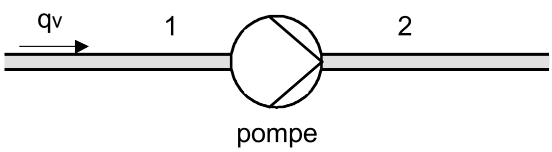
$$\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2-v_1^2\right)+\rho g(z_2-z_1)+\left(p_2-p_1\right)=0$$

ou $$\frac{1}{2g}\left(v_2^2-v_1^2\right)+(z_2-z_1)+\frac{\left(p_2-p_1\right)}{\rho g}=0$$

III.2 Cas d'un écoulement (1)→(2) avec échange d'énergie

Lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine sous forme de travail ΔW pendant une durée Δt. La puissance P échangée est

$$P=\frac{\Delta W}{\Delta t}$$



Unités : P en watt (W), W en joule (J), t en seconde (s).

- P > 0 si l'énergie est reçue par le fluide (ex. : pompe) ;
- P< 0 si l'énergie est fournie par le fluide (ex. : turbine).

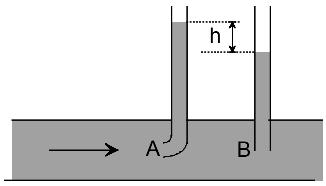
Si le débit-volume est q_v, la relation de Bernoulli s'écrit alors

$$: \quad \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g(z_2 - z_1) + (p_2 - p_1) = \frac{P}{q_v}$$

Application du Théorème de Bernoulli :

III.3Tube de pitot

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au



courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités étant à la même hauteur. Au point B, le liquide a la même vitesse v que dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $p_B = p$.

En A, point d'arrêt, la vitesse est nulle et la pression est p_A.

D'après le théorème de Bernoulli,

$$p_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 = p_A$$

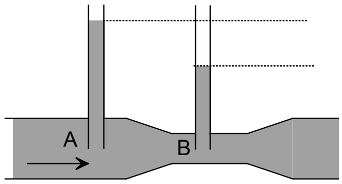
soit

$$\frac{1}{2}\rho \cdot v^2 = \rho \cdot g \cdot h$$

En mesurant la dénivellation h du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse v d'écoulement du fluide.

Phénomène de Venturi

Un conduit de section principale S_A subit un étranglement en B où sa section est S_B. La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement, donc sa pression y diminue : $v_B > v_A \Rightarrow p_B < p_A$



Le théorème de Bernoulli s'écrit ici :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho \cdot v_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho \cdot v_B^2 = p_C + \frac{1}{2}\rho \cdot v_C^2$$

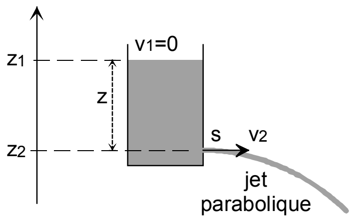
D'après l'équation de continuité, $v_B S_B = v_A S_A = q_v$ et $v_B > v_A$ donc $p_A > p_B$

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho.(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2}).q^2 = k.q^2$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit ; application à la mesure des débits (organes déprimogènes).

On peut citer aussi la trompe à eau, le pulvérisateur...

Écoulement d'un liquide contenu dans un réservoir - Théorème de Torricelli



Considérons un réservoir muni d'un petit orifice à sa base, de section s et une ligne de courant partant de la surface au point (1) et arrivant à l'orifice au point (2). En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2),

$$\rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z2 + p2$$

Or $p_1 = p_2 =$ pression atmosphérique.

Et $v_1 << v_2$ d'où

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot z}$$

La vitesse d'écoulement est la même que la vitesse de chute libre entre la surface libre et l'orifice, quelle que soit la masse volumique du liquide.

Application : vase de Mariotte à débit constant.

Le phénomène

Observations

- La pression d'un liquide réel diminue tout au long d'une canalisation dans laquelle il s'écoule, même si elle est horizontale et de section uniforme, contrairement au théorème de Bernoulli.
- La pression d'un fluide réel diminue après le passage à travers un coude, une vanne ou un rétrécissement.

Conclusion

- Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie dues aux frottements sur les parois de la canalisation (pertes de charge *systématiques*) ou sur les "accidents" de parcours (pertes de charge *singulières*).

VISCOSITE

I - Le phénomène

I.1 - Observations

- L'eau, l'huile, le miel coulent différemment : l'eau coule vite, mais avec des tourbillons ; le miel coule lentement, mais de façon bien régulière.
- La chute d'un parachutiste se fait à vitesse constante, contrairement à la loi de la chute libre.

1. La pression d'un liquide réel diminue tout au long d'une canalisation dans laquelle il s'écoule, même si elle est horizontale et de section uniforme, contrairement au théorème de Bernoulli.

I.2 - Conclusion

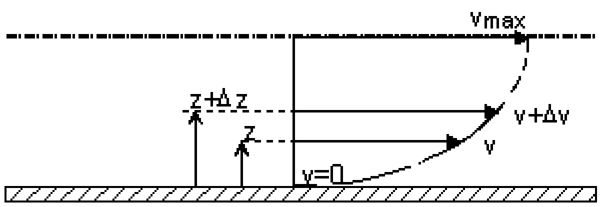
Dans un fluide réel, les forces de contact ne sont pas perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquelles elles s'exercent. La viscosité est due à ces frottements qui s'opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres.

Les phénomènes dus à la viscosité des fluides ne se produisent que lorsque ces fluides sont en mouvement.

II - Viscosité dynamique - Viscosité cinématique

II.1 - Profil des vitesses

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse. On dit qu'il existe un *profil de vitesse*.



Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement d'ensemble, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse.

Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres.

La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance z de cette courbe au plan fixe : $v = v(z)$.

II.2 - Viscosité dynamique

Considérons deux couches de fluide contiguës distantes de z. La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit Δv, à leur surface S et inversement proportionnelle à Δz :

$$F = \eta S.\frac{\Delta v}{\Delta z}$$

Le facteur de proportionnalité est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

Dimension : [] = $M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}$.

Unité : Dans le <u>système international (SI)</u>, l'unité de viscosité dynamique est le Pascal seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl) : 1 Pa·s = 1 Pl = 1 kg/m·s

Autres unités (non légales) :

On trouve encore les tables de valeurs numériques le coefficient de viscosité dans un *ancien système d'unités (CGS)* : l'unité est le Poise (Po) ; 1 Pl = 10 Po = 1 daPo = 10^3 cPo.

La viscosité de produits industriels (huiles en particulier) est exprimée au moyen d'*unités empiriques* : degré ENGLER en Europe, degré Redwood en Angleterre, degré Saybolt aux USA.

II.3 - Viscosité cinématique

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique et de la masse volumique .

$$\boxed{\nu = \frac{\eta}{\rho}}$$

Ce rapport est appelé viscosité cinématique :

Dimension : [] = $L^2 \cdot T^{-1}$.

Unité : Dans le <u>système international (SI)</u>, l'unité de viscosité n'a pas de nom particulier : (m^2/s).

Dans le <u>système CGS (non légal)</u>, l'unité est le Stokes (St) : 1 $m^2/s = 10^4$ St

II.4 - Ordre de grandeur ; influence de la température

Fluide	η (Pa·s)
eau (0 °C)	$1,787 \times 10^{-3}$
eau (20 °C)	$1,002 \cdot \times 10^{-3}$
eau (100 °C)	$0,2818 \cdot \times 10^{-3}$
H_2 (20 °C)	$0,860 \cdot \times 10^{-5}$
O_2(20 °C)	$1,95 \cdot \times 10^{-5}$

La viscosité des liquides diminue beaucoup lorsque la température augmente.

Il n'existe pas de relation rigoureuse liant et T.

Contrairement à celle des liquides, *la viscosité des gaz augmente avec la température.*

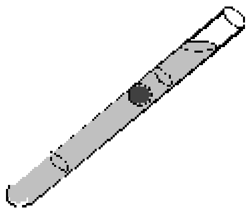
III - Mesurage de viscosités

III.1 - Viscosimètre d'Ostwald (voir T.P.)

On mesure la durée d'écoulement *t* d'un volume *V* de liquide à travers un tube capillaire. On montre que la viscosité cinématique μ est proportionnelle à la durée *t*. Si on connaît la constante de l'appareil (*K*) fournie par le constructeur : $\mu = K \cdot t$

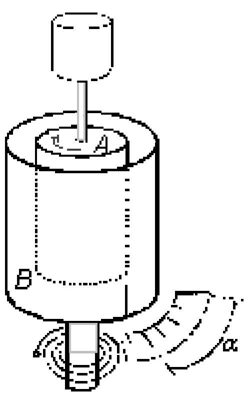
Si on ne connaît pas cette constante, on la détermine préalablement à l'aide de l'eau.

III.2 - Viscosimètre à chute de bille ou viscosimètre d'Hoepler



Une bille sphérique tombe lentement dans un tube bien calibré renfermant le liquide visqueux. On mesure la durée *t* que met la bille pour parcourir une certaine distance. On montre que la viscosité dynamique η est proportionnelle à la durée *t* : $\eta = K \cdot t$

III.3 - Viscosimètre rotatif ou viscosimètre de Couette



Un cylindre plein (*A*) tourne à vitesse constante dans un liquide contenu dans un récipient cylindrique (*B*) ; celui-ci, mobile autour de son axe de révolution, est entraîné par le liquide. Un ressort, exerçant un couple de torsion après avoir tourné d'un angle θ, retient (B) en équilibre.

On montre que la viscosité dynamique η est proportionnelle à l'angle θ : $\eta = K \cdot \theta$

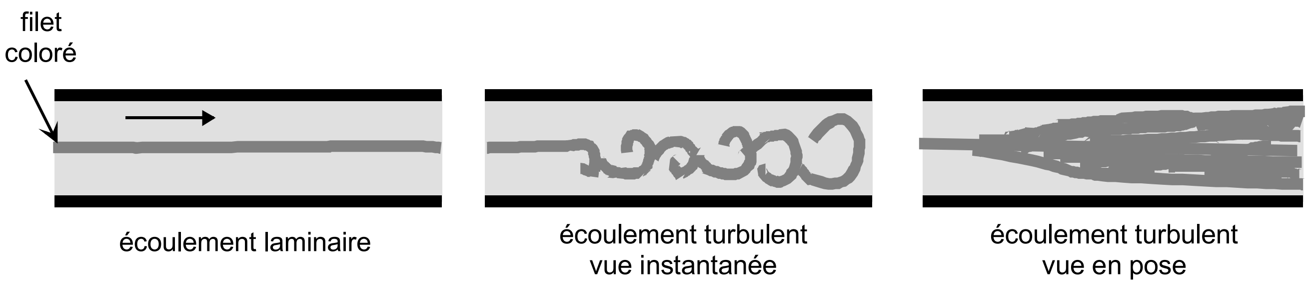
III.4 - Applications ; conséquences

La propulsion par hélice d'un avion ou d'un bateau est possible grâce à la viscosité de l'air ou de l'eau.

A cause de sa viscosité, la pression d'un fluide réel diminue en s'écoulant dans une canalisation ; cela nécessite parfois d'introduire des pompes à distance régulière tout au long de la canalisation.

IV. Les différents régimes d'écoulement : nombre de Reynolds

Les expériences réalisées par *Reynolds* (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.



En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds et donné par :

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \ \boldsymbol{vD}}{\eta}$$

ou

$$\mathrm{Re} = \frac{\boldsymbol{vD}}{\nu}$$

avec :

ρ = masse volumique du fluide,

v = vitesse moyenne,

D = diamètre de la conduite

η = viscosité dynamique du fluide,

ν = viscosité cinématique $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

L'expérience montre que :

si Re < 2000 le régime est LAMINAIRE
si 2000 < Re < 3000 le régime est intermédiaire
si Re > 3000 le régime est TURBULENT

Ces valeurs doivent être considérées comme des ordres de grandeur, le passage d'un type d'écoulement à un autre se faisant progressivement.

IV.1 Théorème de Bernoulli appliqué à un fluide réel avec pertes de charge

Lors d'un écoulement d'un fluide réel il peut y avoir des *pertes de charge* entre les points (1) et (2) : dans le cas d'une installation ne comportant pas de machine hydraulique (pompe ou turbine) on écrira la relation de Bernoulli sous la forme :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g(z_2 - z_1) + \left(p_2 - p_1\right) = -\Delta p}$$

- Δp représente l'ensemble des pertes de charge entre (1) et (2) exprimées en Pa.

IV.2 Expression des pertes de charge

Influence des différentes grandeurs

Lorsqu'on considère un fluide réel, les pertes d'énergie spécifiques ou bien comme on les appelle souvent, les pertes de charge dépendent de la forme, des dimensions et de la rugosité de la canalisation, de la vitesse d'écoulement et de la viscosité du liquide mais non de la valeur absolue de la pression qui règne dans le liquide.
La différence de pression $\Delta p = p_1 - p_2$ entre deux points (1) et (2) d'un circuit hydraulique a pour origine :

- Les frottements du fluide sur la paroi interne de la tuyauterie ; on les appelle pertes de charge régulières ou systématiques.
- La résistance à l'écoulement provoquée par les accidents de parcours (coudes, élargissements ou rétrécissement de la section, organes de réglage, etc.) ; ce sont les pertes de charge accidentelles ou singulières.

Le problème du calcul de ces pertes de charge met en présence les principales grandeurs suivantes :
Le fluide caractérisé par :

- sa masse volumique ρ.

- sa viscosité cinématique η.

Un tuyau caractérisée par :

- sa section (forme et dimension) en général circulaire (diamètre D).
- sa longueur L.
- sa rugosité k (hauteur moyenne des aspérités de la paroi).

Ces éléments sont liés par des grandeurs comme la vitesse moyenne d'écoulement v ou le débit q et le nombre de Reynolds Re qui joue un rôle primordial dans le calcul des pertes de charge.

IV.3 Pertes de charge systématiques

IV.3 1 Généralités

Ce genre de perte est causé par le frottement intérieur qui se produit dans les liquides ; il se rencontre dans les tuyaux lisses aussi bien que dans les tuyaux rugueux.

Entre deux points séparés par une longueur L, dans un tuyau de diamètre D apparaît une perte de pression Δp. exprimée sous la forme suivante :

$$\boxed{\Delta p=\lambda\frac{\rho v^2}{2}\frac{L}{D}} \qquad \boxed{\Delta h=\lambda\frac{v^2}{2g}\frac{L}{D}}$$

Différence Perte de charge exprimée en Δp depression (Pa). Δh mètres de colonne de fluide (mCF)

λ est un coefficient sans dimension appelé coefficient de perte de charge linéaire.
Le calcul des pertes de charge repose entièrement sur la détermination de ce coefficient .

IV.3.2as de l'écoulement laminaire : Re < 2000

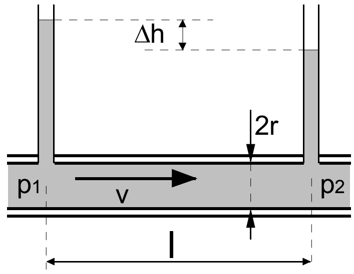
Dans ce cas on peut montrer que le coefficient λ est uniquement fonction du nombre de Reynolds Re ; l'état de la surface n'intervient pas et donc λ ne dépend pas de k (hauteur moyenne des aspérités du tuyau), ni de la nature de la tuyauterie.

$$\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}} \quad \text{avec} \quad \boxed{Re = \frac{vD}{\nu}}$$

Il est alors immédiat de voir que Δh est proportionnel à la vitesse v et donc au débit q, ainsi qu'à la viscosité cinématique ν.

IV.3.4 Loi de Poiseuille

Pour un écoulement laminaire, dans une conduite cylindrique horizontale, le débit-volume d'un fluide est donné par :



$$q_v = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot \ell} \cdot (p_1 - p_2)$$

avec :

- q_v : débit-volume ($m^3 \cdot s^{-1}$),
- r : rayon intérieur (m),
- η : viscosité dynamique du fluide ($Pa \cdot s$),
- ℓ : longueur entre les points (1) et (2) (m),
- p_1 et p_2 : pression du fluide aux points (1) et (2) (Pa).

IV.3.6 Cas de l'écoulement turbulent : Re > 3000

Les phénomènes d'écoulement sont beaucoup plus complexes et la détermination du coefficient de perte de charge résulte de mesures expérimentales. C'est ce qui explique la diversité des formules anciennes qui ont été proposées pour sa détermination.

En régime turbulent l'état de la surface devient sensible et son influence est d'autant plus grande que le nombre de Reynolds Re est grand. Tous les travaux ont montré l'influence de la rugosité et on s'est attaché par la suite à chercher la variation du coefficient λ en fonction du nombre de Reynolds Re et de la rugosité k du tuyau.

La formule de Colebrook est actuellement considérée comme celle qui traduit le mieux les phénomènes d'écoulement en régime turbulent. Elle est présentée sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{k}{3,7D} + \frac{2,51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right)}$$

L'utilisation directe de cette formule demanderait, du fait de sa forme implicite, un calcul par approximations successives ; on emploie aussi en pratique des représentations graphiques (abaques).
Pour simplifier la relation précédente, on peut chercher à savoir si l'écoulement est hydrauliquement lisse ou rugueux pour évaluer la prédominance des deux termes entre parenthèses dans la relation de Colebrook.

Remarque :
On fait souvent appel à des formules empiriques plus simples valables pour des cas particuliers et dans un certain domaine du nombre de Reynolds, par exemple :
Formule de Blasius : (pour des tuyaux lisses et Re < 10^5)

Différence Perte de charge exprimée en de pression (Pa). mètres de colonne de fluide (mCF)

K est appelé coefficient de perte de charge singulière (sans dimension).
La détermination de ce coefficient est principalement du domaine de l'expérience.

V. Théorème de Bernoulli généralisé

Lors d'un écoulement d'un fluide réel entre les points (1) et (2) il peut y avoir des *échanges d'énergie* entre ce fluide et le milieu extérieur :

- par *travail* à travers une machine, pompe ou turbine ; la puissance échangée étant P (voir Théorème de Bernoulli § 3.7)
- par *pertes de charge* dues aux frottements du fluide sur les parois ou les accidents de parcours ; la différence de pression étant Δp (voir ci-dessus § 3.1 et §3.2)

Le théorème de Bernoulli s'écrit alors sous la forme générale :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g(z_2 - z_1) + \left(p_2 - p_1\right) = \frac{\sum P}{q_v} - \Delta p}$$

avec :

- ΣP : somme des puissances échangées entre le fluide et le milieu extérieur, à travers une machine, entre (1) et (2) :

P >0 si le fluide reçoit de l'énergie de la machine (pompe),

P <0 si le fluide fournit de l'énergie à la machine (turbine),

P = 0 s'il n'y a pas de machine entre (1) et (2).

- Δp : somme des pertes de charge entre (1) et (2) :

051921256

072377070 safa