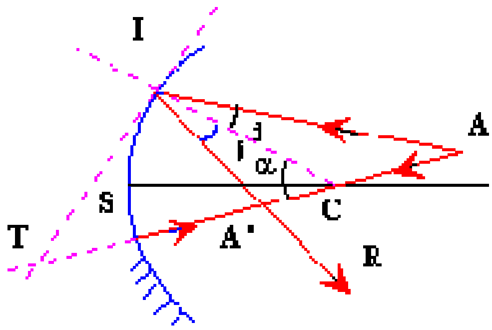
الفصل الثاني

I الأسطح الكروية

تحتوي كثير من الأجهزة البصرية الشائعة على عدسات ذات أسطح كروية يتراوح انحناؤها في مدى واسع علاوة على المرايا و المنشورات ذات الأسطح المستوية المصقولة.

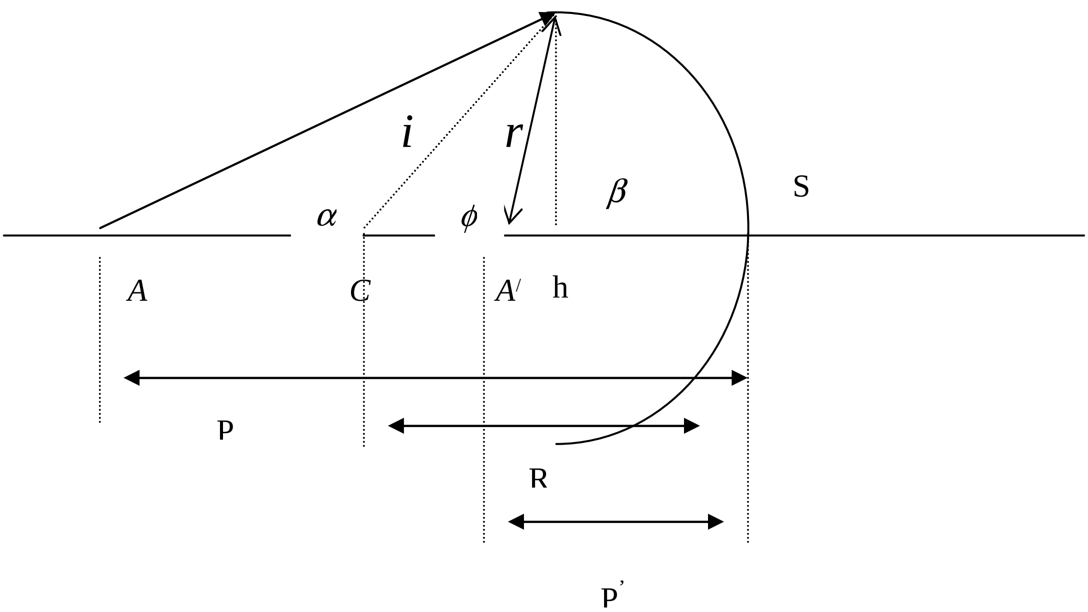
1.I المرايا الكروية

في الشكل الممثل أسفله مرآة نصف كروية نصف قطر انحنائها R و وجهها المقعر متجه نحو اليسار. ويقع مركز انحناء السطح في C و عند قياس نصف قطر الانحناء نبتدئ دائما من السطح العاكس ونتجه نحو مركز الانحناء.



مرآة مقعرة

we



يرتد الشعاع AI الدي يصنع زاوية α مع المحور ، سطح المرآة في I ، فتكون زاوية وروده φ وزاوية انعكاسه r و هي تساوي φ و يتقاطع الشعاع المنعكس عند مع المحور عند $A^/$ على بعد $P^/$ من المرآة . ادا أستندنا الى ان

الزاوية الخارجية في المثلث تساوي مجموع زاويتيه الداخليتين اللتين لا تجاورهما و تأملنا في المثلثين AIC و A/IC نلاحظ أنه :

$$\phi = \alpha + r \qquad , \qquad \beta = \phi + r \Rightarrow \phi = \beta - r$$

نستنتج أنه

$$2\phi = \alpha + \beta \qquad (1)$$

لتكن h الأرتفاع I فوق المحور ، ولتكن τ المسافة القصيرة بين h وS لنكتب الان العبارات التي تعطي ظلال الزواية r , β , ϕ.

$$\tan\phi = \frac{I\overline{S}}{\overline{SC}} \qquad \tan\beta = \frac{I\overline{S}}{\overline{SA}^{/}} \qquad \tan\alpha = \frac{I\overline{S}}{\overline{SA}}$$

وبتعويض في المعادلة رقم (1) نحصل على ما يلي :

$$\frac{2I\overline{S}}{\overline{SC}} = \frac{I\overline{S}}{\overline{SA}} + \frac{I\overline{S}}{\overline{SA}^{/}}$$

وبحدف $I\overline{S}$ نحصل على العلاقة التالية :

$$\frac{2}{\overline{SC}} = \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}^{/}} \quad (2)$$

و هي العلاقة العامة التي تربط بين المقادير الثاتة وهي موضع الشيء و موضع الصورة بالنسبةالى رأس المرآة .

I.2 النقطة المحرقية و البعد المحرقي (النقطتان البؤريتان و البعدان البؤريان)

عندما تقع نقطة شيئية على بعد كبير من مرآة، تكون كل الأشعة التي ترد المرآة بعد صدورها من هده النقطة أشعة متوازية و يكون البعد الشيء يساوي $\overline{SA}=\infty$ وبتعويض في العلاقة(2) A' ب النقطة $F^{/}$ وتسمى النقطة $F^{/}$ بالنقطة البؤرية الثانوية فنحصل على ما يلي :

$$\overline{SF}^{/} = f^{/} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

أي آن البعد الخيالي $f^{/}$ يساوي نصف القطر الانحناء و له نفس الإشارة. و على العكس آدا كان البعد الخيالي كبير جدا كان البعد الشيء f معطى بالعلاقة التالية

$$\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f^{/}$$

و تسمى النقطة F النقطة المحرقية (النقطة البؤرية) الأساسية للمرآة و يمكن أن نعتبرها أما النقطة الخيالية لنقطة شيئية بعيدة جدا وواقعة على محور المرآة أو النقطة الشيئية لنقطة خيالية بعيدة بعدا لا حد له.

مرآة المنظار الفلكي مثالا تشكل في نقطته المحرقية خيالا لنجم واقع على محور المرآة.

تسمى المسافة بين رأس المرآة ونقطتها المحرقية بعد المرآة المحرقي أو ابعد البؤري و يعطى بالعلاقة التالية

$$f = f^{/} = \overline{SF} = \overline{SF}^{/} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

نستنتج أن المرآة الكروية لها بؤرة شيئية وبؤرة صورية وهما متطابقان على بعضيهما البعض.

3.I الطرائق التخطيطية

يمكن اجاد الصورة التي تشكلها مرآة و أبعاد هده الصورة بطريقة تخطيطية. وتتلخص هده الطريقة في اجاد نقطة تقاطع بضعة أشعة منعكسة على المرآة و صادرة أصلا من نقاط الجسم أو الشيء غير واقعة على محور المرآة.

كل هده الأشعة تتقاطع في نقطة واحدة آدا أهملنا الزيغ و نختار أشعة ذات مسارات يسهل إيجادها و هي:

- الشعاع الموازي للمحور:فهدا الشعاع يمر بعد انعكاسه بالنقطة المحرقية للمرآة المقعرة يبدو و كأنه صادر من النقطة المحرقية للمرآة المحدبة.
- الشعاع الصادر من النقطة المحرقية أو المتجه إليها يصبح هدا الشعاع موازيا للمحور بعد انعكاسه.
- الشعاع المنطبق على نصف القطر يرد هدا الشعاع على سطح المرآة عموديا فينعكس عائدا على أعقابه في مساره الأصلي.

ومتى وجد موضع النقطة الخيالية بفضل تقاطع أي شعاعين من هده الأشعة الثلاثة، أمكن رسم مسارات كل الأشعة الأخرى الصادرة من هده النقطة.

4.Iالصيغة الثانية لقانون دكارت :

$$\frac{\overline{SF}^{/}}{\overline{SA}^{/}} + \frac{\overline{SF}}{\overline{SA}} = 1 \quad \text{او} \quad \frac{1}{\overline{SA}^{/}} + \frac{1}{\overline{SA}^{/}} = \frac{1}{\overline{SF}^{/}} = \frac{1}{\overline{SF}}$$

5.I التكبير لمرآة كروية يعطى بالعلاقة التالية :

$$\gamma = \frac{\overline{A^{/}B^{/}}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA}^{/}}{\overline{SA}}$$

مثال

لمرآة مقعرة نصف قطر أنحناء يساوي $20cm$ بأستعمال الطريقة التخطيطية أوجد الصورة لشيء شكله شكل سهم موضوع على محور المرآة و وواقع عند أحد الأبعاد الشيئية التالية 30cm,20cm,10 cm,5cm تاكد من صحة الأنشاء بحساب ابعاد الصورة و التكبير.

الحل

ابعد البؤري يساوي

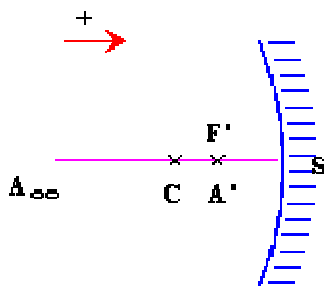
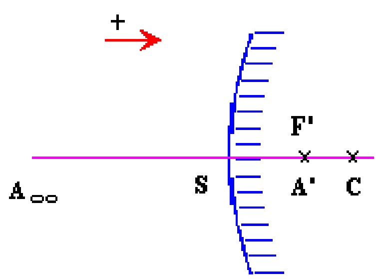
$$f = \frac{R}{2} = 10 \quad cm$$

بعد الصورة بالنسبة الى رأس المرآة

$$\frac{1}{\overline{SA}'} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{f} \Rightarrow \overline{SA}' = \frac{f \times \overline{SA}}{\overline{SA} - F} = 15cm$$

$$\gamma = -\overline{SA}' / SA = -\frac{1}{2}$$

- **النقطة المحرقية الأساسية (النقطة البؤرية الأساسية)**

اذا أخذنا على المحور الأساسي SC لمرآة كروية نقطة A موجودة في مالا نهاية. بالتعويض في العلاقة رقم(2) نحصل على $\overline{SA} = \infty$ $\overline{SA'} = \frac{R}{2} = \frac{\overline{SC}}{2}$ **اذا كانت الصورة A' ل A توجد في منتصف SC** **هده النقطة تعرف F' و تسمى بالمحرق الأساسي لصورة و هو حقيقي اذا كانت المرآة مقعرة و خيالي أدا كانت المرآة محدبة**	 

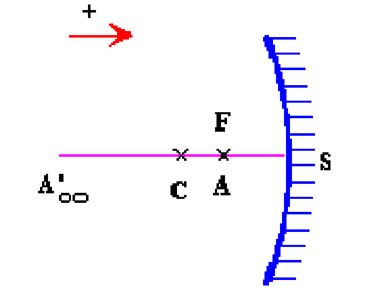
نسمي محرق الأساسي الشيئي النقطة F التي هي مكان شيء موضوع على المحور الأساسي لمرآة كروية لكي صورته تكون في مالا نهاية كما في هده الحالة.

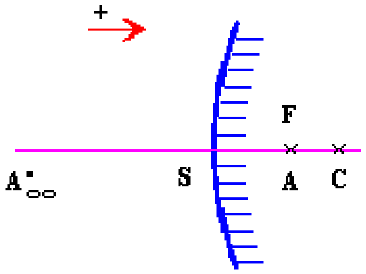
$$\overline{SA'} = \infty$$

$$\overline{SA} = \frac{R}{2} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

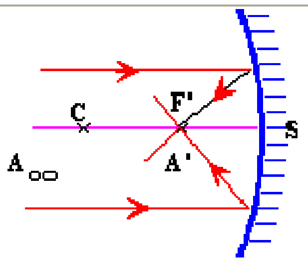
f هو البعد المحرقي و يساوي:

$$f = \overline{SF'} = \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = \frac{R}{2}$$

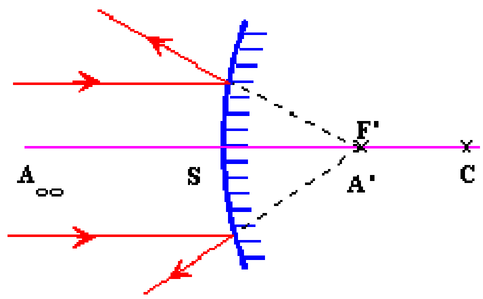




يمكننا أن نبين $F^{/}$ برسم شعاعين متوازيين مع المحور الأساسي كما في الشكلين الشكل الأول يمثل مرآة مقعرة.و الثاني مرآة محدبة.

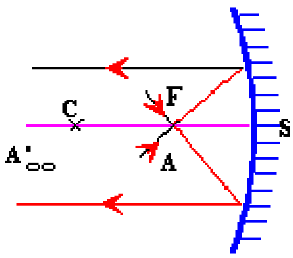


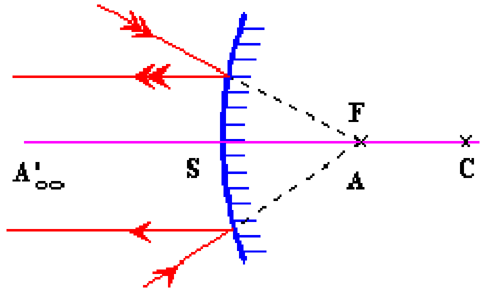
(a)



(b)

بالنسبة إلى المحرق الشيئي F

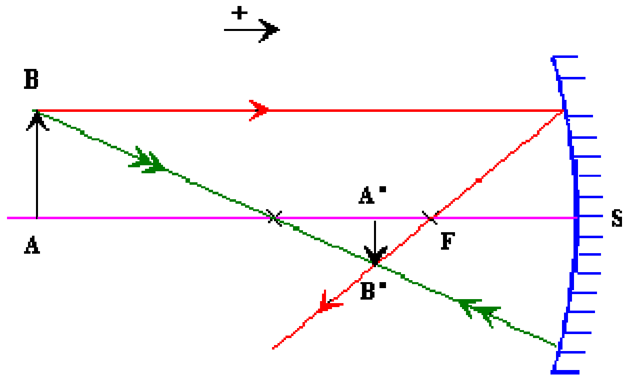




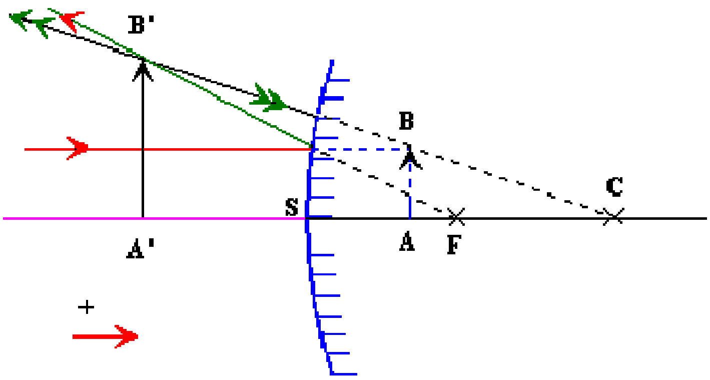
- **أجاد صورة**

الصورة لنقطة موجودة فوق المحور تكون دائما على المحور.

الشكل الموجود على الأيسر يبين لنا كيف نرسم صورة شيء في الحالات التالية: مرآة محدبة و مقعرة



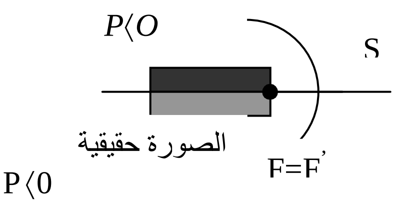
مرآة مقعرة

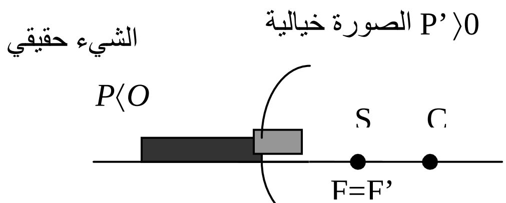


مرآة محدبة

6.I أنواع الصورة الناتجة عن مرآة كروية

الشيء حقيقي





تمرين محلولة:

تمرين 1

باستعمال قانون التكبير الخطي و العلاقة التي تربط بين بعد الشيء و الصورة بالنسبة إلى المرآة الكروية.

- **أوجد علاقة بعد الشيء بدلالة التكبير و نصف قطر تحدب المرآة.**

آدا صنعنا مرآة تكبيرها $\gamma = \frac{1}{3}$ و استعملت كمرآة سيارة أي نوع من المرآة نستعمل (مقعرة أو محدبة)

أوجد نصف قطر تحدب هده المرآة كي هدا التكبير يكون بالنسبة إلى صورة سيارة توجد على بعد 10m وراء المرآة.

آدا أردنا الحصول على تكبير يساوي 2 ما هو نوع المرآة المستعمل ما هو نصف قطر تحدب هده المرآة كي يرى شخص صورته آدا كان وجهه يوجد على بعد $10cm$

الحل

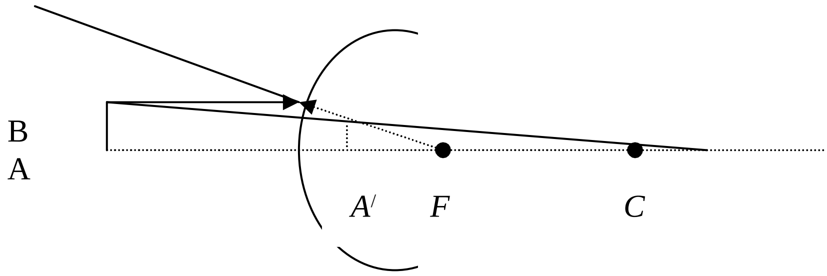
$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{2}{r}$ و $\gamma=-\frac{p'}{p}$ باستعمال هدين العلاقتين نستخلص ما يلي $p=\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right).\frac{r}{2}$ آدا رسمنا p/r

بدلالة γ نحصل على قطع مكافئ

آدا عوضنا $\gamma=\frac{1}{3}$ في العلاقة التي حصلنا عليها نجد $p=-r$ و $p'=r/3$ الشيء الذي نشاهده في المرآة

حقيقي بما أن $p\rangle 0$ فان $r\rangle 0$ المرآة تكون متباعدة. آدا كانت السيارة موجودة على بعد $10m$ وراء المرآة ف

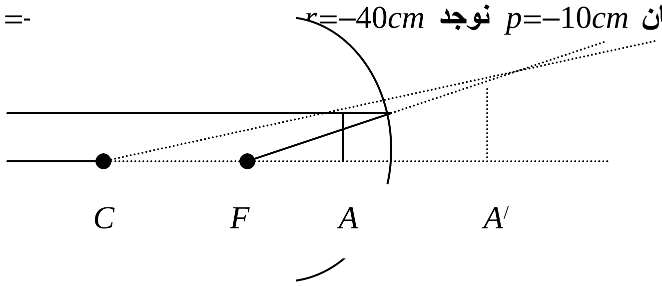
$p=-r=-10m\Rightarrow r=10m$ و $f=f'=5m$



الشيء حقيقي و الصورة خيالية مستقيمة

آدا كان التكبير يساوي 2 ف $p=r/4$ و $p'=-r/2$ الشيء دائما حقيقي و بالتالي $r\langle 0$ المرآة تكون مقعرة و

بالتالي تكون متقاربة آدا كان $p=-10cm$ نوجد $r=-40cm$ $f=f'=-$



تمرين 2

مرآة كروية مقعرة نصف قطرها $1m$ أحسب الموضع و النوع الصورة والتكبير الصورة لشيء طوله $2cm$ موجود

على المحور: وجود على بعد **1.4m** من رأس المرآة **0.8m**، **0.5m**

الشيء خيالي موجود **60cm** من راس المرآة في كل حالة ارسم الشيء و الصورة. نفس السؤل بالنسبة إلى مرآة محدبة

الحل

المرآة مقعرة وبتالي لها نصف قطر سالب و يساوي **r=-1m** و **p=-1.4 m** من العلاقة التي تربط بين الصورة و الشيء نحصل على **p' =77.7cm**

$$A^{/}B^{/}=\gamma\bullet AB=-1.11cm \text{ و } \gamma=0.55$$

الصورة حقيقية صغيرة و مقلوبة بالنسبة إلى الصورة

$$\overline{SF}=\frac{r}{2}=-0.5m$$

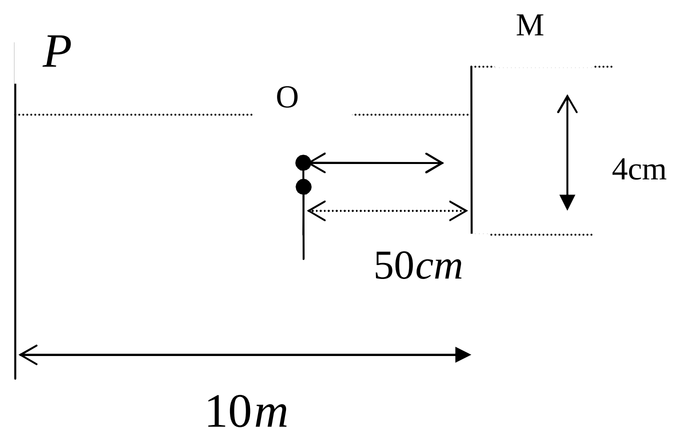
تمرين3

مرآة M قطرها d=4cm موجودة على بعد 10 m من مستوى P . مشاهد O يوجد على بعد 50 cm من المرآة ينضر إلى المستوي P من خلال انعكاس الضوء على المرآة . ما هو قطر المستوي الذي يشاهده المشاهد

المرآة مستوية

متباعدة نصف قطرها 1m

متقاربة نصف قطرها 1m



الحل

بالنسبة إلى المرآة المستوي P يعتبر هو الشيء ولدا $P=-10m$ نفترض إن الصورة للمستوي P من خلال المرآة الموجودة في $P^{/}$. يجب أجاد الزاوية α التي من خلالها يرى المشاهد هده الصورة.

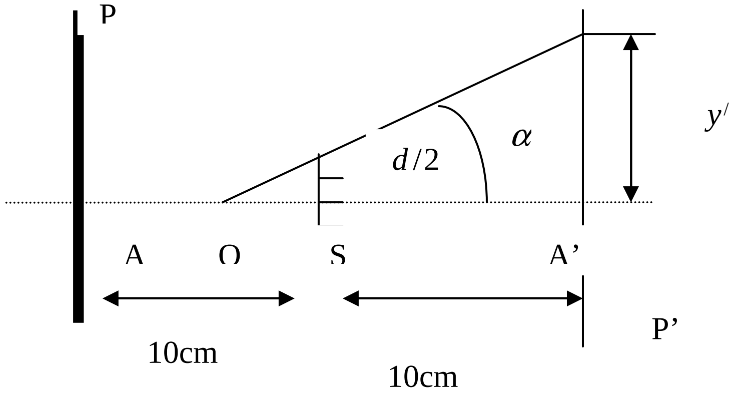
بالنسبة إلى المرآة المستوية نصف قطرها يساوي ∞ ولدا $p^{/}=-p=+10m$ التكبير يساوي 1.

المشاهد الموجود في $SO=50cm$ يرى نصف مرآة تحت زاوية α معرفة بي $\tan\alpha=\frac{d}{2SO}$ و لدينا أيضا

$\tan\alpha=\dfrac{y'}{A'O}$ بحيث y' تمثل الجزء المرئي ومن المعدلتين نستخلص $y'=\dfrac{d}{2}\dfrac{A'S+SO}{SO}=42cm$

المنطقة

التي ترى لها قطر يساوي $84cm$



تمرين 4

ما هي أبعاد اصغر مرآة مستوية شاقولية آدا وقف أمامها ناضرا منتصب رأى صورة كاملة.

يغطي خيال شجعن المرآةطول مرآة مستوية، طولها 2cm آد وضعت المرآة على بعد مترين من العين.تبعد الشجرة عن المرآة 150m فما هو ارتفاع الشجرة .

تمرين5

يوضع جسم بين مرآتين متعامدتين . المطلوب حدد موقع كل خيالات الجسم .ارسم مسارات الأشعة من الجسم إلى عين الناضر.

تمرين6

يقع جسم ارتفاعه $1cm$ على بعد $20cm$ من رأس مرآة كروية مقعرة انحنائها $50cm$. حدد موقع الخيال و أبعاده هل الخيال حقيقي أم وهمي هل هو صحيح أم مقلوب.

تمرين7

يراد لمرآة مقعرة أن تشكل صورة لفتيل مصباح عاكس على شاشة واقعة على بعد $4m$ من المرآة ويبلغ ارتفاع الفتيل $5mm$ ، و يراد للخيال أن يكون ارتفاعه $40cm$.

- **كم ينبغي أن يكون نصف قطر انحناء المرآة.**
- **على أي بعد من راس المرآة ينبغي وضع الفتيل.**

تمرين 8

يبلغ قطر القمر $3470km$ و بعده عن الأرض $384000km$ احسب قطر خيال القمر الذي تكونه المرآة المقعرة الكروية آدا كان بعدها لمحرقي 12 قدم.

تمرين9

يبلغ نصف قطر انحناء مرآة كروية مقعرة مستخدمة للحلاقة $50cm$ ما هو التكبير اذا كان بعد الوجه من رأس المرآة مساوي $30cm$.

تمرين10

يبلغ نصف قطر الانحناء مرآة كروية مقعرة $10cm$. ارسم مخطط للمرآة بمقياس مناسب، و ارسم أشعة ساقطة عليها و هي موازية للمحور، و واقعة على أبعاد من المحور تساوي على التوالي $1,2,3,4,5cm$ استخدم منقلة لرسم الأشعة المنعكسة و حدد نقاط تقاطعها مع المحور.

II

الانكسار عند سطح كروي :

لدينا في الشكل الأسفل نقطة شيئية A واقعة عل بعد $A\bar{S}$ الى يسار سطح الكروي نصف قطر R.

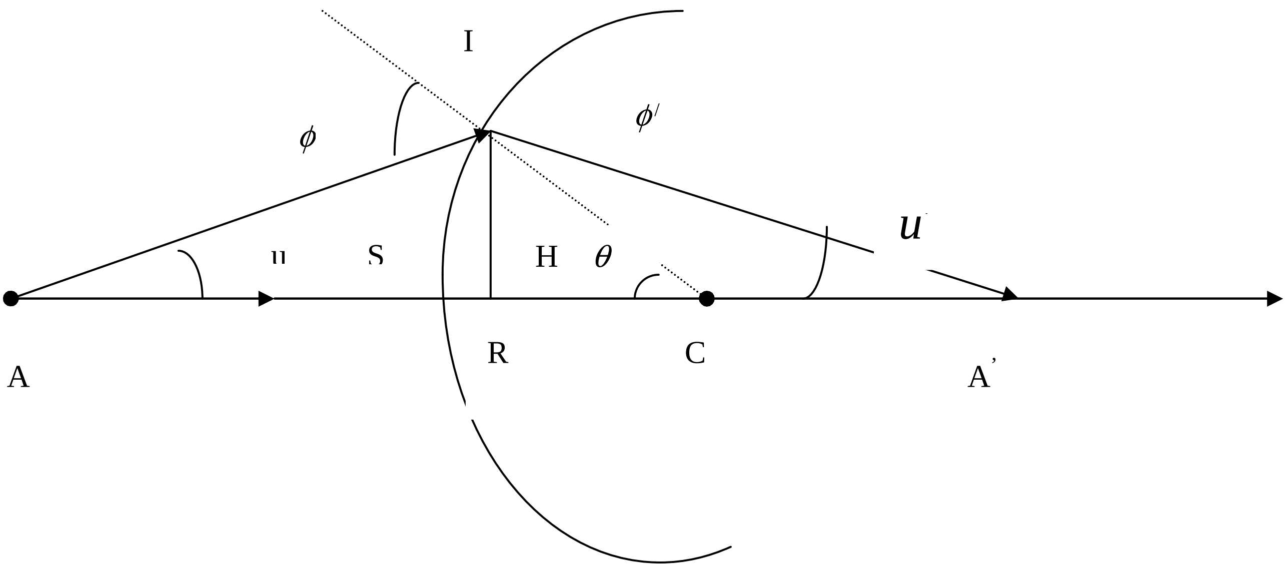
والقرينتان على يسار السطح وعلى يميته تسويان على الترتيب n و $n^{/}$ يمر الشعاع AS الوارد ورودا ناظميا الى

الوسط الثاني دون أنحراف اما الشعاع AI الذي يميل على المحور بزاوية u فأنه يرد بزاوية مع الناظم تساوي ϕ

وينكسر بزاوية تساوي ϕ' و يتقاطع هدان الشعاعان في A' على بعد $A'S$ الي يمين الدروة .

في المثلثان $A'IC$, AIC لدينا العلاقات التالية

$$\phi = u + \theta \quad ، \quad \theta = u' + \phi'$$



و من قانون سنل نجد :

$$n\sin\phi = n'\sin\phi' \quad (1)$$

ضلال الزوايا θ , u' , u

$$u = \tan gu = \frac{\overline{HI}}{AH} = \frac{\overline{HI}}{AS} = \frac{\overline{HI}}{-p}$$

$$u' = \tan gu = \frac{\overline{HI}}{A'\overline{H}} = \frac{\overline{HI}}{A'\overline{S}} = \frac{\overline{HI}}{-p'}$$

$$\theta = \tan gu = \frac{\overline{HI}}{C\overline{H}} = \frac{\overline{HI}}{C\overline{S}} = \frac{\overline{HI}}{-r}$$

بتعويض في المعادلة رقم(1) واحد نحصل على:

$$n\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{r}\right) = n'\left(\frac{1}{p'} - \frac{1}{r}\right)$$

هده العلاقة تكتب أيضا على الشكل التالي:

$$\frac{n'}{\overline{SA'}}-\frac{n}{\overline{SA}}=\frac{n'-n}{\overline{SC}}$$

المقدار $\phi=\frac{n'-n}{r}$ يسمى بقوة العدسة و وحدته هي الديوبطر.

1.II ملخص لجميع الاحتمالات الناتجة عن كاسر كروي

الشيء خيالي $p\rangle o$	الشيء حقيقي $p\langle o$	الشيء خيالي $p\rangle o$	الشيء حقيقي $p\langle o$
$f'\langle o . f\rangle o$	كاسر متباعد	$f'\rangle o . f\langle o$	كاسر متقارب
A توجد بين s و F $o\langle p\langle f$			A قبل F $P\langle f\langle o$
A' حقيقي يوجد في نفس جبهة A	مهما يكون موضع A	مهما يكون موضع A	A' حقيقي يوجد على يمين F' $P'\rangle f\rangle o$
A=F $p\langle o$			$p\langle o$ A=F
$A'\to\infty$	A' خيالي في نفس الجهة من A $p'\langle o$	A' حقيقي في نفس الجهة من A $p'\rangle o$	$A'\to\infty$
A بعد F	$A\to\infty$	$A\to\infty$	A بين F و S $f\langle p\langle o$
A' خيالية على يمين F' $p'\langle f'\langle o$	$A'\to F'$ $p'=f'\langle o$	$A'\to F'$ $p'=f'\rangle o$	A' خيالي نفس جبهة A

جسم كاسر كروي يحتوي على محرقتين يوجدان على المحور و نرمز لهما بي F و F'

- F تمثل الموضع الشيء عندما تكون صرته في الملا نهاية.
- F' تمثل الموضع الصورة عندما يكون الشيء في الملا نهاية.

2.II حساب البعد البؤري

آدا كانت الصورة في الملا نهاية البعد $\overline{SA'}=p'$ يؤول إلى الملا نهاية و الشي ء يكون في الموضع F العلاقة التي تربط بين الشيء و الصورة هي:

$$-\frac{n}{p}=\frac{n'-n}{r}\Rightarrow f=p=\frac{nr}{n'-n}=S\overline{F}=-r\frac{n}{n'-n}$$

هده العلاقة تعطي موضع البعد البؤري بالنسبة إلى راس الجسم الكاسر S.بالنسبة إلى جسم كاسر متقارب f تكون سالبة و نلاحظ أن البعد البؤري F يكون على شمال الجسم الكاسر.

إما بالنسبة إلى جسم كاسر متباعد f يكون موجب و على يمين الجسم الكاسر.

لتعريف البعد البؤري لصورة F' الشيء يبتعد عن الجسم العاكس و الصورة تقترب من نقطة خاصة هي F'.

بعد الشيء يؤل إلى ملا نهاية فنحصل على العلاقة التالية:

$$\frac{n'}{p}=\frac{n'-n}{r}\Rightarrow f=p'=\frac{n'r}{n'-n}$$

هده العلاقة تعطينا موضع بؤرة الشيء بالنسبة إلى رأس السطح الكاسر.

نستنتج انه بالنسبة إلى جسم كاسر متقارب البعد البؤري f للشيء يكون سالب و يكون موجود على يسار السطح الكاسر في المجال الذي قرينة انكساره n.

أما البعد البؤري للصورة f' يكون موجب و البؤرة F' تكون على يمين السطح الكاسر في المجال الذي قرينة انكساره n' و العكس صحيح في حالة سطح كاسر متباعد.

هنالك علاقة أخرى تعطى ب:

$$\frac{n'}{S\overline{A}'}-\frac{n}{S\overline{A}}=\frac{n'-n}{S\overline{C}}=\frac{n'}{S\overline{F}'}=-\frac{n}{S\overline{F}}$$

أما علاقة ديكارت:

$$\frac{S\overline{F}'}{S\overline{A}'}+\frac{S\overline{F}}{S\overline{A}}=1$$

أما علاقة نيوتن:

$$S\overline{F}'\bullet S\overline{F}=F\overline{A}\bullet F'\overline{A}'$$

- تكبير سطح كاسر يعطى بالعلاقة التالية:

$\gamma=\frac{A'\overline{B}'}{AB}$ في حالة الزاوية الصغيرة $A\overline{B}=S\overline{I}$ و المثلثات $SIF'=F'A'B'$ لهم زاوية مشتركة فنحصل على العلاقة التالية:

$$\gamma=\frac{A'\overline{B'}}{AB}=\frac{A'\overline{B'}}{SI}=\frac{F'\overline{A'}}{F'\overline{S}}=\frac{F'\overline{S}+S\overline{A'}}{F'\overline{S}}=1-\frac{S\overline{A'}}{F'\overline{S}}$$

- **التكبير الزاوي يعطى بالعلاقة التالية:**

$$g=\frac{dp'}{dp}$$

لحساب g نرجع إلى العلاقة التالية $\frac{n'}{p'}-\frac{n}{p}=\frac{n'}{f'}$ **و نحسب الاشتقاق الطرفين ف نحصل على:**

$$\frac{n'dp'}{p'^2}-\frac{ndp}{p^2}=0\Rightarrow g=\frac{dp'}{dp}=\frac{n}{n'}\left(\frac{p'}{p}\right)^2=\frac{n'}{n}\gamma^2$$