# Chapitre 2
# Viscosité

## 1. Phénomène de viscosité

### 1.1 Introduction

La viscosité permet de faire la distinction entre un fluide parfait et un fluide réel. Dans le cas des fluides parfaits, on considère que l'écoulement se déroule sans perte d'énergie. Dans un fluide réel, il existe des forces dites de *Viscosité*. Elles sont dues à des frottements qui existent entre les couches de vitesses différentes et sur les parois.

Ce phénomène est une caractéristique de la matière, quel qu'en soit l'état physique; gazeux '***G***', liquide '***L***' ou à la limite solide '***S***'. Elle intervient fréquemment dans les équations de la mécanique des fluides. Elle traduit en bref la résistance d'un fluide à l'écoulement, car elle ralentit le mouvement du liquide au voisinage des parois.

### 1.2 Observations

L'eau et le miel coulent différemment **Fig 2.1**; l'eau coule vite, mais avec des tourbillons, le miel coule lentement, mais de façon bien régulière.

**Fig 2.1** Ecoulement de l'eau et du miel **[1].**

### 1.3 Définition

La viscosité peut être définie comme la résistance à *l'écoulement uniforme* et sans turbulence se produisant dans la masse d'une matière.

On peut donc dire de la viscosité qu'elle est la mesure du *frottement fluide*.

La force de frottement peut être figurée par l'énergie nécessaire pour déplacer un objet qui frotte sur un autre.

## Remarque

- ✓ Les phénomènes dus à la viscosité des fluides ne se produisent que lorsque ces fluides sont en mouvement.
- ✓ Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse **Fig 2.2**. On dit qu'il existe un *profil de vitesse*.

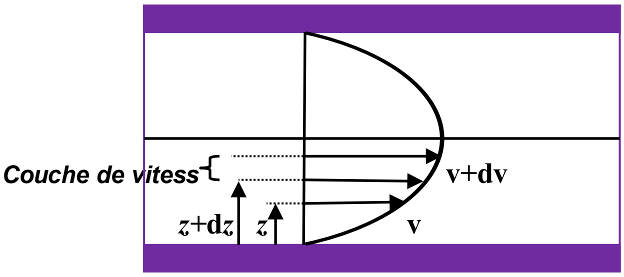



**Fig 2.2** Le profil de vitesse**.**

## 2. Le coefficient de viscosité

### 2.1 Viscosité dynamique

On considère deux couches de fluide adjacentes distantes de $z$; **Fig 2.3.** La force de frottement $\vec{F}$ qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit **Δv**, à leur surface ***S*** et inversement proportionnelle à $\Delta z$.

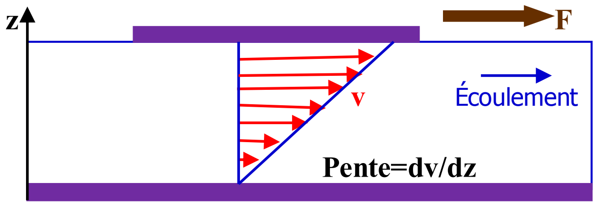



**Fig 2.3** La force de frottement et le coefficient de viscosité**.**

La viscosité se manifeste chaque fois que les couches voisines d'un même fluide sont en mouvement relatif, c'est-à-dire lorsqu'il s'établit un *gradient de vitesse*.

$$F = \eta \, S \, \frac{dv}{dz} \tag{2.1}$$

$\eta$ : Coefficient de viscosité dynamique du fluide.

Dimension :

- $[\eta] = M.L^{-1}.T^{-1}$

Unité :

- ***SI***[1] : Pascal seconde ($Pa.s$) ou Poiseuille ($P_l$); 1 $Pa.s$ = 1 $P_l$ = 1 $kg.m^{-1}.s^{-1}$.
- ***CGS***[2] : Poise ($P_o$); 1 $P_l$ = 10 $P_o$.

## Important

- ***SI***[1]: Le système international
- ***CGS***[2] : Centimètre-Gramme-Second

## 2.2 Viscosité cinématique

La viscosité cinématique est égale au rapport de la viscosité dynamique par la masse volumique du fluide considéré.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \tag{2.2}$$

ν: Coefficient de viscosité cinématique

Dimension :

- $[\nu] = L^2.T^{-1}$

Unité:

- ***SI*** : Elle n'a pas de nom particulier ($m^2/s$).
- ***CGS*** : Stokes *(St)*. $1m^2/s = 10^4$ *St.*

## 3. Ordre de grandeur

Viscosité dynamique de quelques fluides à *20°C* 'en *mPa.s*'. **Tableau 2.1**

| **Fluide** | ***η (mPa.s)*** |
|---|---|
| Eau | 1,005 |
| Essence | 0,652 |
| Glycérine | 1490 |
| Mercure | 1,554 |
| Miel liquide | 6000 |

**Tableau 2.1** Viscosité dynamique de quelques fluides à 20°*C*.

## 4. Influence de la température

La viscosité dépend fortement de la température. Dans un liquide, la viscosité décroît rapidement en fonction de la température **Tableau 2.2**. Il n'existe pas de relation rigoureuse liant $\eta$ et $T$, mais nous pouvons écrire : $\eta = k.T$ . '*K : Constante quelconque*'.

| Fluide | *η (Pa.s)* |
|---|---|
| Eau *(0 °C)* | *1,787. $10^{-3}$* |
| Eau *(20 °C)* | *1,005 . $10^{-3}$* |
| Eau *(100 °C)* | *0,2818 . $10^{-3}$* |

**Tableau 2.2** Variation de la viscosité en fonction de la température.

## 5. Mesure de la viscosité

On présente dans cette partie les différents instruments permettant de mesurer la viscosité '*Voir le TP*' **[2]**.

### 5.1 Viscosimètre d'Ostwald - Basé sur la loi de Poiseuille -

L'appareil comporte

- Un capillaire bien calibré
- Une ampoule ***A*** portant deux repères $R_1$ et $R_2$.
- Un réservoir en ***U*** contenant le liquide étudié.

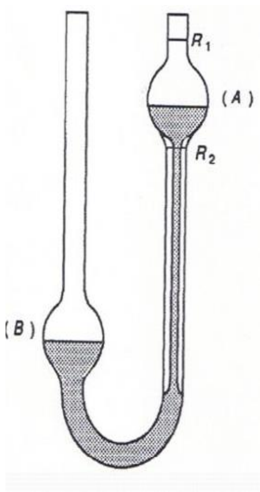



**Fig 2.4** Viscosimètre d'Ostwald **[2].**

On aspire le liquide jusqu'à $\boldsymbol{R_1}$ et on mesure la durée $\boldsymbol{\Delta t}$ qu'il met pour s'écouler jusqu'au repère $\boldsymbol{R_2}$. Ce temps d'écoulement est proportionnel à la viscosité dynamique du liquide et inversement proportionnel à la pression motrice. On montre que $\boldsymbol{K}$ étant une constante caractéristique de l'appareil. Les constructeurs délivrent avec chaque tube, un certificat d'étalonnage où intervient plutôt $K$ : $\eta = K.\rho.t$ .

Le principe de l'appareil consiste à faire écouler un liquide, dont on veut mesurer la viscosité, à travers un tube capillaire avec une vitesse débitante assez petite pour que la loi de Poiseuille puisse s'appliquer

$$D = \frac{\pi}{8\eta} \; \frac{\Delta p}{L} \; R^4 \qquad \textbf{(2.3)}$$

$D$ : Débit volumique.
$R$ : le rayon du tube capillaire.
$\Delta p$ : Différence de pression entre l'entrer et la sortie du tube.
Pression hydrostatique $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho g h$

A la distance $\boldsymbol{r}$ du centre, la vitesse vaut

$$\mathrm{v} = \frac{\Delta p}{4\eta L} \; (R^2 - r^2) \qquad \textbf{(2.4)}$$

Le principe de la mesure de la viscosité dynamique consiste à mesurer le temps d'écoulement du liquide à étudier $\boldsymbol{t_x}$ dans un tube cylindrique dans le même tube on fait passer le *même volume* en eau *liquide référence* et on mesure le temps d'écoulement de l'eau $\boldsymbol{t_0}$.

Poiseuille $D = \frac{\pi}{8\eta} \; \frac{\Delta p}{L} \; R^4 \rightarrow D = \frac{\pi}{8\eta} \; \frac{\rho g h}{L} \; R^4$ **(*)**

Débit volumique $D = \frac{V}{t}$

Alors on aura $\begin{cases} D_x = \frac{V}{t_x} \\ D_0 = \frac{V}{t_0} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} t_x = \frac{V}{D_x} & \textbf{(1)} \\ t_0 = \frac{V}{D_0} & \textbf{(2)} \end{cases}$

On met $\frac{\textbf{(1)}}{\textbf{(2)}}$ , on trouve $\frac{t_x}{t_0} = \frac{D_x}{D_0}$ et en remplaçant par Poiseuille **(*)**

On obtient

$$\frac{t_x}{t_0} = \frac{\eta_x}{\eta_0} \frac{\rho_0}{\rho_x} \qquad \textbf{(2.5)}$$

## 5.2 Viscosimètre d'Höppler - Basé sur la loi de Stocks -

Une bille sphérique tombe lentement dans un tube bien calibré renfermant le liquide visqueux. On mesure la durée ***t*** que met la bille pour parcourir une certaine distance.

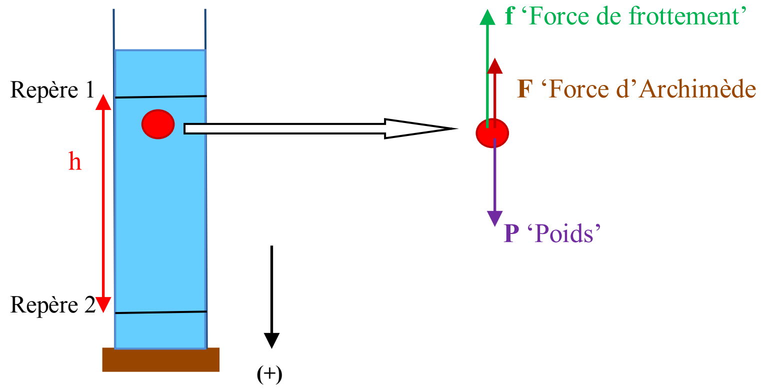



**Fig 2.5** Schéma de la chute de la bille**.**

Si la viscosité est suffisante, la bille atteint très rapidement une vitesse limite de chute constante **v** et cette vitesse est assez faible pour que la force de frottement soit décrite par la loi de *Stockes*

$$F = 6\pi \,.\, r \,.\, \eta \,.\, \mathrm{v}$$

La bille est en outre soumise à son poids et à la force d'*Archimède*. La 2ème loi de *Newton* se traduit par

$$6\pi r.\eta.\ \mathrm{v} = 4/3.\ \pi r^3.(\rho_S - \rho_L)g$$

En on déduit

$$\eta = \frac{2r^2}{9\mathrm{v}}(\rho_S - \rho_L)g \qquad \textbf{(2.6)}$$

On mesure le temps de chute dans un liquide de viscosité connue eau puis dans le liquide à étudier. D'après **(2.6)** on a

$$\mathrm{v} = \frac{2r^2}{9\eta}(\rho_S - \rho_L)g \qquad \textbf{(2.7)}$$

La vitesse de la bille est constante $\mathrm{v} = \frac{L}{t}$

Alors on aura $\begin{cases} V_x = \frac{L}{t_x} \\ V_0 = \frac{L}{t_0} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} t_x = \frac{L}{V_x} & \textbf{(1)} \\ t_0 = \frac{L}{V_0} & \textbf{(2)} \end{cases}$

On met $\frac{(2)}{(1)}$ , on trouve $\frac{t_0}{t_x} = \frac{V_x}{V_0}$ et en remplaçant par **(2.7)**

On obtient

$$\frac{t_0}{t_x} = \frac{\eta_0\,(\rho_S - \rho_{Lx})}{\eta_x\,(\rho_S - \rho_{L0})} \qquad \textbf{(2.8)}$$

## 6. Les différents régimes d'écoulement -Nombre de Reynolds-

Les expériences réalisées par *Reynolds* en 1883, lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dont laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement *laminaire* et *turbulent*. En utilisant des fluides divers '*viscosité différente*', en faisant varier le débit et le diamètre de canalisation **[3]**.

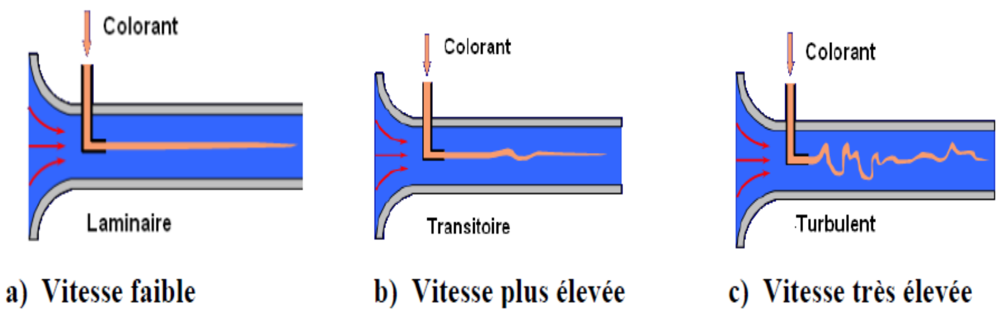



**Fig 2.6** Les trois régimes d'écoulement **[4].**

a) **Régime laminaire** : le fluide s'écoule en couches cylindriques coaxiales ayant pour axe le centre de conduite.
b) **Régime transitoire (intermédiaire)** : c'est une transition entre le régime laminaire et le turbulent.
c) **Régime turbulent** : formation de mouvement tourbillonnant dans le fluide.

*Reynolds* a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension, appelé nombre de *Reynolds*

$$Re = \frac{\rho \mathrm{v} D}{\eta} \qquad \textbf{(2.9)}$$

Avec $\eta = \rho\, \mathrm{v}$

$$Re = \frac{\mathrm{v} D}{\nu} \qquad \textbf{(2.10)}$$

$\rho$ : masse volumique du fluide
v : vitesse moyenne
$D$ : diamètre de la conduite
$\eta$ : viscosité dynamique du fluide
$\nu$ : viscosité cinématique

Le nombre de *Reynolds* est un nombre sans dimensions et selon les valeurs qu'il prend '*Dans le système **SI***' on pourra caractériser la probabilité pour un écoulement d'etre *laminaire* ou *turbulent*.

- ***Re* < *2000*** → Régime d'écoulement *laminaire.*
- ***2000* < *Re* < *3000*** → Régime d'écoulement *intermédiaire.*
- ***Re* > *3000*** → Régime d'écoulement *turbulent.*

Ces valeurs de nombre de *Reynolds* doivent être considérées comme des ordres de grandeur, le passage d'un type d'écoulement à un autre se fait progressivement.

## 7. La résistance à l'écoulement - Loi d'*Ohm* -

Il est possible d'établir une analogie entre l'écoulement d'un fluide dans un tube cylindrique, et le passage du courant électrique dans un conducteur. Et il suffit pour cela d'écrire la loi de *Poiseuille* sous une forme légèrement différente.

D'après la formule de *Poiseuille* **(2.3)**

$$\Delta p = \left(\frac{8\eta L}{\pi R^4}\right) D$$

On peut l'écrire sous la forme suivante

$$\Delta p = Rm \,.\, D \tag{2.11}$$

$R_m = \left(\frac{8\eta L}{\pi R^4}\right)$: Résistance mécanique

La loi d'*Ohm*

$$U = R \,.\, I \tag{2.12}$$

***U*** : Différence de potentiel.
***R*** : Résistance.
***I*** : Intensité électrique.

Unité :

- $R$ en Ω,
- $U$ en $V$,
- $I$ en A.

Et par analogie **(2.11) et (2.12),** on trouve

- $\Delta p \equiv U$
- $R_m \equiv R$ **(2.13)**
- $D \equiv I$

On peut déduire de la formule **(2.11),** la résistance mécanique

$$R_m = \frac{\Delta p}{D} \tag{2.14}$$

## 7.1 Puissance électrique

La puissance électrique est donnée par

$$P = U.\, I$$

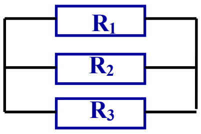
Et d'après **(2.9),** on peut l'écrire aussi sous la forme suivante

$$P = \Delta P \,.\, D \tag{2.15}$$

Comme c'est le cas pour les résistances électriques, les résistances mécaniques peuvent être placées en série ou en parallèle. Les lois valables pour les résistances électriques s'appliquent

- Résistances en série 

 : $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$

- Résistances en parallèle 

 : $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$

# 8. Application

## 8.1 Analogie entre le cœur et la pompe électrique

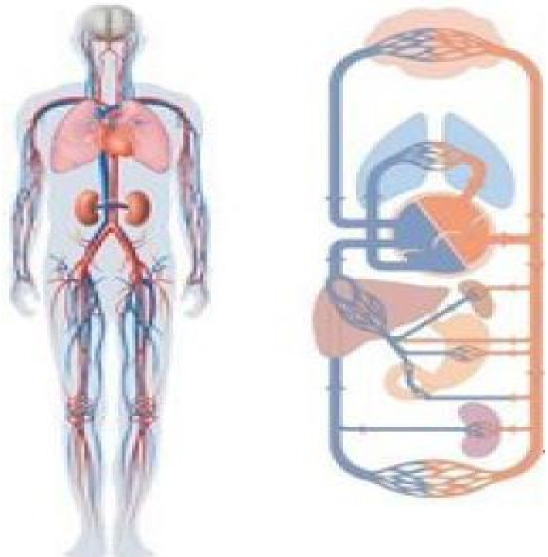
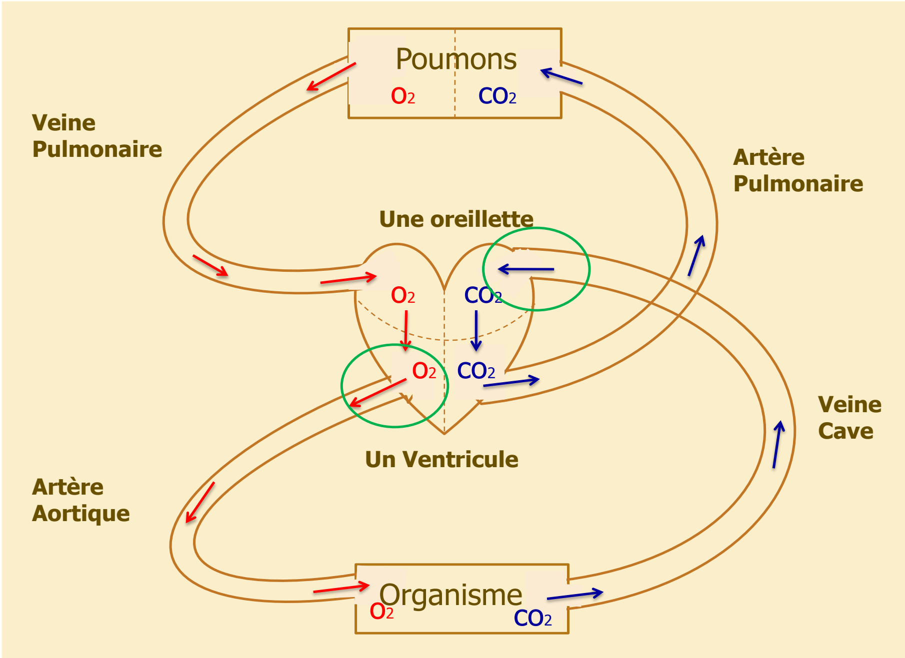


**Fig 2.7** Circulation du sang dans le corps **[5].**

Le cœur est un organe musclé constitué de quatre chambres, les deux chambres supérieures du cœur sont appelées les oreillettes tandis que les deux chambres 'pompes' inferieures sont appelées les ventricules.

Le cœur est aussi séparé en deux parties, la droite, cœur droit et, la gauche, cœur gauche. Chacune comprend donc une oreillette et un ventricule.




- L'oreillette droite collecte le sang qui a parcouru tout le corps *'le sang bleu'* et l'envoi vers le ventricule droit afin qu'il soit éjecté dans les poumons pour y être ré oxygéné.
- De la même façon l'oreillette gauche collecte passivement le sang qui a traversé les poumons et l'acheminer au ventricule gauche qui éjecte le sang fraichement oxygéné *'le sang rouge'* dans l'ensemble du corps.

## 8.2 La résistance périphérique totale

La résistance périphérique totale représente l'organisme en entier

$$R_{PT} = \frac{\Delta P}{D_V} \qquad \textbf{(2.16)}$$

Avec $\Delta P$ = Pression ventricule gauche - Pression ventricule droite

$D$ : Débit cardiaque

Unité :

- $\Delta P$ en *mHg*,
- $D$ en ml/*s*.

## Exercice

Un sujet hypertendu a une pression artérielle aortique moyenne de 152*mm Hg* et une pression auriculaire droite de 2*mm Hg*.

1. Quelle est la puissance mécanique fournie par le ventricule gauche sachant que le débit cardiaque de ce sujet est 4 *l/min* ?
2. Quelle est chez ce sujet la valeur de la résistance périphérique totale ?

## Solution

**1.** La puissance mécanique

$$P = \Delta P\,.\,D_V$$

Avec $\Delta P = P_2 - P_1$

$$\Delta P = (152 - 2)\frac{10^5}{760}Pa$$

$$\Delta P = 19737P_a$$

Et $D_V = 4\,l.min^{-1} = 4.\frac{10^{-3}}{60}m^3.s^{-1} = 0{,}067.10^{-3}m^3.s^{-1}$

On obtient alors

$$P = \Delta P\,.\,D_V$$

**A.N :**

$$P = 19737.0{,}067.10^{-3}m^3.s^{-1}$$

$$P = 1{,}315\,Watt.$$

**2.** La résistance périphérique totale

$$R_{PT} = \frac{\Delta P}{D_V}$$

**A.N :**

$$R_{PT} = \frac{19737P_a}{0{,}067.10^{-3}m^3.s^{-1}}$$

$$R_{PT} = 2{,}96.10^8$$