Série de TD N° 3

Exercice1: 1) Etudier la dérivabilité en x_0 des fonctions suivantes:

a) $f(x) = ((x-3)/(x^2+3)), x_0 = 1$

b) $g(x) = \sqrt{x},\ x_0 = 1$

2) Etudier la dérivabilité des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \begin{cases} x^2\sin(1/x), x \neq 0 \\ 0, \quad x = 0 \end{cases}$

b) $g(x) = ((1-x)/(1+|x|))$

Exercice 2: Appliquer le théorème des accroissements finis quand cela est possible à :

1) $f(x) = 2(x^2-5), sur\ [3;\ 5]$
2) $f(x) = |x-1|, x \in [0;\ 2]$.

Exercice 3:

Montrer que :

1) $\forall\ x \in]0\ ; \frac{\pi}{2}[\ , sinx < x < tgx$

1) 2) $\forall\ x \in]0\ ; +\infty[\ , \frac{1}{x+1} < L\,\text{og}(1+x) - Log\,x < \frac{1}{x}$

Exercice 4: Soit f(x) une fonction définie par :

$f(x) = \begin{cases} -(x-1)\ln(1-x), 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + ax + b, x \geq 1 \end{cases}$

1) Calculer a et b pour que f soit continue sur [0;+∞[et vérifie f(0) = f(2).

2) Vérifier que f vérifie les conditions du théorème de Rolle sur l'intervalle [0; 1], trouver ensuite le nombre c qui figure dans le théorème.

3) Trouver c' en appliquant le théorème des accroissements finis à f sur l'intervalle [2; 3].

Exercice 5: (Exercice supplémentaire)

Soit f définie par : $f(x) = x(ax^2 + bx + c)$

Déterminer a,b,c tels que le graphe de f noté par (C) admet pour tangente la 1ière bissectrice à l'origine, et la tangente au point M(1,2) est parallèle à la 2ième bissectrice.

Exercice 6 : Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - cosx - sinx}{x^2}$; 2) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x^2}$; 3) $\lim_{x\to \pi} \frac{sin^2(x-\pi)}{(x^2-\pi^2)}$;

4) $\lim_{x\to \infty} \frac{e^x}{x^2+3}$; 5) $\lim_{x\to a} \frac{cosx - cosa}{sinx - sina}, a \in \boldsymbol{R}$; 6) $\lim_{x\to 0} \frac{1-cosx^2}{x^4}$