Université des Frères Mentouri
Faculté des Sciences   Série de TD N°2 par A. Lanani
1LMD T.C. S.N.V.

Série de TD N°2

Exercice 1: Etudier la continuité des fonctions suivantes en $x_0 = 0$; sauf pour 4) en $x_0 = 1$

1) $f(x) = \begin{cases} x^2 sin\frac{1}{x}, \ x \neq 0 \\ 0, \ x = 0 \end{cases}$ 2) $g(x) = \begin{cases} \frac{x-|x|}{2}, \ x \neq 0 \\ 2, \ x = 0 \end{cases}$, 3) $g(x) = \begin{cases} \frac{sin\ x}{|x|} \ ; x \neq 0 \\ 1; \ x = 0 \end{cases}$

4) $t(x) = \begin{cases} \frac{x \ln x}{x^2-1}, \ x \neq 1 \\ \frac{1}{2}, \ x = 1 \end{cases}$

5) Etudier la continuité sur le domaine de définition des fonctions :

a) $f(x) = \frac{sinx}{2+sinx}$ b) $g(x) = x.|x|$ c) $h(x) = \frac{x}{x^2-1}$

Exercice 2 : soit $(x) = \begin{cases} x^2, \ x \geq -2 \\ x + a, \ x < -2 \end{cases}$
Déterminer a pour que f soit continue.

Exercice 3 : (supplémentaire) : Soit $f(x) = \begin{cases} \frac{a(e^x-1)}{x} - 1, x < 0 \\ ab, \ x = 0 \\ (e^x - 1)(1 - cosx)/sinx, \ x > 0 \end{cases}$; $a, b \in \mathbb{R}$

Déterminer a, b pour que f soit continue au point $x_0 = 0$.

Exercice4 : Les fonctions suivantes admettent-elles des prolongements par continuité ? si oui, donner ces prolongements.

1) $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2-|x|}$, 2) $g(x) = \frac{cos^2 x-1}{x}$,3) $h(x) = \frac{x^4-1}{x^3-1}$, 4) $t(x) = \frac{tgax}{sinbx}$, $a\ et b \in \mathbb{R}^*$, pour la fonction t(x), dans 4), $x_0 = 0$.

Exercice 5 : Montrer que l'équation suivante : $x^{12} = x^{11} + 1$
admet au moins une solution dans $\mathbb{R}$ (Ne pas calculer cette solution).

Exercice 6 : Soit f une fonction définie par : $f(x) = x^3 + x$. Montrer que la courbe de f et la droite d'équation $y = -1$ se coupent au moins en un point de l'intervalle $[-1; -1/2]$.

Exercice 7 (Supplémentaire) : soit $g(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$. Montrer que cette équation admet au moins 3 racines réelles ; puis encadrer chacune d'elles entre 2 nombres relatifs successifs.

Exercice 8 : Soit la fonction f définie par : $f: [1, +\infty[\to \mathbb{R}$ / $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$
1)Montrer que f admet une fonction réciproque. 2) Déterminer : a) son domaine de définition ; b) Son expression.

Exercice 9 (Supplémentaire) : Soit la fonction f : $[1; +\infty[\to \mathbb{R}$
$$X \to f(x) = \frac{2x^2+x+2}{x^2+1}$$

Mêmes questions que celles de l'exercice8.