

Série d'exercices N°1

Exercice 1 : Calculer le domaine de définition des fonctions définies par :

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 3}{1 - |x|}, \quad 2) g(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+5}}, \quad 3) h(x) = \frac{\sin nx}{\cos nx}, n \in \mathbb{N}^*, \quad 4) k(x) = \frac{1}{1 + \sin 2x}, \quad 5) \ln \frac{(x^2 + 3x + 2)}{(x^2 + 3x - 4)}$$

Exercice 2 : Etudier la parité (paire; impaire; ou ni paire ni impaire) des fonctions:

$$1) f(x) = \frac{\sin x}{1 - \sin^2 x}, \quad 2) g(x) = \frac{|x| + 1}{x^2 + 5}, \quad 3) h(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right), \quad 4) r(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}).$$

Exercice 3 (supplémentaire): Sachant que si f est périodique de période T , et si $a, b \in \mathbb{R}$ tel que $a \neq 0$, alors la fonction $x \mapsto f(ax + b)$ est périodique de période T/a . Déterminer alors la période de chacune des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \cos(2x + 1), \quad 2) g(x) = \operatorname{tg}(-3x + 2), \quad 3) h(x) = \sin(x + 1) + \cos\left(\frac{1}{3}x + 5\right).$$

Exercice 4 : Calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x}), \quad 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x^3-1} \right), \quad 3) \operatorname{Lim}_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x, \quad 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x,$$

Exercice 5 : Sachant que : $\forall x \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$, $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.

Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$; puis calculer : a) $\operatorname{Lim}_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$, b) $\operatorname{Lim}_{x \rightarrow 0} x \cot g(x)$.

Avec tg : tangente et cotg : cotangente

Exercice 6 : Soient $f(x) = \frac{1}{x^2+1} \sin(3x - 2)$ et $g(x) = x^4 \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$. Montrer que :

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0,$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0.$$