

Série d'exercices N°1

Ex1 : Donner le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \frac{x^2+3}{1-|x|} \quad 2) h(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+5}} \quad 3) g(x) = \frac{\sin x}{\cos nx}; n \in \mathbb{N}^*$$

$$4) l(x) = \frac{1}{1+\sin 2x} \quad 5) r(x) = \log\left(\frac{x^2+3x+2}{x^2+3x-4}\right)$$

Ex2 : Etudier la parité des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = \frac{\sin x}{1-\sin^2 x} \quad 2) g(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad 3) f(x) = \frac{|x|+1}{x^2+5}$$

$$4) l(x) = \log(x + \sqrt{1+x^2})$$

Ex3 : Sachant que si f est périodique de période T , et si $a, b \in \mathbb{R}$, avec $a \neq 0$, alors la fonction $x \rightarrow f(ax+b)$ est périodique de période T/a .

Déterminer alors la période de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = \cos(2x+1); \quad g(x) = \operatorname{tg}(-3x+2); \quad h(x) = \sin(x+1) + \cos\left(\frac{1}{3}x+5\right).$$

Ex4 : Calculer les limites suivantes :

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x}) \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^2-1}\right) \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{x})^x \quad 4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x.$$

Ex5 : Sachant que : $\forall x \in]0, \frac{\pi}{2}[$, $\sin x < x < \operatorname{tg} x$, montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \text{ puis calculer : } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{cotg} x.$$

Ex6 : Soient les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1} \sin(2x-1); \quad g(x) = x^4 \cos \frac{1}{x^2}. \text{ Montrer que :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0.$$

Que peut-on conclure ?