

1LMD Corrigé série N1 par A. Lanani

Exercice 1

Calculer le domaine de définition des fonctions définies par :

$$1) f(x) = \frac{x^2+3}{1-|x|} \quad 2) f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+5}} \quad 3) f(x) = \frac{\sin nx}{\cos nx}, n \in \mathbb{N}^*,$$

$$4) f(x) = \frac{1}{1+\sin 2x} \quad 5) f(x) = \ln\left(\frac{x^2+3x+2}{x^2+3x-4}\right)$$

Réponses:

$$1) 1 - |x| \neq 0 \Leftrightarrow |x| \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \pm 1 \Leftrightarrow Df = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$$

$$2) (x-3)(x+5) \geq 0 \text{ et } (x+5) \neq 0 \text{ d'où } Df =]-\infty; -5[\cup]3; +\infty[$$

$$3) \cos nx \neq 0 \Leftrightarrow nx \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2n} + \frac{k\pi}{n}; k \in \mathbb{Z}$$

$$Df = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2n} + \frac{k\pi}{n}; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$4) 1 + \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2x \neq -1 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

$$Df = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$5) (x^2 + 3x + 2 > 0 \text{ et } x^2 + 3x - 4 > 0) \Leftrightarrow Df =]-\infty; -4[\cup]-2; -1[\cup]1; +\infty[$$

Exercice 2 : Résultats

- 1) Impaire ; 2) Impaire ; 3) Paire
- 4) Impaire (Utiliser l'expression conjuguée)

Exercice 3 : (Supplémentaire)

Exercice 4 :

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x}) = 0 \text{ (prendre l'expression conjuguée)}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{1}{3}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = ?$$

$$\text{Résultat : } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \text{ (par exemple, faire le changement de variable } y = \frac{1}{x}\text{)}$$