Université Mentouri Constantine
Faculté des Sciences
Département de Biologie T.C.

2ème Année LMD

Variable Statistique à deux dimensions

I) Tableaux statistiques.

Définition: la famille $(X_i;\ Y_j)\ , i = 1, \ldots, k\ ;\ j = 1, \ldots p$ s'appelle série statistique double. Elle est représentée par le tableau suivant :

X \ Y	Y_1	…	Y_j	…	Y_p	$\sum$
X_1	n_{11}		n_{1j}		n_{1p}	$n_{1.}$
…	…	…	…	…		
X_i	n_{i1}	…	n_{ij}	…	n_{ip}	$n_{i.}$
…						
X_k						
$\sum$	$n_{.1}$		$n_{.j}$		$n_{.p}$	N

L'effectif de la modalité $(Xi\ ;\ Yj)$ est n_{ij}
L'effectif total N est : $N = \sum_j^p \quad \sum_i^k n_{ij} = \sum_i^k \quad \sum_j^p n_{ij}$

II) Distributions marginales :

1) X et Y s'appellent 1ier et second caractère marginal, respectivement.
2) - L'effectif marginal de X_i est : $n_{i.} = \sum_j^p n_{ij}$
   - L'effectif marginal de Y_j est : $n_{.j} = \sum_i^k n_{ij}$
3) - La fréquence marginale de X_i est : $f_{i.} = \frac{n_{i.}}{N}$
   - La fréquence marginale de Y_j est : $f_{.j} = \frac{n_{.j}}{N}$

III) Moyennes et variances marginales :

1) Moyennes

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_{i.}}{N}\ ;\quad \bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^p n_{.j}}{N}$$

2) Variances

$$Var(X) = \frac{\sum_{i=1}^k n_{i.} {X_i}^2}{N}\ ;\quad Var(Y) = \frac{\sum_{j=1}^p n_{.j}\, {Y_j}^2}{N}$$

IV) Covariance de X et Y

$$Cov(X,Y) = \frac{1}{N}\sum_j \quad \sum_i n_{ij}\, X_i Y_j - \bar{X}\bar{Y} = \frac{1}{N}\sum_i \quad \sum_j n_{ij}\, X_i Y_j - \bar{X}\bar{Y}$$

V) Coefficient de corrélation linéaire entre X et Y

$$\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Avec σ_X et σ_Y écart type de X et de Y, respectivement.

Remarques :

1) $-1 \leq \rho \leq 1$
2) Si $= 0$, alors il n'y a pas de corrélation linéaire entre X et Y.
3) Si $\rho = 1,$, alors il y a une très forte corrélation linéaire positive entre X et Y.
4) Si $\rho = -1,$, alors il y a une très forte corrélation linéaire négative entre X et Y.