

TD 5 : Phénomène de Diffusion (2 Séance de TD)

Exercice 1

Une membrane poreuse de surface totale des pores $S = 0,05 \text{ m}^2$ sépare deux compartiments contenant du saccharose aux concentrations 0,5 et 0,2 mol/l respectivement. Ces concentrations sont maintenues constantes aux cours de la diffusion des molécules de saccharose à travers la membrane. On suppose le régime stationnaire établi.

- Quelle est la valeur du débit ?

On donne : D du saccharose = $8.10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$, épaisseur de la membrane $e = 10 \text{ }\mu\text{m}$.

Exercice 2

Soit une membrane poreuse d'épaisseur e et de surface $S = 50 \text{ cm}^2$ séparant deux compartiments.

A l'instant $t = 0 \text{ s}$ on introduit dans le premier compartiment 2 litres d'eau pure et dans le deuxième compartiment 2 litres d'une solution aqueuse de concentration en soluté 1 mole/l. si après 30 secondes la concentration dans le premier compartiment est $10^{-6} \text{ mole/cm}^3$,

- Déterminer l'épaisseur e de la membrane en supposant que le gradient de concentration reste linéaire dans l'épaisseur e . on donne $D = 5,344.10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$.

Exercice 3

Le coefficient de diffusion de l'insuline en solution aqueuse est à 25°C égal à $8,2.10^{-11} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

1. calculer le rayon de cette molécule supposé sphérique.
2. déduire de ce résultat la masse molaire de l'insuline
3. quel serait le coefficient de diffusion de l'insuline à 0°C .
4. quel serait le coefficient de diffusion de l'urée en solution aqueuse à 0°C .

On donne la masse volumique de l'insuline 1300 kg/m^3 ; $\eta_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ mPa.s}$;

$K = 1,38.10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$; $M_{\text{urée}} = 60 \text{ g/mole}$

Exercice 4

Un réservoir est séparé en deux compartiments par une membrane poreuse de 3 cm^2 de surface et de $0,1 \text{ mm}$ d'épaisseur. Dans l'un des compartiments, on place une solution aqueuse de 2 mmole/l et dans l'autre de l'eau pure. Le débit initial de diffusion moléculaire du soluté est de $4,2.10^{-12} \text{ mole/s}$.

1. Calculer le coefficient de perméabilité P de la membrane vis-à-vis de la molécule.
2. En déduire le coefficient de diffusion moléculaire.

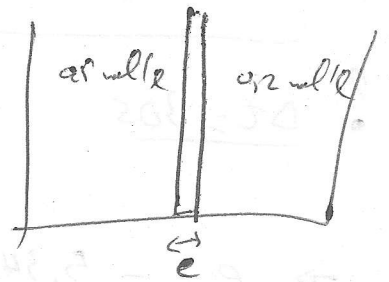
TDS Phénomène de Diffusion

Exo 1

à l'état

régime stationnaire

1^{er} loi de Fick



Débit molaire

$$\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) = -D \cdot S \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

Δn : nbr des moles déplacées (moles)

Δt : temps

D : coeff de diffusion moléculaire (m^2/s)

S : surface d'échange (m^2)

ΔC : variation de la concentration (mol/m^3)

Δx : épaisseur de la membrane (m)

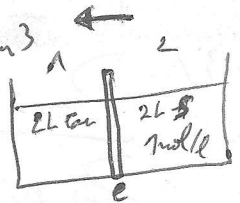
$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = - 8 \cdot 10^{-10} \frac{m^2}{s} \cdot 5 \cdot 10^{-2} m^2 \cdot \frac{(0,2 - 0,1) \cdot 10^3 \text{ mol}/m^3}{10 \cdot 10^{-6} m}$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}/s$$

Exo 2

$t = 0s$ (1) $C_1 = 0$ (2) $C_2 = 1 \text{ mol}/l = 10^3 \text{ mol}/m^3$

$t = 30s$ (1) $C_1 = 10^{-6} \text{ mol}/m^3$ (2) $C_2 = ?$



1^{er} loi de Fick $\frac{\Delta n}{\Delta t} = -D \cdot S \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x}$ $\Delta x = e$

$$\Rightarrow e = \Delta x = -D \cdot S \cdot \frac{\Delta C}{\Delta n} \cdot \Delta t$$

? $\Delta C = C_1 - C_2$??

Diffusion de corp 2 \rightarrow 1

$$C_2' = C_2 - C_1' = 10^{-3} \text{ mol}/m^3 - 10^{-6} \text{ mol}/m^3 = (1000 - 1) \cdot 10^{-6}$$

$$C_2' = 999 \cdot 10^{-6} \text{ mol}/m^3$$

$$\Delta C = (1 - 999) \cdot 10^{-6} = -998 \cdot 10^{-6} \text{ mol}/m^3$$

?

$$\Delta n = n_f - n_i$$

$$= n'_1 - n_2$$

$$\Delta n = n'_1 = 2 \cdot 10^3 \text{ mol}$$

$$n_2 = 0 \text{ (eau pure)}$$

$$n'_1 = c'_1 \cdot V_1 = 10^{-6} \text{ mol/cm}^3 \times 2 \text{ l}$$

$$n_i = 10^{-6} \times 2 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

$$n'_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

$$\Rightarrow e = -5,344 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s} \cdot 50 \text{ cm}^2 \cdot (-998) \cdot 10^{-6} \text{ mol/cm}^3 \cdot \frac{30 \text{ s}}{2 \cdot 10^3 \text{ mol}}$$

$$e = 0,04 \text{ cm}$$

exo 3

loi de probabilité d'Enstein

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r} \Rightarrow r = \frac{kT}{6\pi\eta D}$$

$$r = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 8 \text{ /K}^\circ \cdot 298 \text{ K}^\circ}{6 \cdot 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} \cdot 8,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}} = (2,66 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 2,66 \text{ nm})$$

$$M = W \cdot m = V \rho \cdot V = W \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$= 6,023 \cdot 10^{-23} \cdot 1300 \text{ kg/m}^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (2,66 \cdot 10^{-9})^3$$

$$M = 61,7 \cdot \text{kg/mol}$$

$$\frac{D_{\text{ins } 0^\circ\text{C}}}{D_{\text{ins } 25^\circ\text{C}}} = \frac{kT_0}{6\pi\eta r} \cdot \frac{6\pi\eta r}{kT_{25}} = \frac{T_0}{T_{25}} \Rightarrow D_{0^\circ\text{C}} = D_{25^\circ\text{C}} \times \frac{T_{25}}{T_{0^\circ\text{C}}}$$

$$D_{0^\circ\text{C}} = 8,2 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \cdot \frac{293}{298} = 7,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\frac{D_u}{D_{\text{ins}}} = \sqrt[3]{\frac{M_u}{M_{\text{ins}}}} \Rightarrow D_{u0^\circ\text{C}} = D_{\text{ins } 0^\circ\text{C}} \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ins}}}{M_u}}$$

$$D_{u0^\circ\text{C}} = 7,5 \cdot 10^{-11} \cdot \sqrt[3]{\frac{617 \text{ kg/mol}}{60 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}}}$$

$$D_{u0^\circ\text{C}} = 36,07 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$7,5 \times 10^{-10}$$

Ex 104

1°

$$P = \frac{D}{e} \cdot \frac{S_p}{S_T}$$

S_p : surface des pores

$S_T = \dots$ total de la surface

$S_p \approx S_T$

$$P = \frac{D}{e}$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = -D \cdot S \cdot \frac{\Delta C}{\Delta x} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = -P \cdot S \cdot \Delta C$$

$$P = -\frac{\Delta n}{\Delta t} \cdot \frac{1}{S \cdot \Delta C}$$

$$\Delta C = 0 - C_{II} = -C_{II}$$

$$P = + \left(\frac{\Delta n}{\Delta t} \right) \cdot \frac{1}{S C_{II}} = 4,2 \cdot 10^{12} \text{ mol/s} \cdot \frac{1}{36 \times 2 \cdot 10^{-6} \text{ mol}} \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^3}$$

$$P = 7 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s}$$

2°

$$P = \frac{D}{e} \Rightarrow D = P \cdot e = 7 \cdot 10^{-7} \text{ cm/s} \cdot 10^{-2} \text{ cm}$$

$$D = 7 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}$$