



Série d'exercices N°1

Exercice 1 :

Donner le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$1^\circ) f(x) = \frac{x^2+3}{1-|x|} ; 2^\circ) h(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+5}} ; 3^\circ) g(x) = \frac{\sin nx}{\cos nx} ; n \in \mathbb{N}^* ;$$

$$4^\circ) t(x) = \frac{1}{1+\sin 2x} ; 5^\circ) r(x) = \ln \left(\frac{x^2+3x+2}{x^2+3x-4} \right) .$$

Exercice 2 : Etudier la parité des fonctions suivantes :

$$1^\circ) f(x) = \frac{\sin x}{1-\sin^2 x} ; 2^\circ) g(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) ; 3^\circ) h(x) = \frac{|x|+1}{x^2+5} ; 4^\circ) t(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) .$$

Exercice 3 :

Sachant que si f est périodique de période T et si $a, b \in \mathbb{R}$, avec $a \neq 0$, alors la fonction $x \mapsto f(ax + b)$ est périodique de période $T/|a|$.

Déterminer alors la période de chacune des fonctions suivantes :

$$1^\circ) f(x) = \cos(2x + 1) ; 2^\circ) g(x) = \tan(-3x + 2) ; 3^\circ) h(x) = \sin(x + 1) + \cos\left(\frac{1}{3}x + 5\right) .$$

Exercice 4 :

Calculer les limites suivantes :

$$1^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x}) ; 2^\circ) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x-1}{x^3-1} \right) ; 3^\circ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x ; 4^\circ)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^x$$

Exercice 5 :

Sachant que: $\forall x \in]0; \frac{\pi}{2}[$: $\sin x < x < \tan x$; montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 , \text{ puis calculer } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0} x \cot x .$$

Exercice 6 :

Soient les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1} \sin(2x-1) ; g(x) = x^4 \cos \frac{1}{x^2} ; \text{ montrer que}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 ; \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0 .$$

Que peut-on conclure ?