CHAPITRE IV (Résumé)

AJUSTEMENT LINEAIRE – EXPONENTIEL - PUISSANCE

I) AJUSTEMENT LINEAIRE :

Soient les données (Xi ; Yi) ; i =1,…,N, prises par les deux variables X et Y.

$Y_i = aX_i + b + e_i$

La minimisation de Σe_i^2, i =1,…,N.

nous donne : $\hat{a} = Cov(X,Y) / Var(X)$ et $b = \bar{Y} - \hat{a}\,\bar{X}$

Cette méthode d'approximation est appelée méthode des moindres carrés.

D'où la droite d'ajustement de Y en X :

$$Y = \hat{a}\,X + b$$

De même la droite d'ajustement de X en Y est :

$$X = a'\,Y + b'$$

Avec : $a' = Cov(X,Y) / Var(Y)$ et $b' = X - a'Y$.

II) Ajustement exponentiel

L'ajustement de Y en X est donné par :

$Y = B\,A^X$

On se ramène à l'équation d'une droite par une transformation logarithmique :

$\ln Y = \ln(B\,A^X) = \ln B + X\ln A$

D'où : $y = a\,X + b$

Avec : $y = \ln Y$; $b = \ln B$; $a = \ln A$

Donc : $a = Cov(X,y) / varX$ et $b = y – a\,X$

Finalement, on calcule A et B par :

LnA = a d'où : A = e^a

LnB = b, d'où :B = e^b

III) Ajustement à l'aide d'une fonction puissance.

L'ajustement de Y en X est donné par :

$Y = B\ X^{a}$

On se ramène à l'équation d'une droite par une transformation logarithmique :

$Ln\ Y = Ln\ (B\ X^a) = LnB + a\ LnX$

D'où : y = a X + b

Avec : y = Ln Y ; b = LnB ; a = a et x = LnX

Donc : a = Cov(x,y) / varx   et b = y – a x

Finalement, il faut avoir B par : LnB = b, d'où :B = e^b

CHAPITRE V (Résumé)

ANALYSE COMBINATOIRE

I) ARRANGEMENT

1) Définition : Soit E un ensemble à n éléments. On appelle arrangement de ces n éléments pris p à p sans répétitions, toute partie de p éléments distincts rangés dans un ordre déterminé.

Le nombre de tous les arrangements est noté par A_n^P

2) Théorème : le nombre d'arrangements différents des n éléments pris p à p est :

$$An^P = n(n-1)(n-2)\dots(n-(p-2))(n-(p-1)), \quad 1 \leq p \leq n.$$

Cette formule peut encore s'écrire : $A_n^P = n! / (n - P)!$

Rappel : $n ! = 1.2.3\dots.n.$ et $0 ! = 1$

Exemple : Quel est le nombre d'arrangements de 2 lettres prises parmi a, b, c.

Réponse : $A_3^2 = 6$

En effet, on a : $\{$ ab, ba, bc , cb, ac, ca $\}$

II) Permutation.

1) Définition :

Si p = n, les arrangements deviennent les permutations des n éléments de E.

Notons par p_n le nombre de permutations de E.

2) Théorème :

on a d'après ce qui précède :

$p_n = n(n-1)\ldots(n-n+1)$, soit : $p_n = 1.2.3\ldots..n = n\,!$

Exemple : E = { a, b, c } ; p = n =3 d'où $p_n = 3! = 6$

En effet, on a : { abc, acb, bca, bac, cab, cba }.

III) Combinaison.

1) Définition :

Soit E un ensemble à n éléments. On appelle combinaison de ces n éléments pris p à p sans répétitions, toute partie de p éléments distincts de E.

2) Théorème : Le nombre noté C_n^p des parties de p éléments d'un ensemble à n éléments est égal à :

$C_n^p = n.(n-1)\ldots(n-p+1) / p!$

Formule qui peut encore s'écrire:

$C_n^p = n\,! / (\,p\,!\,(\,n - p\,)!)$

Exemple : E = { a, b, c }

Le nombre des combinaisons des éléments de E pris 2 à 2 est :

$C_3^2 = 3$

En effet, on a : { ab, ac, bc }