

## Les fermentations

Chaque cellule donne après division asexuée 2 filiations - après n générations :

$$1 \phi \rightarrow 2 \phi$$

$$n \phi \rightarrow 2^n \phi$$

$N = N_0 \cdot 2^n$  pour une seule division

$$\textcircled{1} \quad N = N_0 \cdot 2^n \quad \text{pour } n \text{ divisions}$$

C'est le temps qui dure un cycle de croissance = temps de doublement de la population

le temps de génération ( $t_g$ ) qui est le temps

nécessaire pour avoir obtenu une nouvelle génération.

$$g = t_g/n \rightarrow n = t_g/g$$

en remplaçant dans \textcircled{1}

$$N = N_0 \cdot 2^{t_g/g}$$

$$\ln N = \ln N_0 + \frac{\ln 2}{g} t_g \quad \textcircled{2}$$

ou

on pose  $\frac{\ln 2}{g} = m \rightarrow$  Taux spécifique de croissance  
 $\rightarrow$  taux de croissance moyen de la population

$$\text{Car } m = \frac{\ln 2}{g} = \frac{0.693}{g} \text{ h}^{-1}$$

la relation \textcircled{2} devient

$$\ln N = \ln N_0 + m \cdot t$$

$$N = N_0 \cdot e^{mt} \quad \textcircled{3}$$

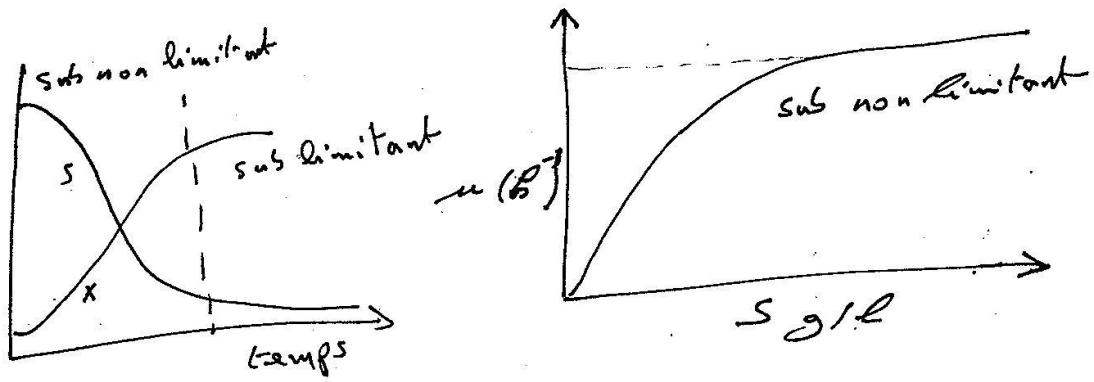
Le temps de doublement  $t_d$  et  
 $N = 2 N_0 \rightarrow 2 N_0 = N_0 e^{m t_d}$

$$\alpha = e^{-kt_d}$$

$$\Rightarrow t_d = \frac{\ln 2}{\mu_{max}} = \frac{0.693}{\mu_{max}}$$
4

on utilise  $\mu_{max}$  car lors à la phase logarithmique le taux de croissance atteint sa valeur maximale (cas le cas où il y a un facteur limitant).

Donc on peut appliquer la relation <sup>ou l'expression</sup> qui lie le taux de croissance qui existe entre le taux de croissance et du  $[S]$ .



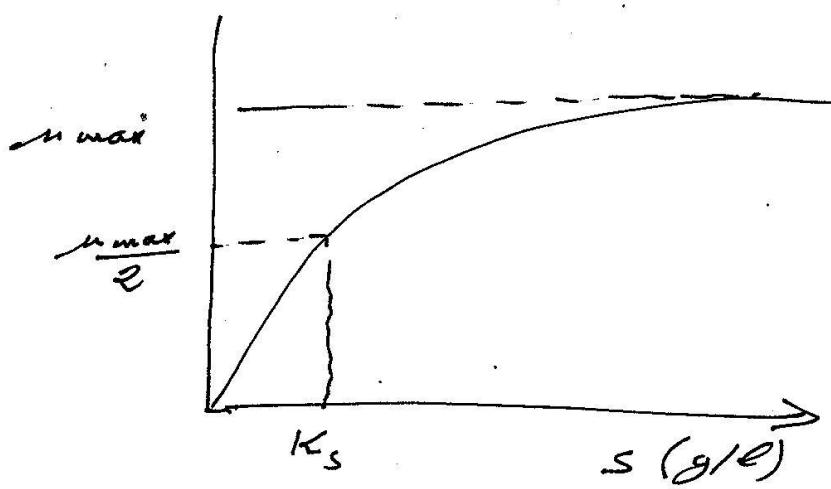
Psi à monode au temps  $t$

$$u = \frac{\mu_{max} S}{K_s + S}$$
5

$\mu_{max}$ : vitesse spécifique (Taux) de croissance maximale.

$K_s$ : constante de Monod

C'est la valeur de la concentration du substrat qui donne un taux de croissance égal à  $\frac{1}{2}\mu_{max}$



on peut déterminer la valeur de  $K_s$  en utilisant  
le schéma suivant :

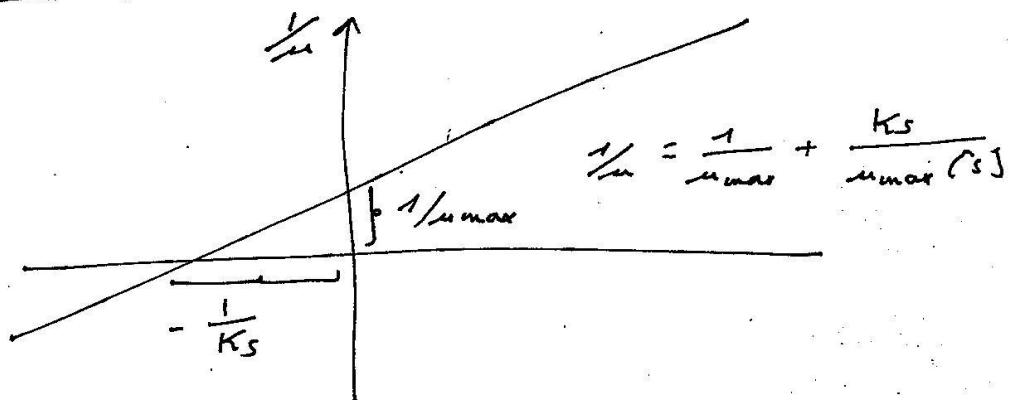


Tableau ... - Constantes de saturation  $K_s$  en mg/l de quelques microorganismes pour différents substrats nutritifs.<sup>14</sup>

| Microorganisme<br>(genre)         | Substrat        | $K_s$<br>(mg/l)     |
|-----------------------------------|-----------------|---------------------|
| <i>Escherichia</i>                | glucose         | $6.8 \cdot 10^{-2}$ |
| <i>Escherichia</i>                | mannitol        | 2.0                 |
| <i>Escherichia</i>                | glucose         | 4.0                 |
| <i>Escherichia</i>                | lactose         | 20.0                |
| <i>Escherichia</i>                | ions phosphate  | 1.6                 |
| <i>Escherichia</i> <sup>(a)</sup> | tryptophane     | $1.1 \cdot 10^{-3}$ |
| <i>Escherichia</i> <sup>(a)</sup> | tryptophane     | $4.9 \cdot 10^{-4}$ |
| <i>Aspergillus</i>                | glucose         | 5.0                 |
| <i>Aspergillus</i> <sup>(a)</sup> | arginine        | $5.0 \cdot 10^{-1}$ |
| <i>Candida</i>                    | glycérol        | 4.5                 |
| <i>Candida</i>                    | oxygène         | 4.5                 |
| <i>Candida</i>                    | oxygène         | 4.2                 |
| <i>Tetrahymena</i>                | bactfies        | 12.0                |
| <i>Saccharomyces</i>              | glucose         | 25.0                |
| <i>Pseudomonas</i>                | méthanol        | 0.7                 |
| <i>Pseudomonas</i>                | méthane         | 0.4                 |
| <i>Klebsiella</i>                 | CO <sub>2</sub> | 0.4                 |
| <i>Klebsiella</i>                 | ions magnésium  | $5.6 \cdot 10^{-1}$ |
| <i>Klebsiella</i>                 | ions potassium  | $3.9 \cdot 10^{-1}$ |
| <i>Klebsiella</i>                 | ions sulphate   | 2.7                 |
| <i>Cryptococcus</i>               | thiamine        | $1.4 \cdot 10^{-7}$ |

(a) Auxotrophes pour l'acide animé en question.

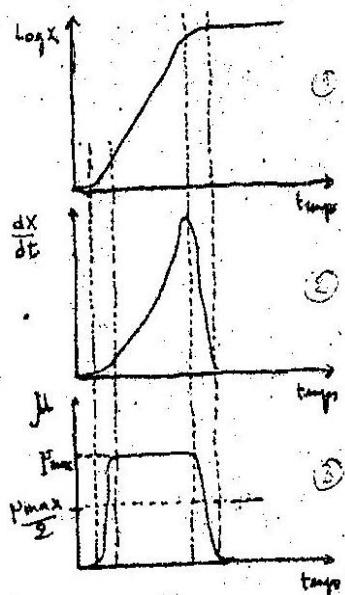
a) -  $\mu = 0.5\mu_{max}$ :

En remplaçant  $\mu$  par sa valeur  $0.5\mu_{max}$  dans l'expression de Monod:  $\mu = \mu_{max} \cdot \frac{[S]}{K_s + [S]}$ , nous obtenons:  $[S] = K_s$ . Ce qui veut dire que 50 % de la vitesse spécifique de

<sup>14</sup>Cooney, C. L. (1981). Growth of Microorganisms, in: *Microbial Fundamentals*. Biotechnology, Vol.1, Rehm, H. J. and Reed, G. Editors. Verlag Chemie.

On peut écrire aussi

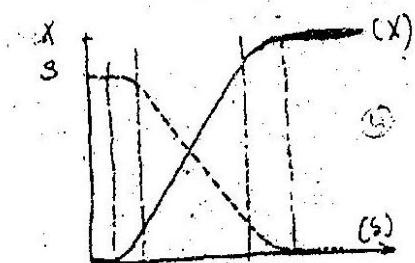
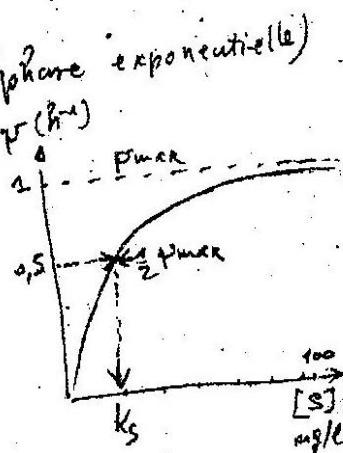
$\downarrow$



$$1) \log X - \log X_0 = \mu \cdot t \quad (\text{phase exponentielle})$$

$$2) \frac{dx}{dt} \times \frac{1}{X} = \mu \quad (\text{phase exponentielle})$$

$$3) \mu = p_{\max} \frac{s}{k_s + s}$$



$$4) - \frac{ds}{dt} \times \frac{1}{X} = q_s \quad \text{taux relatif d'utilisation du substrat.}$$

## I - La fermentation dans un Batch

on utilise un volume  $V$  et une concentration  $[X_0]$  en masse cellulaire. le  $V = 0$

l'évolution des différents paramètres est.

$$R_x = u = V_x = V \cdot \frac{d[X]}{dt} = \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$R_s = R_x = K' = -V_s = V \cdot \frac{d[S]}{dt} = \frac{1}{x} \cdot \frac{-ds}{dt}$$

$$R_p = R_x = K' = V_p = V \cdot \underbrace{\frac{d[P]}{dt}}_{\text{Taux absolu}} = \underbrace{\frac{1}{x} \cdot \frac{dp}{dt}}_{\text{Taux spécifique}}$$

Comment obtient-on ce type de formule  $\Rightarrow$  en utilisant la relation suivante :

$$V_{entrée} + V_{production} = V_{sortie} + V_{variation intérieure}$$

$$\text{soit } V_{entrée} = 0$$

$$\text{et } V_{sortie} = 0$$

Dans les conditions le plus favorable on suppose qu'il n'existe aucun facteur limitant

$$V_x = u_{max} [X]$$

l'utilisation est proportionnel à la production ou l'appartion à la masse cellulaire.

$$V_s = V_x / y_{xs} \quad y_{xs} \text{ rendement biomasse - sucre}$$

L'appartion au produit est liée à la biomasse

$$V_p = y_{px} \cdot V_x$$

~~and~~ Since  $\delta$  evolution:

$[x]$ ,  $[s]$  at  $(P)$  after  $\delta$  are given:

$$[x] = [x_0] \cdot 2^\delta$$

$$[s] = [s_0] - \frac{[x] - [x_0]}{y_{x/s}}$$

$$[P] = y_{P/x} \cdot ([x] - [x_0])$$

