جامعة الاخوة منتوري قسنطينة
كلية علوم الطبيعة والحياة

مادة الاحصاء الحيوي ماستر2
(M2) تخصص علم السموم
Toxicologie

الأستاذ مناد أحمد

يتعرض مقرر مادة الإحصاء الحيوي المبرمج لطلبة الماستر (M2) تخصص علم السموم (Toxicologie) إلى القسم الثاني من أقسام علم الإحصاء ألا وهو قسم الإحصاء الاستدلالي (Inferential Statistics). وقد قسم هذا مقرر إلى إ ثلاثة فصول رئيسية.

الفصل الأول: مبادئ في الاحتمالات:

- التجربة العشوائية، لمجموعات، فضاء العينة، الحادث،
- العمليات على الحوادث (جبر الحوادث)، الحوادث المتنافية، الحوادث الشاملة،
- الحوادث المستقلة، الاحتمال الشرطي، مسلمات (بديهيات) الاحتمال.

الفصل الثاني: **المتغيرات العشوائية و التوزيعات الاحتمالية**

- المتغيرات العشوائية: تعريف المتغير العشوائي
- المتغير العشوائي المتقطع (المنفصل)
- التوزيعات الاحتمالية المنفصلة
- دالة الكتلة الاحتمالية
- دالة التوزيع التراكمية ـ
- المتوسط والتباين للمتغير العشوائي المنفصل
- بعض التوزيعات الاحتمالية المنفصلة:
    - ❖ توزيع بيرنولي
    - ❖ توزيع ذي الحدين وتطبيقاته
- التوزيعات الاحتمالية المتصلة
- دالة الكثافة الاحتمالية
- دالة التوزيع التكاملية
- المتوسط والتباين للمتغير العشوائي المتصل
- بعض التوزيعات الاحتمالية المتصلة:
    - التوزيع الطبيعي (توزيع Z) وتطبيقاته
    - توزيع Student (توزيع t) وتطبيقاته
    - توزيع Fisher (توزيع F) وتطبيقاته

الفصل الثالث: اختبارات الفروض:

- لفرض الصفري والفرض البديل
- الخطأ من النوع الأول والـخطأ من النوع الثاني

- ❖ الاختبارات ذات الاتجاه الواحد والاختبارات ذات الاتجاهين.
- ❖ اختبارات المتعلقة بالمتوسط
- ❖ اختبارات عشوائية العينة
- ❖ اختبارات الفرق بين متوسطين باستخدام توزيع Z
- ❖ اختبارات الفرق بين متوسطين باستخدام توزيع t
- ❖ اختبارات الفرق بين مجموعة متوسطات باستخدام توزيع F

الفصل الثالث الارتباط والانحدار:

- التباين المشترك
- معامل الارتباط الخطي (معامل Pearson)
- مفهوم الانحدار
- معادلة الانحدار الخطي والتنبؤ.

ملاحظة:

قد تقلص بعض الأبواب وذلك حسب الوقت المخصص إداريا.

الفصل الأول

مبادئ في الاحتمالات

يعرف علم الاحتمال على أنه دراسة للظواهر العشوائية (aléatoires) أو غير المحددة (non déterministes).

فعندما نرمي بزهرة نرد فإننا متأكدون بأنها ستسقط ولكننا لسنا متأكدين بأنها ستسقط على الرقم 5 مثلا.

فالتجربة العشوائية هي التي لا يمكن التنبؤ بنتائجها.

وبتكرار هذه التجربة عدة مرات (N) ولنفرض أن الرقم 5 أو الحدث (A) يظهر (n) مرة فإننا نلاحظ عمليا أن النسبة (n/N) والتي يطلق عليها مصطلح التكرار النسبي تصبح ثابتة مع زيادة عدد الرمي وتقترب من نهاية (limite) معينة.

وعند دراسة أي ظاهرة فإن علم الاحتمال يحدد نموذجا رياضيا يقوم بإسناد قيم التكرارات النسبية (أو ما نصطلح على تسميته بالاحتمال) الى الظواهر المرافقة للتجربة.

التجربة العشوائية:

كل تجربة يمكن أن نعرف نتائجها مسبقا من خلال القوانين أو المسلمات خاصة في العلوم التقنية مثل الفيزيا والكيمياء تسمى بالتجربة النظامية.

أم التجارب التي لا يمكن أن نعرف نتائجها مسبقا حتى لو كررنا هذه التجربة عدة مرات وفي ظل نفس الشروط فتسمى بالتجربة العشوائية.

فالتجربة العشوائية هي أي إجراء نعلم مسبقا جميع النواتج الممكنة له وان كنا لا نستطيع أن نتنبأ بأي من هذه النتائج الذي سيتحقق فعلا. ولكن من الواضح أننا لا نستطيع أن نتنبأ بنتيجة التجربة العشوائية إلا إننا نستطيع تقدير احتمال ظهور أي نتيجة من خلال استخدام علم الاحتمالات.

فضاء (فراغ) العينة:

هو المجموعة المكونة من النتائج الممكنة من تجربة عشوائية ويرمز له بالرمز (S). ويُطلق عليه لفظ الحدث الشامل، فكل نتيجة على حدة تُسمى عنصر والفضاء يشمل جميع العناصر. كما يُطلق عليه.

مجموع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية تعرف باسم المجموعة الأساسية (S) وكل نتيجة من S أي كل عنصر (élément) من S يسمى نقطة (point) من S .

ومن خصائص التجربة العشوائية المتعلقة بعلم الاحتمال أنها:

- تكون التجربة مكررة بشكل لا نهائي وأن
- تكون ذات مجموعة محددة من النتائج.

مثال: عند إلقاء قطعة نقود متوازنة مرة واحدة فما هو فضاء العينة؟

الحل:

فضاء العينة لهذه التجربة هي النتائج الممكنة:

صورة: وسنرمز لها بالرمز H

وكتابة: وسنرمز لها بالرمز T

فإن ومجموعة النتائج الممكنة لهذه التجربة أي فضاء العينة لهذه التجربة يكتب بالصورة التالية:

$$S = \{H, T\}$$

الحدث

والحدث (A) هو مجموعة النتائج المتحصل عليها، أو بتعبير آخر هو مجموعة جزئية (S/ensemble) من المجموعة الأساسية S أو فضاء العينة.

أنواع الحوادث:

- **الحدث البسيط:** هو الحدث غير القابل للتجزئة، مثلا نقول أن الحدث 6 هو حدث بسيط عند رمي حجرة النرد. لأن الرقم 6 لا يمكن تقسيمه إلى حوادث أخرى.
- **الحدث المركب:** هو الحدث الذي يمكن تجزئته إلى حوادث بسيطة. مثلا نقول أن حدث ظهور رقم فردي عند رمي حجرة نرد هو حدث مركب لأنه يتكون من عدة حوادث بسيطة مثل $A = \{1, 3, 5\}$.
- **الحدث الأكيد:** نقول عن الحدث أنه أكيد إذا كان يتكون من جميع الحوادث البسيطة المرتبطة بالتجربة. مثلا نقول أن حدث الحصول على رقم أصغر من 7 عند رمي حجرة نرد هو حدث أكيد لأننا مهما رمينا حجرة النرد فسوف نحصل على رقم من 1 إلى 6. ونرمز له ب $A = S$.
- **الحدث المستحيل:** الحدث المستحيل هو الحدث المستحيل وقوعه مهما أعدنا التجربة. فمثلا نقول حدث ظهور الرقم 8 عند رمي حجرة نرد هو حدث مستحيل لأننا مهما رمينا حجرة النرد فمن المستحيل الحصول على الرقم 8. ونرمز له بـ $A = \emptyset$.
- **الحوادث المتنافية:** هي الحوادث التي يستحيل حدوثها في آن واحد حيث أن وقوع أحدها ينفي وقوع الآخر أو إذا كان غير متقاطعين أي $A \cap B = \emptyset$.
- **الحوادث غير المتنافية:** الحوادث التي يمكن حدوثها في آن واحد حيث أن حدوث أحدها لا ينفي وقوع الآخر أو إذا كان متقاطعين أي $A \cap B \neq \emptyset$.

مثال: عند إلقاء قطعتي نقود مرة واحدة، حدد ما إذا كانت الحوادث الآتية حوادث بسيطة أم لا، إذا علمت أن فضاء العينة هو.

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

الحل:

الحدث	الوصف	نوع الحدث
$A_1 = \{TT\}$	حادثة تمثل ظهور كتابتين	بسيط
$A_2 = \{HH\}$	حادثة تمثل ظهور صورتين	بسيط
$A_3 = \{HH, TT\}$	حادثة تمثل ظهور وجهين متشابهين	مركب
$A_4 = \{HH, HT, TH\}$	حادثة تمثل ظهور صورة واحدة على الأقل	مركب

والمجموع الخالية (Ø) هي المجموعة S بدون عناصر وتسمى بالحدث المستحيل، أما S فتسمى بالحدث الأكيد.

حساب الاحتمالات

. احتمال حدث بسيط

إذا كان الحدث **A** يمكن أن يقع بطرق عددها **n** مرة من مجموع كلي لنواتج متكافئة في الظهور عددها N، فإن احتمال وقوع الحدث A يعرف كما يلي:

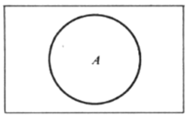
$$P(A) = \frac{n}{N}$$

حيث **P(A)** = احتمال وقوع الحدث **A** .

A = عدد الطرق التي يمكن أن يقع بها **A** .

N = العدد الكلى للنواتج التي لها نفس فرصة الظهور .

ويمكن توضيح الاحتمال باستخدام شكل **Venn** حيث تمثل الدائرة الحدث A بينما تمثل المساحة الكلية المستطيل كل النواتج الممكنة.



ومن خصائص الاحتمال P(A) أنه لا بد من ان يحقق البديهيات التالية:

1) لكل حدث A $P(A) \geq 0$ ،
2) ان احتمال فضاء العينة يساوي واحد $P(S)=1$ ،
3) اذا كان A_1، A_2، A_3،........ A_n مجموعة من الاحداث المتنافية فان احتمال مجموعة الاحداث يوصف بالصورة.

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots\dots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

كما ان احتمال المجموعة الخالية (Ø) يساوي صفر، $P(\emptyset)=0$

وتتراوح قيمة P(A) بين قيمتي الصفر (0) والواحد (1).

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

فإذا كانت $P(A)=0$ ، فإن الحدث A يكون مســتحيل الحدوث . وإذا كانت $P(A)=1$ ، فإن الحدث A يوكون أكيد الحدوث.

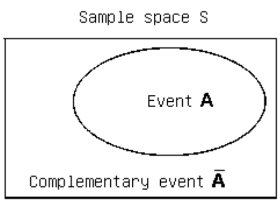
وإذا استخدمنا $P(\overline{A})$ لتمثل احتمال عدم وقوع الحدث $\overline{A}$ فإن،

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1$$

وهو ما يسمى بالحدث المكمل

$$P(A) = 1 - P(A')$$

وبتعبير آخر إن احتمال ظهور الحدث P(A) مضافا إليه احتمال عدم ظهوره $P(\overline{A})$ يقابل اليقين المطلق.



أسس حساب الاحتمالات

-تنقسم العمليات على الاحتمالات إلى عمليات أو قواعد الجمع التي تكون في الحوادث المتنافية وغير المتنافية وعمليات الضرب التي تستخدم في الحوادث المستقلة وغير المستقلة والمتمثلة في:

كقاعدة عامة في نظرية الاحتمالات: الرمز $\cup$ يقرأ اتحاد ويكون في محل " أو" أي " $+$ ". والرمز $\cap$ يقرأ تقاطع ويكون في محل " و" أي " $\times$ ".

1. قاعدة جمع الحوادث المتنافية: نقول أن الحدثان A وB متنافيان إذا كان وقوع الحادث A يمنع وقوع الحادث B والعكس صحيح. وبالتالي يكون:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

مثال : ما هو احتمال الحصول على الرقم 4 أو 6 عند رمي حجرة نرد؟، لدينا احتمال الحصول على أي حادث من النتائج الممكنة هو:

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = \frac{1}{6}$$

وبالتالي:

$$P(4 \cup 6) = P(4) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6}$$

2 - قاعدة جمع الحوادث غير المتنافية: نقول أن الحدثان A وB غير متنافيين إذا كان وقوع الحادث A لا يمنع وقوع الحادث B والعكس صحيح. وبالتالي يكون:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

نقوم بطرح الاحتمال $P(A \cap B)$ لكي نتجنب حسابه مرتين، لأنه في الأصل ضمن الاحتمال $P(A)$ و$P(B)$.

مثال :: ما هو احتمال الحصول على عدد فردي أو أولي عند رمي حجرة نرد؟ عدد الحالات الممكنة فضاء لهذه التجربة هو:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

نفترض: أنه عند ظهور عدد فردي هو الحدث A. وعند ظهور عدد أولي هو الحدث B:

$$B = \{2, 3, 5\} \qquad A = \{1, 3, 5\}$$

ومنه يمكن القول أن الحدثين A و C هما حدثين غير متنافيين لأنه يمكن أن يكون العدد فردي وأولي في نفس الوقت وبالتالي يكون: $A \cap B = \{3, 5\}$.

وعليه:

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

3- قاعدة ضرب الحوادث المستقلة: نقول أن الحدثان A و B مستقلين إذا كان وقوع الحادث A لا يؤثر على وقوع الحادث B أو وقوع الحادث A غير مرتبط بوقوع الحادث B . وبالتالي يكون:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

مثال : نتائج رمي قطعتي نقود متتاليتين هي حوادث مستقلة. لأن نتائج قطعة نقود الأولى لا يؤثر على نتائج الرمية الثانية. فإذا رمزنا لصورة قطعة النقود الأولى ب A وصورة قطعة النقود الثانية ب B فإن احتمال ظهور الصورة هو:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

وبنفس الطريق يمكن حساب احتمال رمي عدد n من قطع النقود.

4- قاعدة ضرب الحوادث غير المستقلة: نقول أن الحدثان A و B غير مستقلين إذا كان وقوع الحادث A يؤثر على وقوع الحادث B أو إذا كان وقوع أحدهما مرتبط بوقوع الآخر. وبالتالي يكون:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

ونقرأ: احتمال وقوع الحدثين A و B يساوي احتمال وقوع الحادث A مضروب في احتمال وقوع الحادث B علما أن الحادث A قد تحقق.

ويمكن استنتاج الاحتمال الشرطي الذي يرمز له $P(B/A)$ ويحسب كما يلي:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

ويقرأ: احتمال وقوع الحادث B علما أن الحادث A قد تحقق. وإذا كان الحدثين A و B مستقلين فإن الاحتمال الشرطي يصبح يساوي: $P(B/A) = P(B)$.

الاحتمال الشرطي والحوادث المستقلة

الاحتمال الشرطي

يعرف الاحتمال الشرطي للحادث A بشرط أن B قد وقع كالتالي:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},$$

$P(B) > 0$ حيث

أي نفترض الاحتمال الشرطي بأن B يقع ونسأل ما هو الاحتمال لوقوع A .

بافتراض أن B قد وقع , نعرف فضاء العينة S =B ونقيس الاحتمال الجديد P(A\B)

يمكن أن نعرف أيضا الاحتمال الشرطي للحادث B بشرط أن A قد وقع كالتالي:

حيث

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)},$$

$P(A) > 0$ حيث

بإعادة تعريف الاحتمال الشرطي نستخلص الصيغة لاحتمال الحادثين A و B

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \backslash A) = P(B) \cdot P(A \backslash B)$$

الحوادث المستقلة

ينتج من التعارف السابق أن الحدثين A و B يكونان مستقلين إذا كان :

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$