TD n° 05

Problème :

Un réservoir cylindrique de rayon intérieur $R_i = 1m$ et d'épaisseur $e = 4cm$, est soumis à une pression p (fig. 1). Le dimensionnement devra assurer à la fois un comportement élastique du réservoir et une résistance à la propagation brutale d'une éventuelle fissure ; on prendra comme coefficient de sécurité $C_s = 2$.

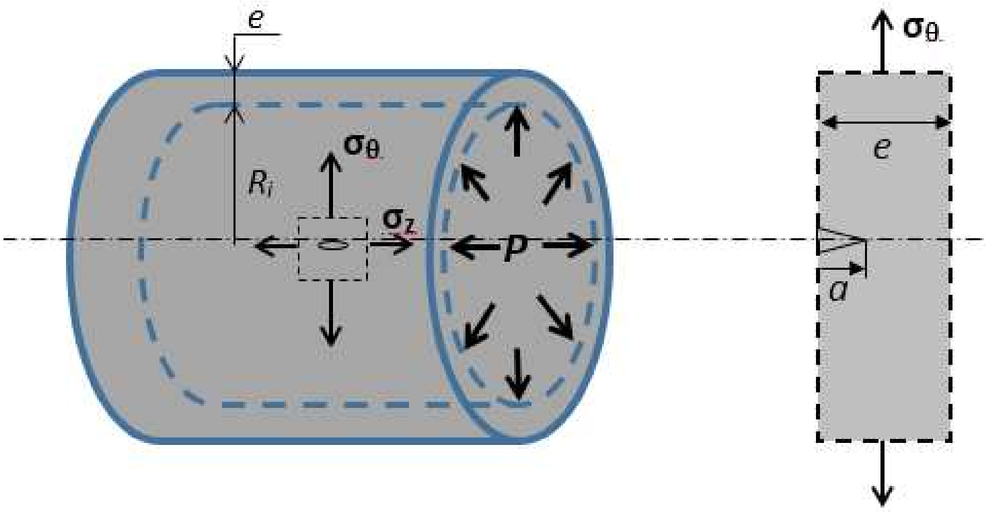


Fig.1 : cylindre sous pression pouvant contenir une fissure de profondeur a.

La fabrication du réservoir peut se faire avec trois aciers (A, B, C) dont les valeurs de la limite d'élasticité σ_E et de la ténacité K_{IC} sont :

Aciers	σ_E (MPa)	K_{IC} (MPa$\sqrt{m}$)
A : 4340	866	99,3
B : 4335	1299	72,9
C : Maraging	1732	56,1

Le facteur d'intensité des contraintes en mode I est donné par :

$$K_I = 1{,}12\, \boldsymbol{\sigma_\theta} \sqrt{\boldsymbol{\pi a}}$$

a- Le critère pour le dimensionnement en contraintes, qui fait abstraction de l'existence d'éventuelle fissures, est celui de Mises :

$$\sigma_\theta^2 - \sigma_\theta \sigma_z + \sigma_z^2 = \left(\frac{\sigma_E}{C_s}\right)^2$$

En fonction en fonction de $\boldsymbol{\sigma_E}$, R_i et *e*, la pression admissible p_{adm}
Donner la valeur de p_{adm} pour chacun des aciers.

b- Le dimensionnement en rupture qui tient compte de l'existence d'une éventuelle fissure de profondeur a, est :

$$K_I \leq K_{IC}/C_s$$

Donner l'expression de la pression admissible p_{adm} en fonction de la profondeur fissurée *a* et de K_{IC}. Pour quelles longueurs de fissure a_0, les deux dimensionnements sont-ils équivalents ?

Représenter schématiquement dans un diagramme p en fonction de *a*, le domaine de sécurité pour chacun des trois aciers.

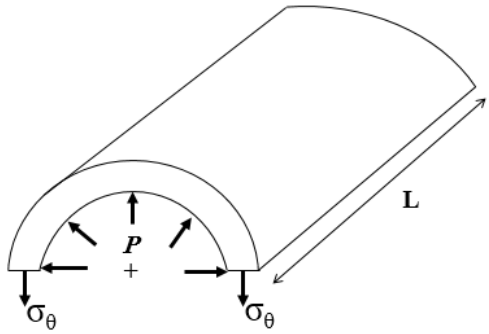
c- Après fabrication, le cylindre subit un contrôle non destructif dont la limite de détection est $a_{LD} = 2mm$. Il est ensuite soumis, pour le test de résistance, à une pression ultime P_u = 32 MPa.

Quels aciers faut-il choisir pour éviter l'éclatement en cours de test ?

<u>Solution :</u>

a- On calcule dans un premier temps les contraintes σ_θ et σ_Z en fonction de la pression *p* et des dimensions du réservoir :

$\sigma_\theta\ 2eL = P2R_i \Rightarrow \sigma_\theta = \frac{pR_i}{e}$



$\sigma_Z\ 2\pi R_i e = P\pi R_i^2 \Rightarrow \sigma_\theta = \frac{pR_i}{e}$

Le critère de Mises $\sigma_\theta^2 - \sigma_\theta\sigma_z + \sigma_z^2 = \frac{\sigma_E^2}{4}$ donne :

$\left(\frac{P_{adm}\,R_i}{e}\right)^2\left[1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right] = \frac{\sigma_E^2}{4}$ soit

$p_{adm} = \frac{e}{\sqrt{3}\ R_i}\ \sigma_E = 2{,}31.10^{-2}\ \sigma_E$

<u>A.N :</u>

$P_{adm}^{Acier\ A} = 20\ MPa \quad P_{adm}^{Acier\ B} = 30\ MPa$

$P_{adm}^{Acier\ C} = 40\ MPa$

b- $K_I = 1{,}12\ \sigma_\theta\sqrt{\pi a} = 1{,}12\frac{P_{adm}\,R_i}{e}\ \sqrt{\pi a}$

La pression admissible est atteinte lorsque

$K_I = \frac{K_{IC}}{2}$, soit : $1{,}12\frac{P_{adm}\,R_i}{e}\ \sqrt{\pi a} = \frac{K_{IC}}{2} \Rightarrow$

$$p_{adm} = \frac{e}{2,24\sqrt{\pi}R_i}\frac{K_{Ic}}{\sqrt{a}} = 1,01.10^{-2}\frac{K_{Ic}}{\sqrt{a}}$$

Les dimensionnements (en contraintes et en rupture) sont équivalents lorsque :

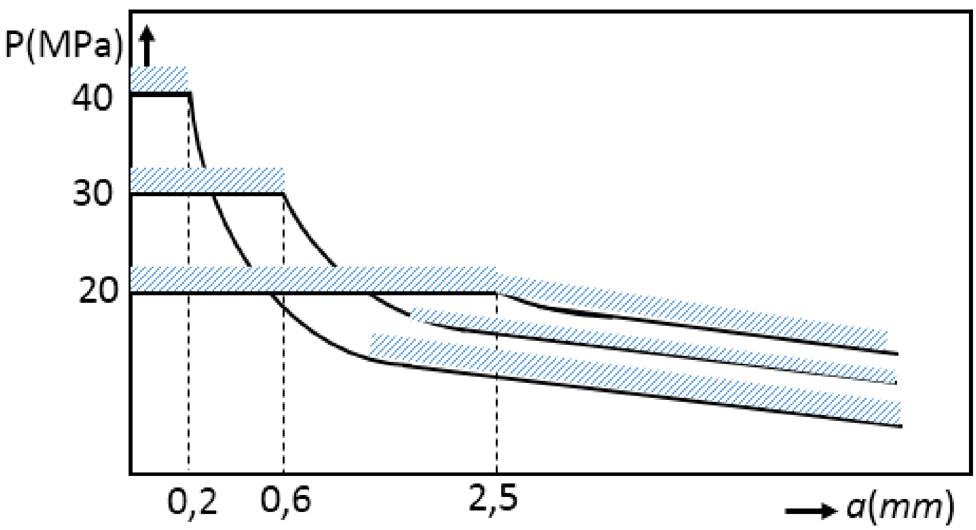
$$p_{adm} = \frac{e}{2,24\sqrt{\pi}R_i}\frac{K_{Ic}}{\sqrt{a_0}} = \frac{e}{\sqrt{3}\ R_i}\sigma_E \Rightarrow$$

$$a_0 = \frac{3}{\pi}\left(\frac{K_{Ic}}{2,24\sigma_E}\right)^2 = 1,90.10^{-1}\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_E}\right)^2$$

<u>A.N :</u>

$a_0^{Acier\ A} = 2,5\ mm \quad a_0^{Acier\ B} = 0,6\ mm \quad a_0^{Acier\ C} = 0,2\ mm$

Les domaines de sécurité sont sous les parties hachurées dans la figure ci-dessous.



c- P_u = 32 MPa $\Rightarrow \sigma_\theta = \dfrac{P_u\,R_i}{e}$ = 800 MPa $< \sigma_E$

Les 3 aciers restent dans le domaine élastique.

L'éclatement se produit lorsque $K_I = K_{Ic}$, c'est-à-dire lorsque

$1{,}12\ \sigma_{\theta u}\sqrt{\pi a} = K_{Ic}$

Soit :

$$a_c = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{Ic}}{1{,}12\sigma_{\theta u}}\right)^2 \Rightarrow a_c\ (m) = 3{,}96.10^{-7}\left(K_{Ic}\ (Mpa\sqrt{m})\right)^2$$

A.N :

$a_c^{Acier\ A} = 3{,}91\ mm$ $a_c^{Acier\ B} = 2{,}11\ mm$ $a_c^{Acier\ C} = 1{,}25\ mm$

$a_c^{Acier\ C} < a_{LD} = 2\ mm$, l'acier C risque d'éclater au cours du test

Le bon choix : Aciers A et B