

## TD N° 2 : Module Mécanique 2

### Exercice 1 :

Le passager d'une voiture observe que la neige tombe en formant un angle de  $80^\circ$  par rapport à la verticale lorsque celui-ci roule à une vitesse de 110 km/h. Lorsque la voiture s'arrête au feu rouge, le passager regarde la neige tomber et constate que celle-ci tombe verticalement.

- Calculer la vitesse de la neige par rapport au sol puis par rapport à la voiture qui roule à 110 km/h.

### Corrigé Exercice 1

$R_0$  : lié au sol

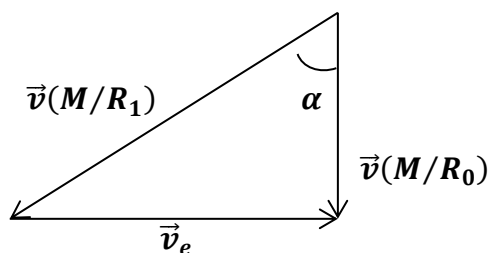
$R_1$  : lié à la voiture :  $\|\vec{v}_e\| = 110$  km/h.

On note le flocon par M.

Alors la loi de composition des vitesses, voir figure ci-contre, donne

Avec :  $\widehat{\vec{v}(M/R_0), \vec{v}_e} = \pi/2$  et  $\widehat{\vec{v}(M/R_1), \vec{v}(M/R_0)} = \alpha = 80^\circ$

$$\vec{v}(M/R_0) = \vec{v}(M/R_1) + \vec{v}_e$$



Vitesse du flocon par rapport au sol =  $\|\vec{v}(M/R_0)\|$

$$\tan \alpha = \frac{\|\vec{v}_e\|}{\|\vec{v}(M/R_0)\|} \longrightarrow \|\vec{v}(M/R_0)\| = \frac{\|\vec{v}_e\|}{\tan \alpha} = \frac{110}{\tan \frac{80 \cdot 3.14}{180}} = 19.4 \text{ km/h}$$

Vitesse du flocon par rapport à la voiture =  $\|\vec{v}(M/R_1)\|$ :

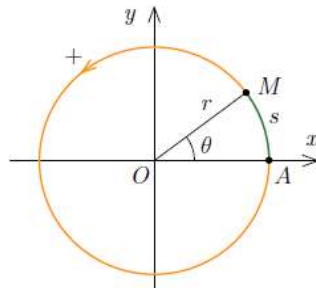
$$\|\vec{v}(M/R_1)\|^2 = \|\vec{v}(M/R_0)\|^2 + \|\vec{v}_e\|^2$$

$$\|\vec{v}(M/R_1)\| = \sqrt{\|\vec{v}(M/R_0)\|^2 + \|\vec{v}_e\|^2}$$

$$= 117 \text{ km/h.}$$

### Exercice 2 :

On fixe arbitrairement une origine  $A$  sur la trajectoire circulaire d'un point comme montré dans la figure présentée en dessous. La position du point mobile  $M$  peut être repérée par l'angle  $\theta = \widehat{AOM}$ .



Trajectoire circulaire d'un point

1. Donner les coordonnées de la position du point  $M$ .
2. Exprimer l'équation du vecteur position du point mobile  $O$  dans le repère.
3. Déterminer le vecteur vitesse du point  $M$ .
4. Déterminer le vecteur accélération du point  $M$ .
5. Exprimer l'équation des vecteurs vitesse et accélération dans le repère  $O(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
6. Calculer sa vitesse angulaire de rotation en rad/s du point  $M$ , sachant que  $M$  tourne avec une vitesse de 2000 tr/min dans un diamètre de 120 mm
7. Calculer la vitesse linéaire du point  $M$  en m/s

### Corrigé Exercice 2

- 1- Les coordonnées de la position du mobile sont :

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

- 2- l'équation du vecteur position est :

$$\overrightarrow{OM} = r \cos \theta t \vec{i} + r \sin \theta t \vec{j}$$

- 3- Le vecteur vitesse :

$$V = -r\dot{\theta} \sin \theta t$$

$$V = r\dot{\theta} \cos \theta t$$

- 4- Le vecteur accélération

$$a = -r\ddot{\theta} \cos \theta t$$

$$a = -r\ddot{\theta} \sin \theta t$$

5- l'équation des vecteurs est :

- Vitesse :

$$\frac{d\vec{OM}}{dt} = -r\dot{\theta} \sin \theta t \vec{i} + r\dot{\theta} \cos \theta t \vec{j}$$

- Accélération :

$$\frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = -r\dot{\theta}^2 \cos \theta t \vec{i} - r\dot{\theta}^2 \sin \theta t \vec{j}$$

6- La vitesse angulaire de rotation :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{Donc} \quad \omega = \frac{2 * 3.14 * 2000}{60} = 209.33 \text{ Rad/s}$$

7- La vitesse linéaire du point situé à la périphérie du disque :

$$f = \frac{v}{2r\pi} \Rightarrow v = f2r\pi = \frac{2000 * 2 * 0.0120 * 3.14}{60} = 2.51 \text{ m/s}$$

### Exercice 3 :

On considère un point matériel M suspendu à un fil inextensible de longueur l. Le point de suspension  $O_1$  du pendule ainsi formé est en mouvement dans le référentiel R (O, X, Y, Z) le long de l'axe OY. La position de  $O_1$  est repérée par y.

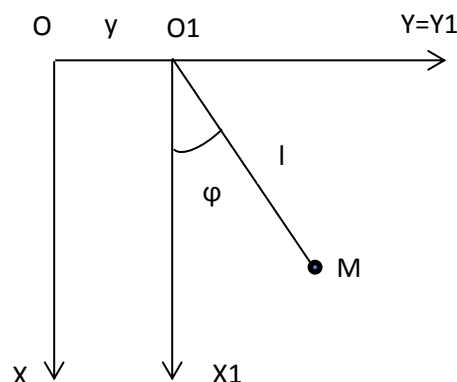
Le mouvement de M a lieu dans le plan OXY, voir figure ci-dessous. Soit  $R_1(O_1, X_1, Y_1, Z_1)$  le référentiel d'origine  $O_1$  et dont les axes restent constamment parallèles à ceux de R.

**Les expressions finales des grandeurs vectorielles doivent être établies dans la base cartésienne  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  associée à R.**

1- Calculer la vitesse et l'accélération de M dans  $R_1$ .

2- Calculer la vitesse d'entraînement, l'accélération d'entraînement et l'accélération de Coriolis en M du mouvement de  $R_1$  par rapport R.

3- En déduire la vitesse et l'accélération de M dans R.



### Corrigé Exercice 3

1. La vitesse de M dans  $R_1$  est donnée par :

$$\overrightarrow{O_1M} = l(\cos \varphi \vec{i} + \sin \varphi \vec{j})$$

$$\vec{v}(M/R_1) = \frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt} = l\dot{\varphi}(-\sin \varphi \vec{i} + \cos \varphi \vec{j})$$

$$\vec{v}(M/R_1) = \begin{cases} -l\dot{\varphi} \sin \varphi \\ l\dot{\varphi} \cos \varphi \end{cases}$$

2. et celle de l'accélération de M dans  $R_1$  s'exprime comme suit :

$$\vec{a}(M/R_1) = \frac{d\vec{v}(M/R_1)}{dt} = -l(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \vec{i} + l(\ddot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \vec{j}$$

$$\vec{a}(M/R_1) = \begin{cases} -l(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \\ l(\ddot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \end{cases}$$

$R_1$  est en translation par rapport à  $R$ , d'où  $\vec{\Omega}(R_1/R) = \vec{0}$  et la vitesse d'entraînement est donnée par :

$$\vec{v}_e = \frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt} = \dot{y} \vec{j}$$

L'accélération d'entraînement est :

$$\vec{a}_e = \frac{d\vec{v}_e}{dt} = \ddot{y} \vec{j}$$

3. La vitesse de M dans R est donnée par :

$$\vec{v}(M/R) = \vec{v}(M/R_1) + \vec{v}_e = -l\dot{\varphi} \sin \varphi \vec{i} + (l\dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{y}) \vec{j}$$

$$\vec{v}(M/R) = \begin{cases} -l\dot{\varphi} \sin \varphi \\ l\dot{\varphi} \cos \varphi + \dot{y} \end{cases}$$

L'accélération de M dans R est égale :

$$\vec{a}(M/R) = \frac{d\vec{v}(M/R)}{dt} + \vec{a}(M/R_1)$$

$$= -l(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \vec{i} + (\ddot{y} + l(\ddot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\varphi}^2 \sin \varphi)) \vec{j}$$

$$\vec{a}(M/R) = \begin{cases} -l(\ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi}^2 \cos \varphi) \\ \ddot{y} + l(\ddot{\varphi} \cos \varphi + \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \end{cases}$$