Calcul des Gains de régulateurs

Exercice 1

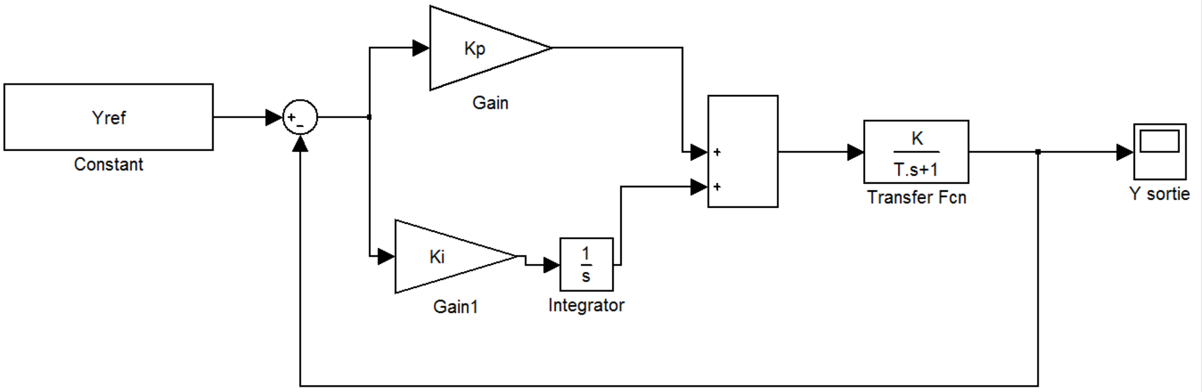
Soit le schéma bloc suivant

Avec :

T= 0.02 second

K=1 et K = 10

Z 0.7



1- Trouver la fonction de transfert en boucle fermée

2- Déterminer les Gains du correcteur PI

Solution 1

1- La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$\boldsymbol{H(s) = \frac{K_pK.s + K_iK}{Ts^2 + 2K_pK.s + K_iK}}$$

Pour calculer les paramètres du régulateur PI, on applique la méthode de placement des pôles. Donc la fonction de transfert trouvée en 1 peut mettre sous la forme de celle du second ordre et la comparée avec cette dernière.

La forme standard de la fonction de transfert du second ordre est comme suit :

$$H(s) = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2Z}{\omega_n}s + 1}$$

Ou aussi sous la forme suivante :

$$H(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2Z\omega_n s + \omega_n^2}$$

Les pôles de la fonction de transfert $H(s)$ en boucle fermée sont calculés comme suit :

$$s_1 = \omega_n \left(-Z + j\sqrt{1 - Z^2} = -\frac{1}{T} + j\omega_a\right.$$

$$s_2 = \omega_n \left(-Z - j\sqrt{1 - Z^2} = -\frac{1}{T} - j\omega_a\right.$$

Avec :

$$T = \frac{1}{\omega_n^2} \text{ et } \omega_a = \omega_n\sqrt{1 - Z^2}$$

- Les Gains du correcteur sont :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{T}} = \sqrt{\frac{1}{0.02}} = 7.071\, rad/s$$

$$2K_pK = 2Z\omega_n \Rightarrow K_p = \frac{2Z\omega_n}{2 * K}$$

Pour $K = 1$, $K_p = \frac{2*0.7*7.071}{2*1} = 4.95\, rad/s$

Pour $K = 10$, $K_p = \frac{2*0.7*7.071}{2*10} = 0.495\, rad/s$

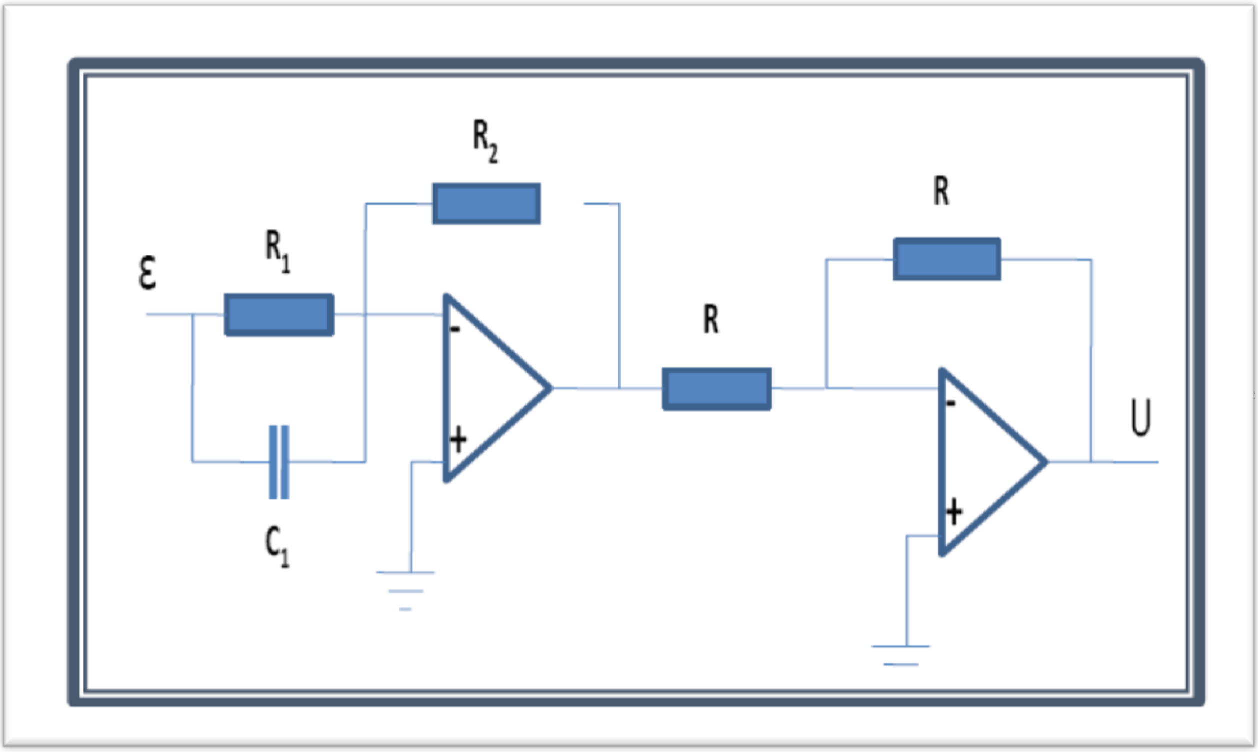
$$K_iK = \omega_n^2 \Rightarrow K_i = \frac{\omega_n^2}{K}$$

Pour $K = 1$, $K_i = \frac{7.071^2}{1} = 50\, rad/s$

Pour $K = 10$, $K_i = \frac{7.071^2}{10} = 5\, rad/s$

Exercice 2

Soit le circuit électronique du correcteur PID



1- Trouver la fonction de transfert du circuit électronique ci-dessus
2- Déterminer les Gains du correcteur

Solution 2

$$H(S)_C = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{(1+\ R_1C_1S)(1+\ R_2C_2S)}{R_2C_2S}$$

$$H(S)_C = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}\right) + \frac{1}{R_1C_2S} + R_2C_1S = K_P + \frac{K_i}{S} + K_dS$$

Avec :

$$K_P = \frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}$$

$$K_i = \frac{1}{R_1C_1}$$

$$K_d = R_2C_1$$

Application numérique :

$$R_1 = 1\ K\Omega, R_2 = 2K\Omega, C_1 = 10\mu F, C_2 = 12\mu F$$

Les résultats :

$$K_P = \frac{2000}{1000} + \frac{10 * 10^{-6}}{12 * 10^{-6}} \Rightarrow K_P = 0.83$$

$$K_i = \frac{1}{R_1 C_1} = \frac{1}{1000 * 10 * 10^{-6}} = 100$$

$$K_d = R_2 C_1 = 2000 * 10 * 10^{-6} = 0.02$$

Références

[1] Ghania Boukerche, ‘’Etude et Synthèse d’un Contrôleur PI et Application’’ mémoire de master, Université Badji Mokhtar-Annaba, juin 2017.