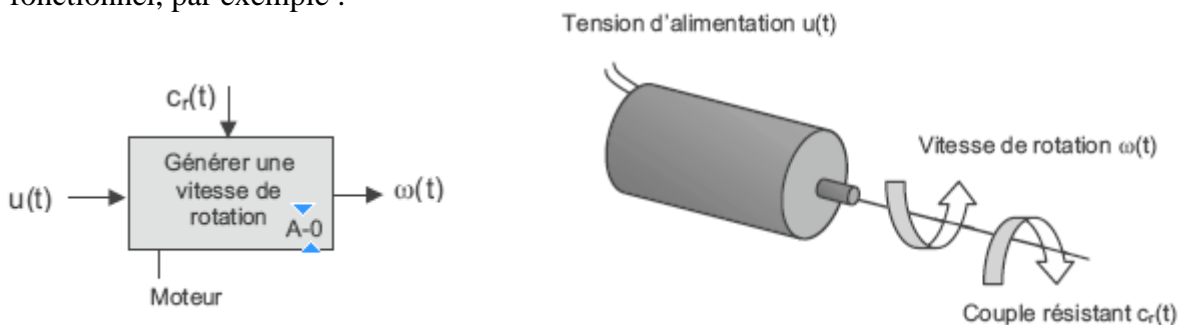


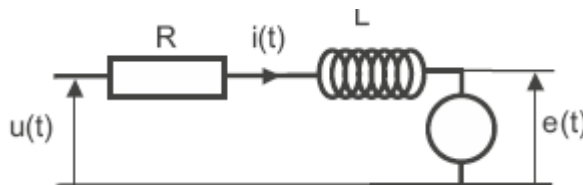
## Dernier TD-Auto-4 ‘Asservissement de la position d'un Moteur à courant continu’

### Présentation du MCC

Un moteur à courant continu est commandé par une tension d'alimentation  $u(t)$ . Il s'en suit, sous un couple résistant  $C_r(t)$ , une rotation à la vitesse  $\omega(t)$  du rotor. Soit d'un point de vue fonctionnel, par exemple :



L'équation électrique (loi d'ohm dans le circuit d'induit), liant la tension d'alimentation ( $u(t)$ ) à l'intensité du courant de commande  $i(t)$ , s'obtient classiquement sachant que l'induit peut être modélisé comme une résistance  $R$ , en série avec une inductance  $L$  et une force électromotrice  $e(t)$ .



$$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt}(t) + e(t)$$

L'équation mécanique s'obtient en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble mécanique entraîné par le rotor tournant à la vitesse (pulsation)  $\omega(t)$ , soumis à un couple électromagnétique  $C_m(t)$ , un couple résistant  $C_r(t)$  et un couple de frottement  $C_f(t)$ .

$$C_m(t) - C_r(t) = J \frac{d\omega}{dt}(t) + C_f(t)$$

Où :  $J$  l'inertie de l'ensemble des parties mobiles, ramenée sur le rotor.

Les équations de couplage électromécanique s'écrivent :

$$C_m(t) = K_c \cdot i(t)$$

$$e(t) = K_v \cdot \omega(t)$$

$$C_f = f \cdot \omega(t)$$

Où  $K_c$ ,  $K_v$  et  $f$  sont des constantes, appelées respectivement constante de couple, constante de vitesse et constante de frottement visqueux.

#### Paramètres du moteur à courant continu

$R$	1.35 $\Omega$
$L$	0.0059H
$J$	0.036 Kg.m <sup>2</sup>
$K_c$	1.41 Nm/A
$K_v = \frac{e}{\omega}$	1.3878 $\frac{V}{rd} /s$
$f$	0.0045 $\frac{Nm}{rd} /s$
$n$	1500tr/mn
$e$	218V
$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n/60$	157.0796rad/s

#### Questions :

- 1- Transformer les équations du moteur à courant à courant continu en domaine de Laplace ;
- 2- Tracer le schéma bloc ;
- 3- Trouver la fonction de transfert  $\Omega(p)/U(p)$ , si  $C_r(p) = 0$ , et la comparer avec celle du second ordre  $\left( \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}p^2 + \frac{2Z}{\omega_n}p + 1} \right)$  ;
- 4- Calculer la pulsation propre  $\omega_n$ , le coefficient d'amortissement  $Z$  et le gain statique  $K$ .
- 5- Écrire la fonction de transfert  $\Omega(p)/U(p)$  sous la forme du second ordre en mettant les valeurs de  $\omega_n$ ,  $Z$  et  $K$ .

## Solution

### 1- Les équations différentielles en domaine de Laplace :

$$U(p) = R \cdot I(p) + LpI(p) + E(p)$$

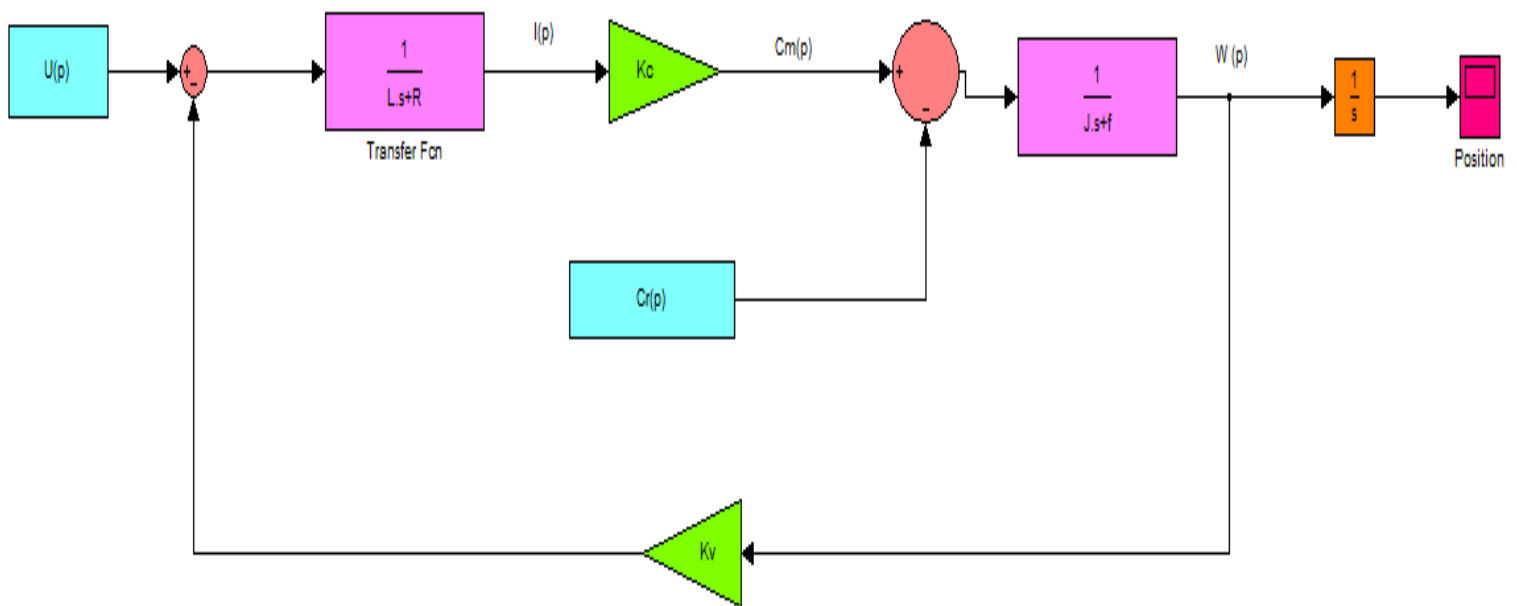
$$C_m(p) - C_r(p) = Jp\omega(p) + C_f(p)$$

$$C_m(p) = K_c \cdot I(p)$$

$$E(p) = K_v \cdot \omega(p)$$

$$C_f(p) = f \cdot \omega(p)$$

### 2- Le schéma bloc :



### 3- Fonction de transfert

$$H(p) = \frac{\frac{K_c}{K_v \cdot K_c + f \cdot R}}{\frac{J \cdot L}{K_v \cdot K_c + f \cdot R} p^2 + \frac{R \cdot J + f \cdot L}{K_v \cdot K_c + f \cdot R} p + 1}$$

Avec :

$$K = \frac{K_c}{K_v \cdot K_c + f \cdot R}$$

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{J \cdot L}{K_v \cdot K_c + f \cdot R}$$

$$\frac{2Z}{\omega_n} = \frac{R.J + f.L}{K_v.K_c + f.R}$$

#### 4- Calculs $\omega_n$ , $Z$ et $K$

##### Gain statique

$$K = \frac{K_c}{K_v.K_c + f.R} = \frac{1.41}{1.3878 * 1.41 + 0.0045 * 1.35} = 0.7183 \text{rad.s}^{-1}.V^{-1}$$

##### Pulsation propre.

$$\frac{1}{\omega_n^2} = \frac{J.L}{K_v.K_c + f.R} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K_v.K_c + f.R}{J.L}} = \sqrt{\frac{1.3878 * 1.41 + 0.0045 * 1.35}{0.036 * 0.0059}}$$

$$\omega_n = 96.1322 \text{rad/s.}$$

##### Coefficient d'amortissement

$$\frac{2Z}{\omega_n} = \frac{R.J + f.L}{K_v.K_c + f.R} \Rightarrow Z = \frac{\omega_n}{2} \cdot \frac{R.J + f.L}{K_v.K_c + f.R} = \frac{96.1322}{2} \cdot \frac{1.35 * 0.036 + 0.0045 * 0.0059}{1.3878 * 1.41 + 0.0045 * 1.35}$$

$$Z = 1.1907 \text{ sans unité}$$

#### 5- $H(p)$ :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}p^2 + \frac{2Z}{\omega_n}p + 1} = \frac{0.7183}{\frac{1}{96.1322^2}p^2 + \frac{2 * 1.1907}{96.1322}p + 1}$$

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{0.7183}{1.0821 * 10^{-4}p^2 + 0.0248p + 1}$$

#### Références

[1] Mohamed Lamine HAMIDA, Farid KADI ‘ ‘ Identification et contrôle de la machine à courant continu par la Dspace 1103 ‘ ‘ Mémoire de Fin d’études de MASTER ACADEMIQUE, UNIVERSITE MOULOUDE MAMMERI DE TIZI-OUZOU, 2015.

[2] <http://www.pdfcomplete.com/cms/hppl/tabid/108/Default.aspx?r=q8b3uige22>

[3] Olivier le Gallo ‘ ‘ Automatique des systèmes mécaniques’’ cours, travaux pratiques et exercices corrigés. Dunod, paris, 2009.