SIM / PHI

11 MAR 2020

Résumé sur les Séries de fourier :

Maths 04

Cr + TD 03

L1 PH SIM

- f une fonction périodique (دورية), on a : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T est la période) (الدور)

Les coefficients de fourier

f impaire (فردية)

- $a_0 = a_n = 0 \quad \forall n \geq 1$
- $b_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(x)\sin(n\omega x)\,dx$

f paire (زوجية)

- $b_n = 0 \quad \forall n \geq 1$
- $a_0 = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(x)\,dx$
- $a_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} f(x)\cos(\omega n x)\,dx$

La Série de fourier → SF(f)

$$SF(f) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n\geq 1}\left[a_n\cos(n\omega x) + b_n\sin(n\omega x)\right].$$

f impaire

- $SF(f) = \sum_{n\geq 1} b_n \sin(n\omega x)$

f paire

- $SF(f) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos(n\omega x)$

La convergence de Série de Fourier $SF(f)$:

Théorème de Dirichlet :

Si : (1) f est une fonction périodique (T) de classe C^1 par morceaux et (2) f est continue sur $]-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}[$, alors :

SF est convergente et : $\boxed{SF(f) = f(x_0)}$ i.e :

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{1} \left[a_n \cos(n\omega x_0) + b_n \sin(n\omega x_0)\right] = f(x_0)$$

تقارب $SF(f)$

نستعمل مبرهنة ديريشلي : إذا كانت

(1) f من الصنف C^1 متقطع (بعدد لا كبير في الأطراف)

و

(2) f مستمرة على $]-T/2, T/2[$ إذن نستنتج أن :

$SF(f) \longrightarrow$ متقاربة

و : $\boxed{SF(f) = f(x_0)}$

ملاحظة : كي يطلب منا حساب المجموع (la Somme) نستعمل طريقتين : $\sum_1$

- Parseval : كي يكون الأس كبير
- Dirichlet : $\boxed{SF(f) = ?}$ كي يكون الأس صغير

Egalité de Parseval :

f impaire

$$\sum_{n \geq 1} b_n^2 = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(x)^2 \, dx$$

f paire

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n \geq 1} a_n^2 = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(x)^2 \, dx$$

$\cos(n\pi) = (-1)^n$ | $\sin((2K+1)\pi/2) = (-1)^K$: ملاحظات نستعملها في كل EX

$\sin(n\pi) = 0$ | $\cos((2K+1)\pi/2) = 0$

$\sin(x\pi) \neq 0$

كي نلقا : $((-1)^n - 1) = ?$ باه نلقا النتيجة لابد من لحسا قسمة :

(زوجيا) $n = 2K$: $(-1)^n - 1 = 0$

(فرديا) $n = 2K+1$: $(-1)^n - 1 = -2$