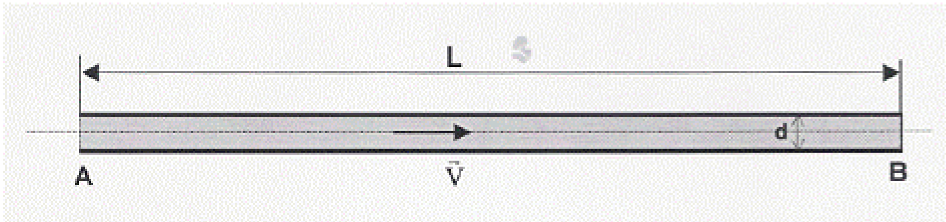
Dynamique des fluides réels

Exercice1

Un pipe-line de diamètre d=25 cm est de longueur L est destiné à acheminer du pétrole brut d'une station A vers une station B avec un débit massique q_m=18kg/s
.



Les caractéristiques physiques du pétrole sont les suivantes:

- masse volumique ρ =900 kg/m3

- viscosité dynamique μ=0,261 Pa.s .

On suppose que le pipe-line est horizontal.

Travail demandé :

1-Calculer le débit volumique q_v du pétrole.

2- Déterminer sa vitesse d'écoulement V.

3-Calculer le nombre de Reynolds R_e .

4- Quelle est la nature de l'écoulement?

5-Calculer la valeur du coefficient de perte de charge linéaire λ .

4- Exprimer la relation de Bernoulli entre A et B.

5-Préciser les conditions d'application et simplifier.

6-Déterminer la longueur L maximale entre deux stations A et B à partir de laquelle la chute de pression

(P_A-P_B) dépasse 3 bar.

Réponse

1) Débit volumique : $\boxed{q_V = \frac{q_m}{\rho}}$ A.N. $\boxed{q_V = \frac{18}{900} = 0{,}02\ m^3/s}$

2) Vitesse d'écoulement : $\boxed{V = \frac{4.q_V}{\pi.d^2}}$ A.N. $\boxed{V = \frac{4.0{,}02}{\pi.0{,}25^2} = 0{,}407\ m/s}$

3) Nombre de Reynolds : $\boxed{R_e = \frac{V.d}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}}$ A.N. $\boxed{R_e = \frac{0{,}407.0{,}25}{\left(\frac{0{,}267}{900}\right)} = 350{,}862}$

4) $R_e < 2000$ **:** il s'agit d'un écoulement laminaire.

5) Coefficient de perte de charge linéaire : $\boxed{\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}}$ A.N. $\boxed{\lambda = \frac{64}{350{,}862} = 0{,}1824}$

6) Equation de Bernoulli : $\boxed{\frac{1}{2}(V_B^2 - V_A^2) + \frac{1}{\rho}.(P_B - P_A) + g.(Z_B - Z_A) = J_L}$

Conditions d'application : $V_B=V_A$, $Z_B=Z_A$

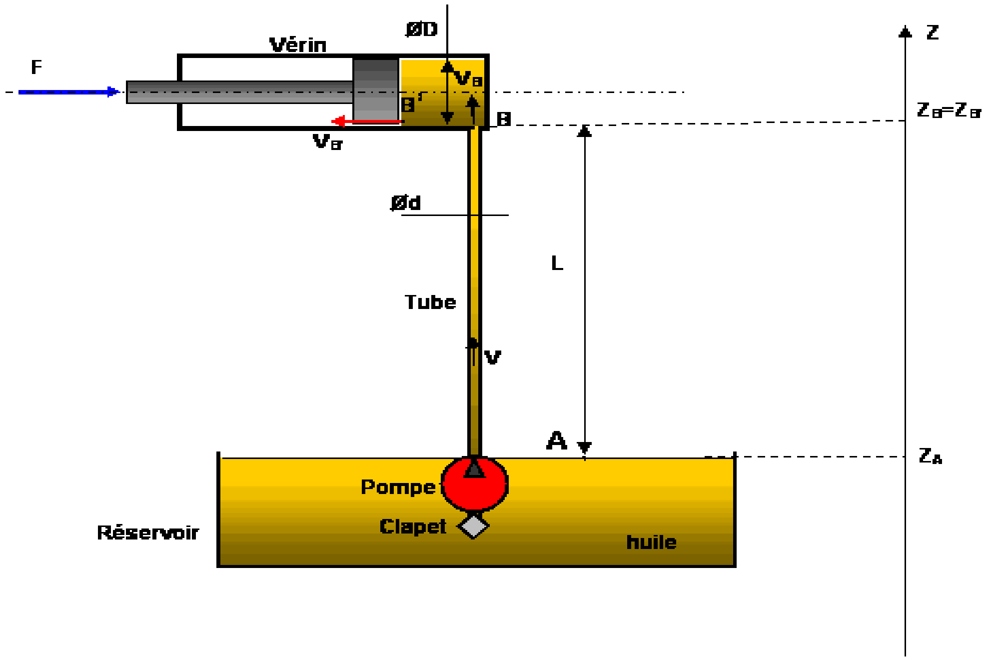
Equ. de Bernoulli simplifié : $\boxed{\frac{1}{\rho}.(P_B - P_A) = J_L}$

7) Calcul de la longueur de la conduite :

$\frac{1}{\rho}.(P_B - P_A) = J_L$ avec $J_L = -\lambda.\frac{V^2}{2}.\left(\frac{L}{d}\right)$

Donc $\boxed{L = \frac{2.(P_A - P_B).d}{\lambda.\rho V^2}}$ A.N. $\boxed{L = \frac{2.3.10^5}{0{,}1824.900.0{,}407^2}.0{,}25 = 5516{,}137\ m}$

Exercice2



Le schéma proposé ci-dessus représente une installation hydraulique composée :

-d'un réservoir contenant de l'huile de masse volumique $\rho = 900\ kg/m^3$ et de viscosité cinématique.

$\nu = 25.10^{-6}\ m^2/s$

-d'une pompe de débit volumique $q_V=16\ L/mn$

- d'un tube vertical de longueur L=50 cm et de diamètre d=5 mm permettant d'acheminer de l'huile

sous pression refoulée par la pompe,

- d'un vérin à simple effet horizontal équipé d'un piston qui se déplace en translation sous l'effet la

pression d'huile dans une chemise,

-d'un clapet d'aspiration anti-retour placé en amont de la pompe qui a un coefficient de perte de charge

singulière $K_s= 0,45$

Partie 1 : Etude du vérin.

On néglige dans cette partie toutes les pertes de charges.

1-A partir du débit de la pompe, calculer la vitesse d'écoulement V_B dans la conduite.

2-De même, déterminer la vitesse $V_{B'}$ de déplacement du piston sachant que son diamètre D = 10 cm.

3-Le piston est soumis à une force de compression F=6151 N qui s'oppose à son déplacement.

Calculer la pression d'huile $P_{B'}$ au point B'.

4-En appliquant le théorème de Bernoulli entre B' et B. Calculer la pression d'admission P_B dans le vérin.

On suppose que $Z_{B'}=Z_B$

Partie 2 : Etude du circuit d'alimentation (clapet, pompe et tube).

On prendra en considération dans cette partie toutes les pertes de charges.

1-Calculer le débit massique q_m de la pompe.

2-Calculer le nombre de Reynolds R_e

3- Préciser la nature de l'écoulement.

4-Déterminer le coefficient de perte de charge linéaire λ

5-En déduire la perte de charge linéaire J_L

6-Calculer la perte de charge singulière J_S due au clapet d'aspiration.

7-En appliquant le théorème de Bernoulli généralisé entre B et A, déterminer la puissance nette P_n de la

pompe.

On suppose que :

-le niveau dans le réservoir varie lentement $(V_A \approx 0)$

-la pression $P_A = P_{atm} = 1$ bar.

-l’accélération de la pesanteur g = 9,81 m/s²

Réponse

Partie 1 :

1) Vitesse d'écoulement : $\boxed{V_B = \frac{4.q_V}{\pi.d^2}}$ A.N. $\boxed{V_B = \frac{4.16}{\pi.0{,}005^2.60.1000} = 13{,}581\ m/s}$

2) Vitesse de déplacement du piston : $\boxed{V_{B'} = \frac{4.q_V}{\pi.D^2}}$

A.N. $\boxed{V_B = \frac{4.16}{\pi.0{,}1^2.60.1000} = 0{,}0339\ m/s}$

3) Pression sur le piston : $\boxed{P_{B'} = \frac{4.F}{\pi.D^2}}$ A.N. $\boxed{P_B = \frac{4.6151}{\pi.0{,}1^2} = 783169{,}64 \quad Pa}$

4) Equation de Bernoulli : $\frac{V_{B'}{}^2 - V_B^2}{2} + \frac{P_{B'} - P_B}{\rho} + g(Z_{B'} - Z_B) = 0$

Or $Z_{B'}=Z_B$

donc $\boxed{P_B = P_{B'} + \frac{1}{2}.\rho\left(V_{B'}^2 - V_B^2\right)}$

A.N. $\boxed{P_B = 783169{,}64 + \frac{1}{2}900\left(0{,}0339^2 - 13{,}581^2\right) = 700170{,}55\ Pa}$

Partie 2 :

1) Débit massique : $\boxed{q_m = \rho . q_V}$ A.N. $\boxed{q_m = 900.\frac{16}{1000.60} = 0,24\ kg/s}$

2) Nombre de Reynolds : $\boxed{\mathrm{Re} = \frac{V.d}{\upsilon}}$ A.N. $\boxed{\mathrm{Re} = \frac{13,581.0,005}{25.10^{-6}} = 2716,2}$

3) 2000<Re<10000 donc l'écoulement est $\boxed{\text{turbulent lisse}}$.

4) Coefficient de perte de charge linéaire : $\boxed{\lambda = 0,316.\mathrm{Re}^{-0,25}}$

A.N. $\boxed{\lambda = 0,316 * 2716,2^{-0,25} = 0,0437}$

5) Perte de charge linéaire : $\boxed{J_L = -\lambda.\frac{V^2}{2}.\left(\frac{L}{d}\right)}$

A.N. $\boxed{J_L = -0,0437.\frac{13,581^2}{2}.\frac{0,5}{0,005} = -403\ J/Kg}$

6) Perte de charge singulière : $\boxed{J_S = -K_S.\frac{V^2}{2}}$

A.N. $\boxed{J_S = -0,45.\frac{13,581^2}{2} = -41,5\ J/Kg}$

7) Equation de Bernoulli $\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g.(Z_B - Z_A) = (J_S + J_L) + \frac{P_n}{q_m}$

Or $V_A=0$; $Z_B-Z_A=L$

Donc $\boxed{P_n = q_m.\left[\frac{V^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g.L - (J_S + J_L)\right]}$

A.N. $\boxed{P_n = 0,24.\left[\frac{13,581^2}{2} + \frac{7.10^5 - 10^5}{900} + 9,81.0,5 + (41,5 + 403)\right] = 290\ w}$

Exercice3:

La figure suivante représente une installation utilisée dans un parc d'attraction. L'installation est

composée:

-d'une conduite d'aspiration AB horizontale de diamètre d=15 cm et de longueur $L_1 = AB = 10\ m$

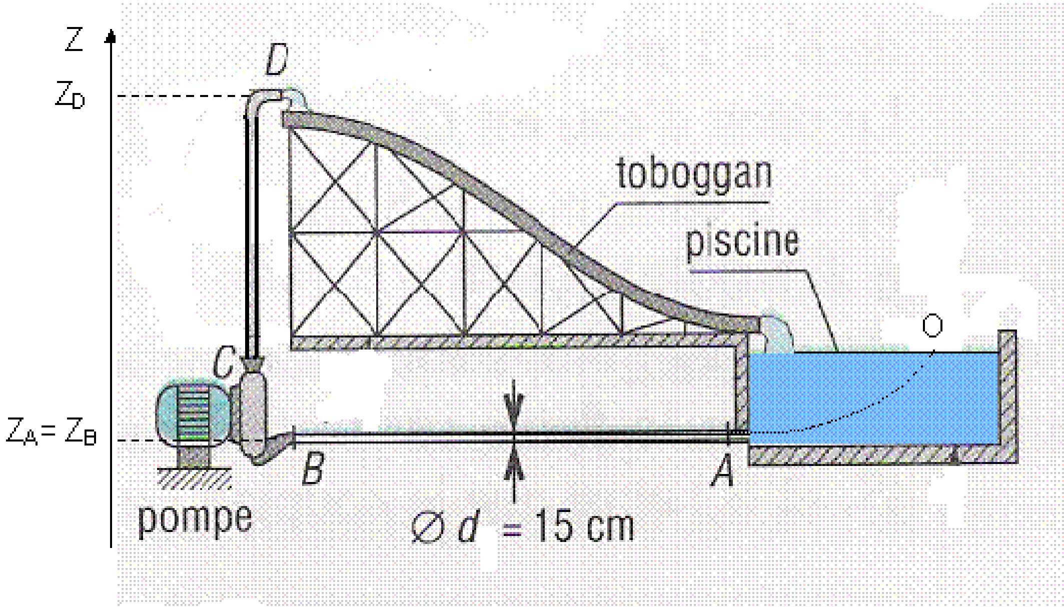
-d'une pompe centrifuge ayant un rendement $\eta = 0{,}8$ qui aspire l'eau à un débit volumique $Q_v = 10{,}6$

L/s depuis une piscine et la refoule en D, vers un toboggan.

-d'une conduite de refoulement CD verticale de diamètre d=15 cm et de longueur $L_2 = CD = 8\ m$

- d'un toboggan formant un canal descendant permettant d'acheminer par gravité l'eau vers la piscine.

L'eau reste en circuit fermé : piscine – tube AB - pompe - tube CD – toboggan-piscine – etc.



On donne :

-la masse volumique de l'eau : $\rho = 1000\ kg/m^3$

-la viscosité dynamique de l'eau : $\mu = 10^{-3}$ Pa.s

-l'accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m/s^2$

-La pression $P_O = P_D = P_{atm} = 1$ bar

- $Z_O = 1{,}5$ m (O est un point de la surface libre de l'eau dans la piscine).

- $Z_A = Z_B = 0$

- $Z_C = 0{,}3$ m

- $Z_D = 8{,}3$ m

On suppose que toutes les pertes de charge singulières sont négligeables.
Travail demandé :

1- Calculer la vitesse d'écoulement V dans la conduite.

2-En appliquant le Théorème de Bernoulli entre un point O de la surface libre de la piscine et le point A,

calculer la pression P_A .

On suppose que le niveau de l'eau dans la piscine reste constant $(V_O = 0)$

3-Déterminer le nombre de Reynolds R_e dans la conduite.

4- En déduire la nature de l'écoulement.

5-Calculer le coefficient de perte de charge linéaire λ

6-Déterminer la perte de charge linéaire J_L entre A et D.

7-En appliquant le théorème de Bernoulli entre A et D, déterminer la puissance nette P_n développée par

la pompe.

8-En déduire la puissance P_a absorbée par la pompe.

Réponse

1) Vitesse d'écoulement $\boxed{V = \frac{4.Q_v}{\pi.d^2}}$ A.N. $\boxed{V = \frac{4.10,6.10^{-3}}{\pi.0,15^2} = 0,6\, m/s}$.

2) Théorème de Bernoulli entre O et A : $\frac{V_O^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_O - P_A}{\rho} + g.(Z_O - Z_A) = 0$

Or $V_0 = 0$ et $P_0 = P_{atm} = 1$ bar , donc $\boxed{P_A = P_O + \rho.g.(Z_O - Z_A) - \frac{1}{2}.\rho.V_A^2}$

A.N. $\boxed{P_A = 10^5 + 1000.9,81.(1,5-0) - \frac{1}{2}.1000.0,6^2 = 114535\, Pa = 1,14535\, bar}$

3) Nombre de Reynolds $\boxed{R_e = \frac{\rho.V.d}{\mu}}$ A.N. $\boxed{R_e = \frac{1000.0,6.0,15}{10^{-3}} = 90000}$.

4) $2000 < R_e < 100000$ donc l'écoulement est **turbulent lisse**.

5) Coefficient de perte de charge linéaire $\boxed{\lambda = 0{,}316.R_e^{-0{,}25}}$

A.N. $\boxed{\lambda = 0{,}316.90000^{-0{,}25} = 0{,}01824}$

6) Perte de charge linéaire $\boxed{J_L = -\lambda.\frac{V^2}{2}.\left(\frac{L}{d}\right)}$

A.N. $\boxed{J_L = -0{,}01824.\frac{0{,}6^2}{2}.\left(\frac{10+8}{0{,}15}\right) = -\,0{,}4\ J/kg}$

7) Théorème de Bernoulli entre A et D : $\frac{V_D^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_D - P_A}{\rho} + g.(Z_D - Z_A) = J_L + \frac{P_n}{\rho.Q_v}$

Or $V_A = V_D$, $P_D = P_{atm}$ et $Z_A = 0$ donc $\boxed{P_n = \rho.Q_v.\left(g.Z_D + \frac{P_{atm} - P_A}{\rho} - J_L\right)}$

A.N. $\boxed{P_n = 1000.10{,}6.10^{-3}.\left(9{,}81.8{,}3 + \frac{10^5 - 1{,}1452.10^5}{1000} + 0{,}4\right) = 713{,}411\ w}$

8) Puissance absorbée par la pompe $\boxed{P_a = \frac{P_n}{\eta}}$ A.N. $\boxed{P_a = \frac{713{,}411}{0{,}8} = 891{,}763\ w}$