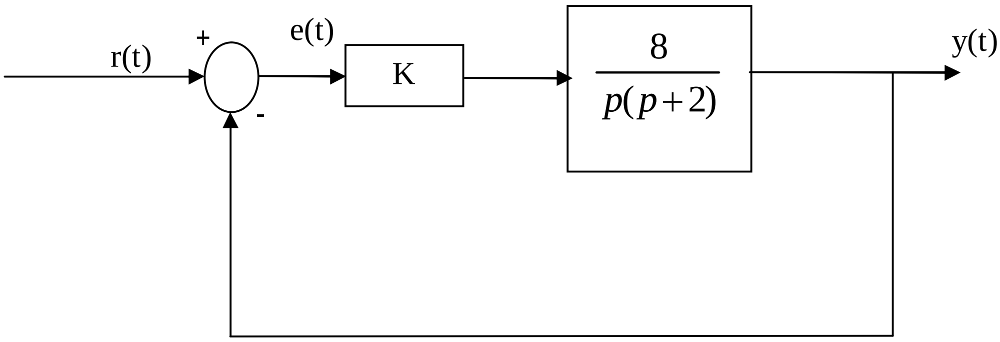
TD 07

Les Correcteurs

Exercice 01 :

On donne le système en BF et on fixe $G_c(p)=1$.



Calculer un compensateur $G_c(p)$ qui permet au système en boucle fermée à retour unitaire de satisfaire les spécifications suivantes :

$$k_v \geq 48s^{-1}$$

- Marge de phase :

$$M\varphi \geq 45°$$

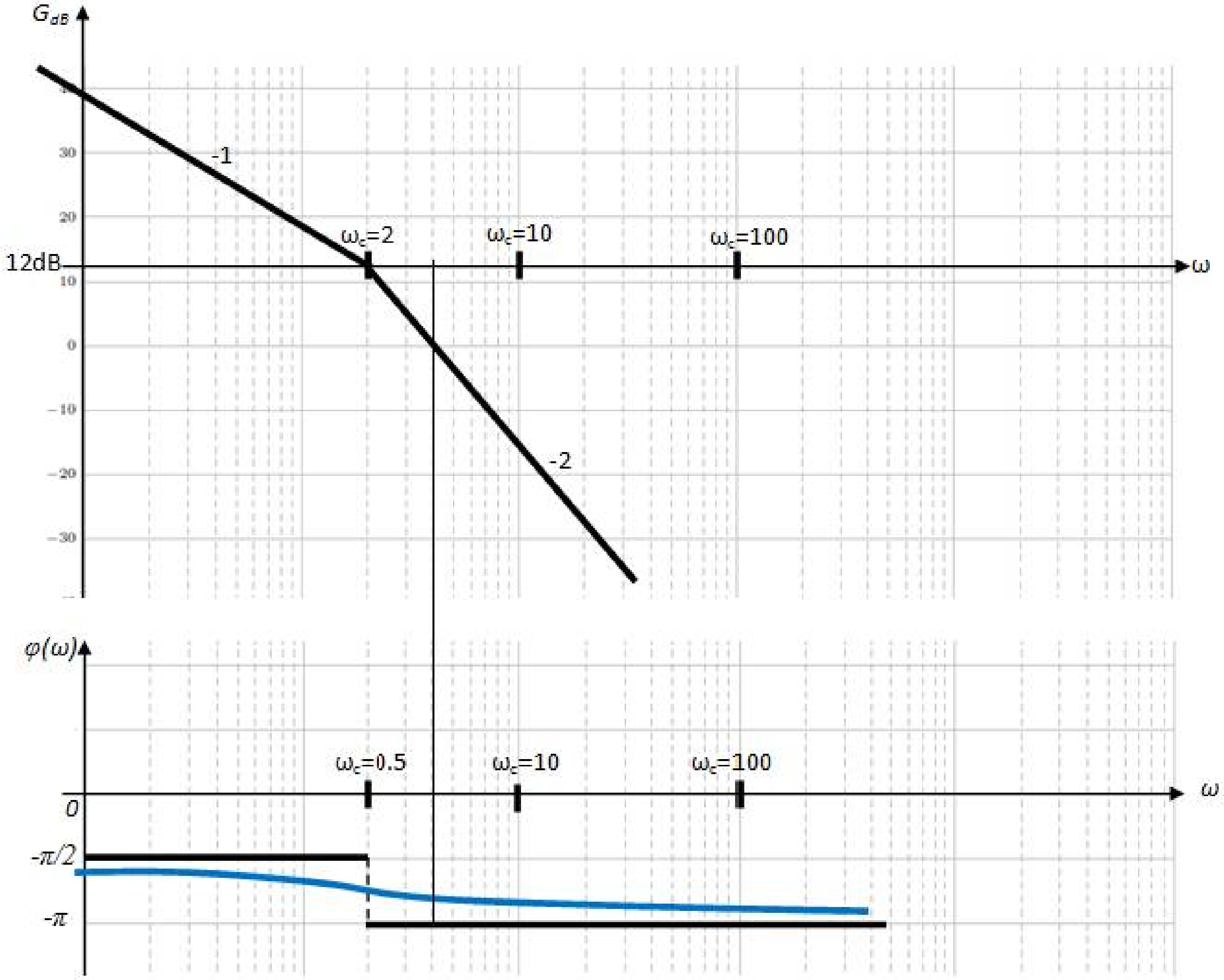
- Bande passante en BF :

$$25 \leq \omega_b \leq 60 rd/s$$

Solution :

φ (rd/s)	G(dB)	φ(°)
2	5	135°
2.5	0	141°
3	-6	145°
4	-12	153°
5	-15	158°
8	-25	165.9

$$G(p) = \frac{8}{p(p+2)} = \frac{4}{p(\frac{p}{2}+1)}$$



$$k_v = \lim_{p\to 0} pG(p) = \frac{4}{(\frac{p}{2}+1)} = 4s^{-1}$$

Pour avoir k_v=48s^{-1} il suffit d'ajouter un gain K=12 : première correction.

$$G(p) = \frac{48}{p(\frac{p}{2}+1)}$$

C'est système de type 1, alors :

$$k_p = \lim_{p\to 0} \frac{48}{p(1+0.5p)} = \infty \Rightarrow \varepsilon_p = \lim_{p\to 0} \frac{1}{1+k_p} = 0, \quad \varepsilon_v = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{48} = 0.02$$

$$\Rightarrow \varepsilon_p = 0, \quad \varepsilon_v = 0.02$$

Pour voir si Mφ et la bande passante sont satisfaisantes, on trace le diagramme de Bode de KG(p).

$$\varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.5\omega)$$

$$M\varphi = 180° + \angle G(j\omega_0'), \quad \left(\omega_0' / 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right)$$

Pour $\left(\omega_0' / 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right) \Rightarrow \omega_0' = 3rd/s$ on a du diagramme la marge de phase :

$$\varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.5\omega) - arctg\,(0.02\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.5 * 4)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(2)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -90 - 63$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -153°$$

$$M\varphi = 180° - 153 \Rightarrow M\varphi = 27°$$

La bande passante, on a du graphe:

Bp=4 rd/s

$$M\varphi = 27° \quad Bp = 4rd/s$$

$$k_v = 48s^{-1}$$

Mφ et la bande passante sont insatisfaisantes

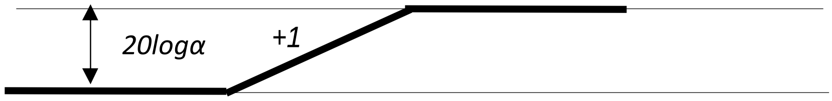
Système stable, mais la marge de stabilité est insuffisante. Il faut augmenter cette marge, comment ?

Utiliser un compensateur à retard de phase ?

Non, parce qu'on a une mauvaise bande passante 4rd/s inférieure à celle voulue 40rd/s

Alors on essaie un compensateur à avance de phase

$$G_{RP}(p) = A\alpha\frac{1+Tp}{1+\alpha Tp}, \alpha < 1$$



On fixe φ_{max}=55°

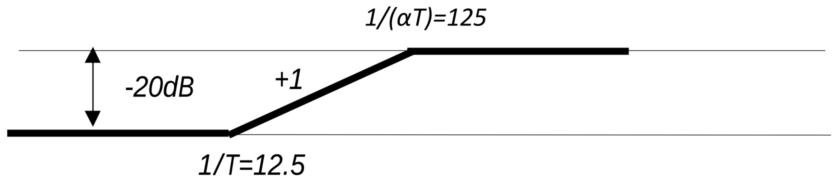
$$\alpha = \frac{1-\sin\varphi_{max}}{1+\sin\varphi_{max}} = \frac{1-\sin 55°}{1+\sin 55°} \Rightarrow \alpha = 0.1$$

On place $\varphi_{\max}$ *dans* $\omega_0 1 | \varphi(\omega_0) = -190°$

$$\omega_{\varphi_{\max}} = \omega_0 = 40 rd/s \Rightarrow \omega_{\varphi_{\max}} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_{\varphi_{\max}}\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{40\sqrt{0.1}} \Rightarrow T = 0.08$$

$$G_{RP}(p) = 0.1\frac{1+0.08p}{1+0.008p} = 0.1\frac{1+\frac{p}{12.5}}{1+\frac{p}{125}}$$

$$20\log_{10}(\alpha) = 20\log_{10}(0.1) = -20$$



de la courbe on a :

La marge de phase :

$$G_{RP}(p) = 0.1\frac{1+0.08p}{1+0.008p} = 0.1\frac{1+\frac{p}{12.5}}{1+\frac{p}{125}}$$

$$M\varphi = 180° + \angle Gc(j\omega_0')G(j\omega_0'), \quad \left(\omega_0' / 20\log_{10}|G(j\omega_0')| = 0\right)$$

Pour $\left(\omega_0' / 20\log_{10}|G(j\omega_0')| = 0\right) \Rightarrow \omega_0' = 3rd/s$ on a du diagramme la marge de phase :

$$\varphi(\omega)) = arctg(0.08\omega) - arctg(0.008\omega) - \frac{\pi}{2} - arctg(0.5\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = arctg(0.08*40) - arctg(0.008*40) - \frac{\pi}{2} - arctg(0.5*40)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = arctg(3.2) - arctg(0.32) - \frac{\pi}{2} - arctg(20)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -122°$$

$$M\varphi = 180° - 122 \Rightarrow M\varphi = 58°$$

La bande passante, on a du graphe:

Bp=40 rd/s

$M\varphi = 58°\quad Bp = 40rd/s$

$k_v = 48s^{-1}$

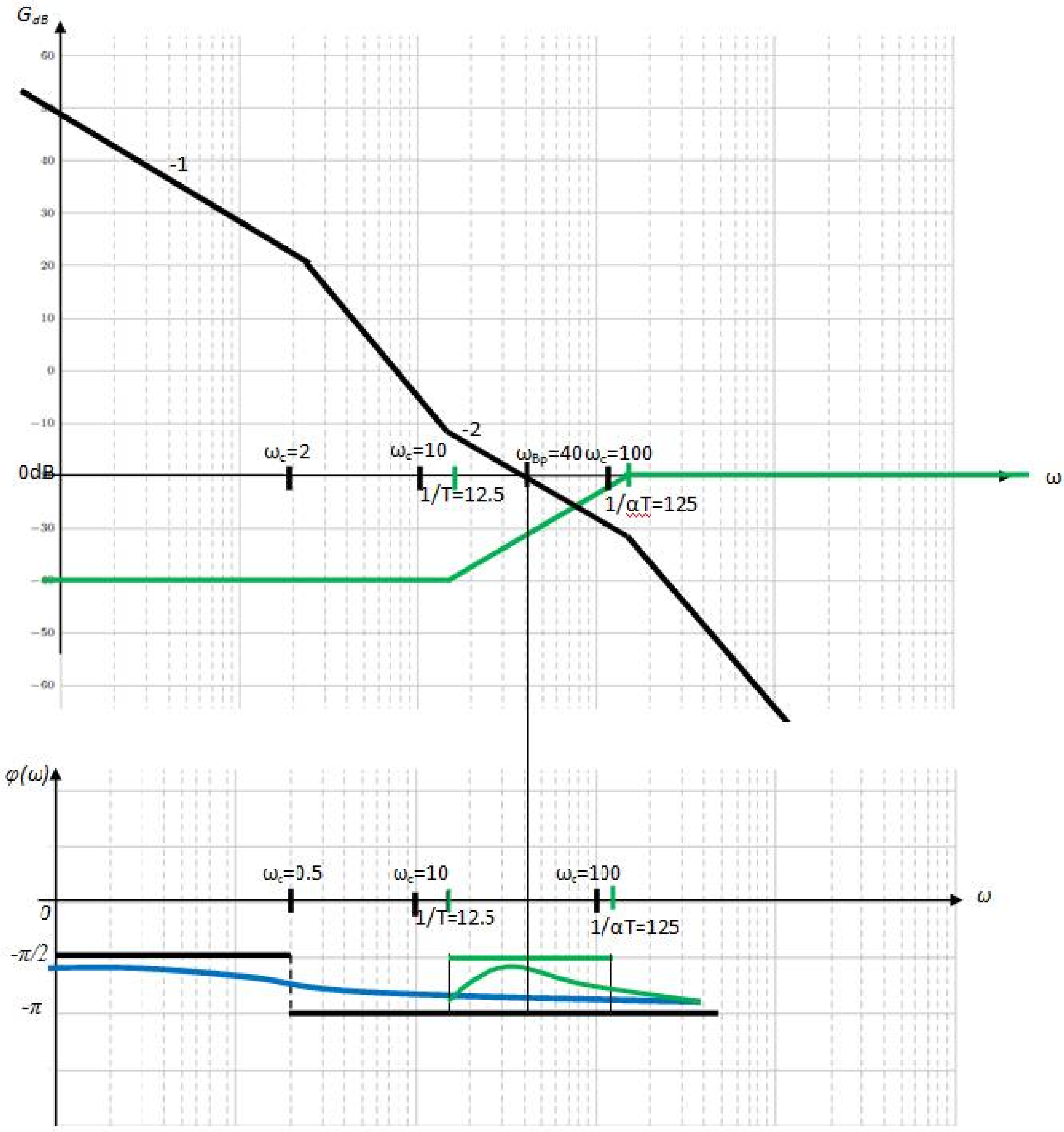
Réglage final : on ajoute un gain A

$20\log_{10} A = G_A dB = 30dB$

$Bp : 20rd/s \;\; pour \;\; H(p)$

$Bp_{G(p)} = 40 \Rightarrow Bp_{H(p)} \cong 48rd/s$

$Bp_{BO} = \frac{Bp_{BF}}{1.2} = \frac{48}{1.2} \approx 40rd/s$



Exercice 02 :

Soit le système suivant :

$$G(p)=\frac{1}{p(1+0.25p)(1+0.1p)}$$

Calculer un compensateur $G_c(p)$ qui permet au système en boucle fermée à retour unitaire de satisfaire : $k_v = \lim\ pG(p) = 4s^{-1}$

$M\varphi \geq 40°$

$MG \geq 12dB$

Solution :

$$k_v = \lim_{p\to 0} pG(p) = \frac{1}{(1+0.25p)(1+0.1p)} = 1s^{-1}$$

Pour avoir $k_v=4s^{-1}$ il suffit d'ajouter un gain K=4 : première correction.

$$G(p)=\frac{4}{p(1+0.25p)(1+0.1p)}$$

C'est système de type 1, alors :

$$k_p = \lim_{p\to 0} \frac{4}{p(1+0.25p)(1+0.1p)} = \infty \Rightarrow \varepsilon_p = \lim_{p\to 0} \frac{1}{1+k_p} = 0,\ \ \varepsilon_v = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{4} = 0.25,$$

$$\Rightarrow \varepsilon_p = 0,\ \ \varepsilon_v = 0.25,$$

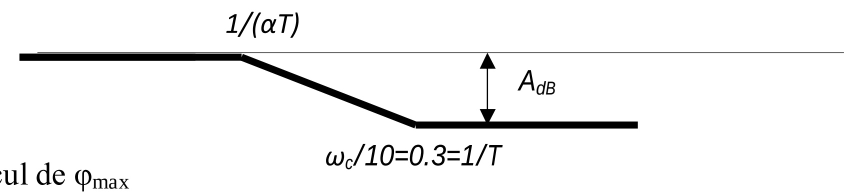
Pour voir si Mφ et MG sont satisfaisantes, on trace le diagramme de Bode de KG(p).

$$\varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg(0.25\omega) - arctg(0.1\omega)$$

$$M\varphi = 44°,\ \ MG = 10dB$$

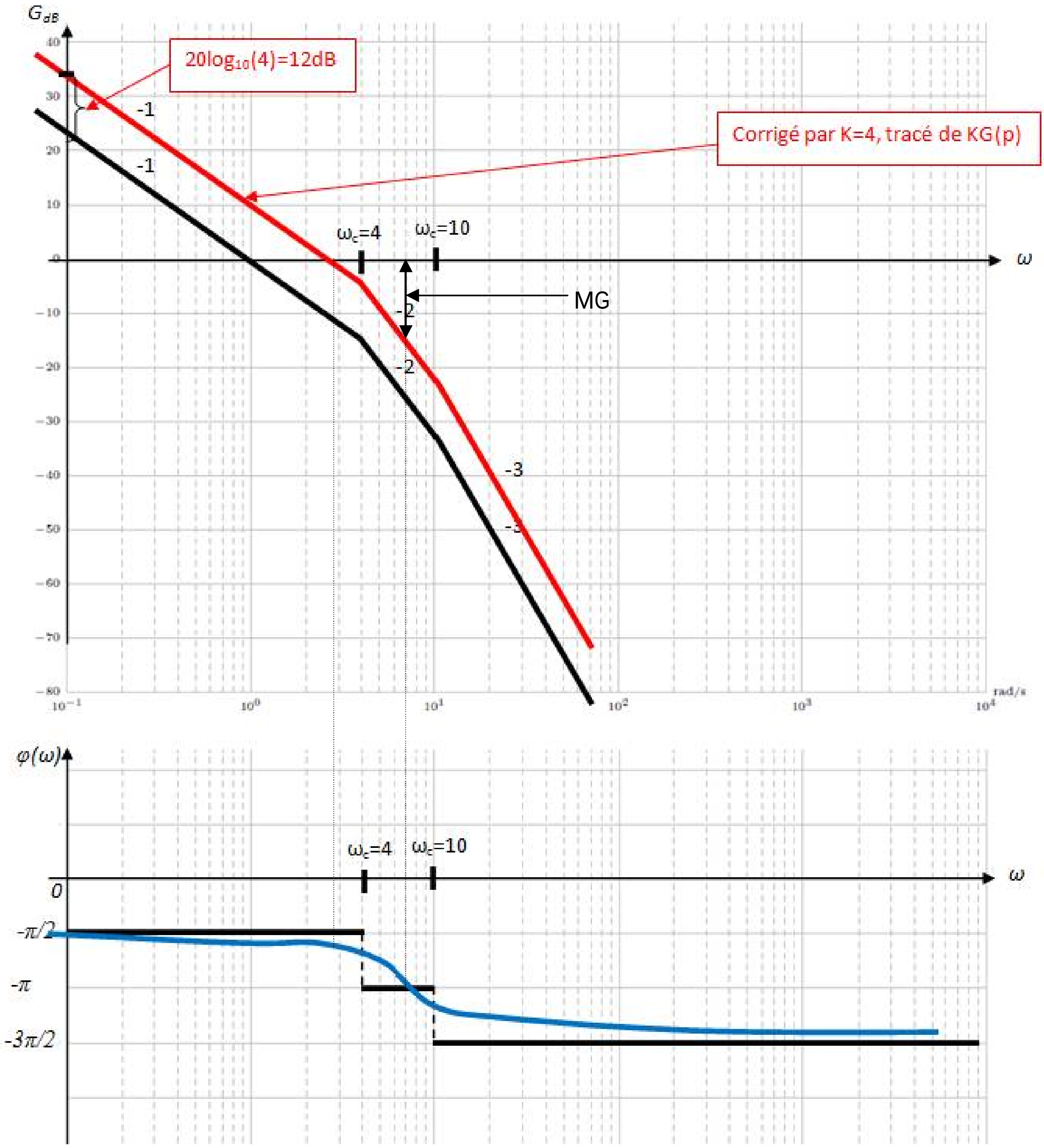
Système stable, mais la marge de stabilité est insuffisante. Il faut augmenter cette marge, comment ?

$$G_{RP}(p) = \frac{1+Tp}{1+\alpha Tp},\ \alpha > 1,\quad \frac{1}{T} = 0.3 = \frac{\omega_c}{10}$$



Calcul de φ_{max}

$$\omega_{\varphi_{max}} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}},\ \alpha = \frac{1-\sin\varphi_{max}}{1+\sin\varphi_{max}}$$



La marge de gain:

$$MG_{dB} = -G_{dB}(\omega_0), \quad (\omega_0 / \angle G(j\omega_0) = -180°)$$

Pour $(\omega_0 / \angle G(j\omega_0) = -180°) \Rightarrow \omega_0 = 6.3rd/s$ on a du diagramme la marge du gain :

$$MG_{dB} = -G_{dB}(\omega_0) \Rightarrow MG_{dB} = 10dB$$

Et la marge de phase :

$$M\varphi = 180° + \angle G(j\omega_0'), \quad \left(\omega_0' / 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right)$$

Pour $\left(\omega_0' / 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right) \Rightarrow \omega_0' = 3rd/s$ on a du diagramme la marge de phase :

$$\varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.25\omega) - arctg\,(0.1\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.25*2.5) - arctg\,(0.1*2.5)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.625) - arctg\,(0.25)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -90 - 32 - 14$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -90 - 32 - 14$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -136°$$

$$M\varphi = 180° - 136 \Rightarrow M\varphi = 44°$$

$$G_{RP}(p) = \frac{1+Tp}{1+\alpha Tp}, \ \alpha > 1, \quad \frac{1}{T} = 0.3 = \frac{\omega_c}{10}, \quad la \quad fréquence \quad de \quad coupure \ \omega_c = 3rd/s$$

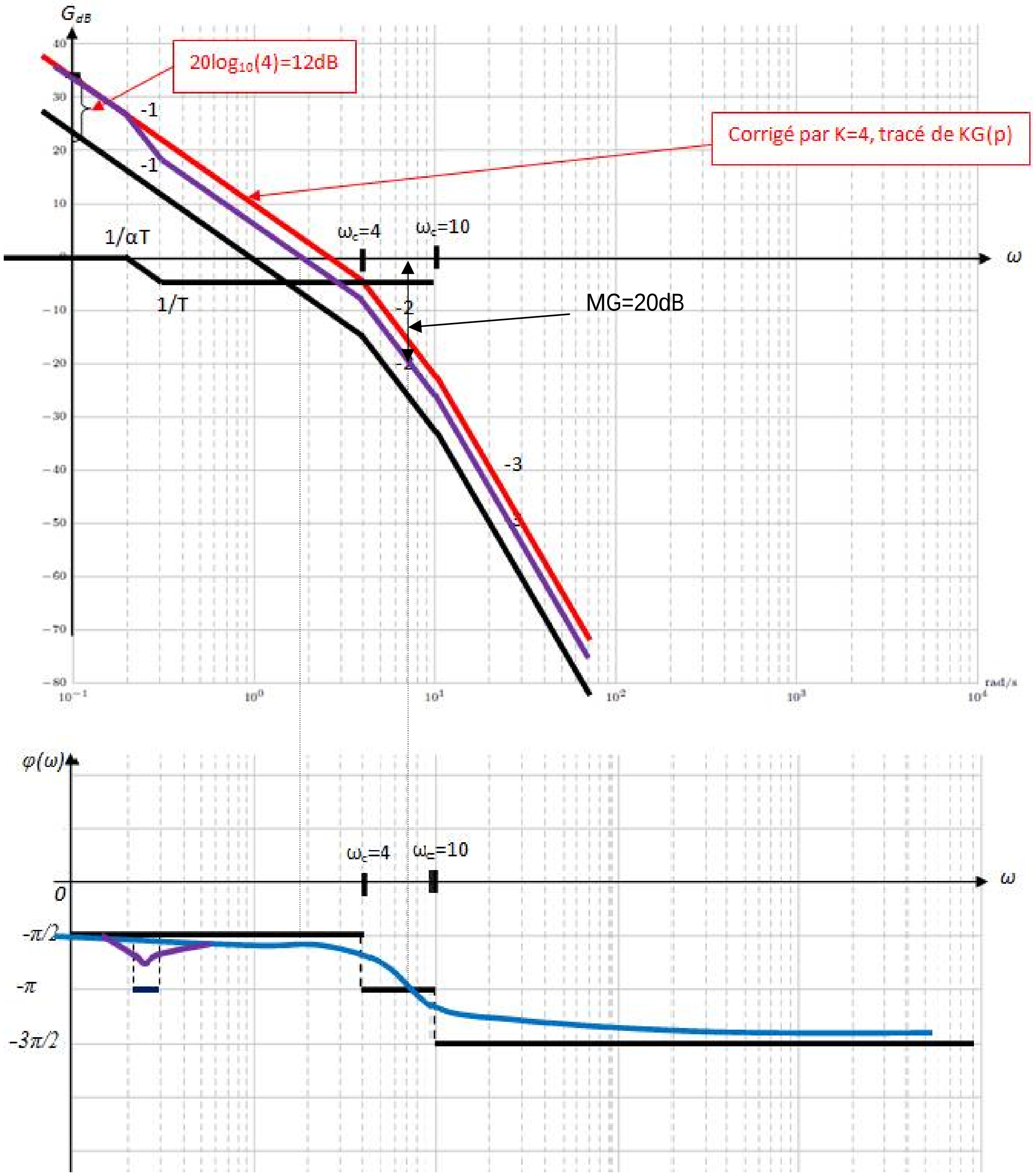
$$\omega_{\varphi_{\max}} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}, \quad \alpha = \frac{1-\sin\varphi_{\max}}{1+\sin\varphi_{\max}}$$

$$G_{RP}(p) = \frac{1+3.33p}{1+\alpha 3.33p}, \ \alpha > 1,$$

On met :

α=1.1

$$G_{RP}(p) = \frac{1+3.33p}{1+1.1*3.33p} \Rightarrow G_{RP}(p) = \frac{1+3.33p}{1+4.32p} = G_{RP}(p) = \frac{1+\dfrac{p}{0.3}}{1+\dfrac{p}{0.23}}$$



G_dB
20log10(4)=12dB
Corrigé par K=4, tracé de KG(p)
-1
-1
1/αT
1/T
ωc=4
ωc=10
ω
MG=20dB
-2
-2
-3
-3
rad/s
φ(ω)
ωc=4
ωc=10
ω
0
-π/2
-π
-3π/2

Pour $\left(\omega_0' / 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right) \Rightarrow \omega_0' = 1.8 rd/s$ on a du diagramme la marge de phase :

$$\varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg(0.25\omega) - arctg(0.1\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg(0.25*1.8) - arctg(0.1*1.8)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg(0.45) - arctg(0.18)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -90 - 24 - 10$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -124°$$

$$M\varphi = 180° - 124 \Rightarrow M\varphi = 56°$$

D'après le tracé on a :

$$MG = 20dB$$

Les spécifications sont satisfaisantes alors :

$$G_{RP}(p) \times KG(p) = \frac{1+3.33p}{1+4.32p} \times \frac{4}{p(1+0.25p)(1+0.1p)}$$

Exercice 03 :

Soit le système suivant :

$$G(p) = \frac{1}{p(1+0.5p)(1+0.02p)}$$

Calculer un compensateur $G_c(p)$ qui permet au système en boucle fermée à retour unitaire de satisfaire : $k_v = \lim\ pG(p) = 40s^{-1}$

$M\varphi \geq 45°$

Bande passante > 20rd/s

$$G(p) = \frac{1}{p(1+\frac{p}{2})(1+\frac{p}{50})}$$

Solution :

$$k_v = \lim_{p \to 0} pG(p) = \frac{1}{(1+0.5p)(1+0.02p)} = 1s^{-1}$$

Pour avoir k_v=40s^{-1} il suffit d'ajouter un gain K=40 : première correction.

$$G(p) = \frac{40}{p(1+0.5p)(1+0.02p)}$$

C'est système de type 1, alors :

$$k_p = \lim_{p \to 0} \frac{40}{p(1+0.5p)(1+0.02p)} = \infty \Rightarrow \varepsilon_p = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1+k_p} = 0, \quad \varepsilon_v = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{40} = 0.025,$$

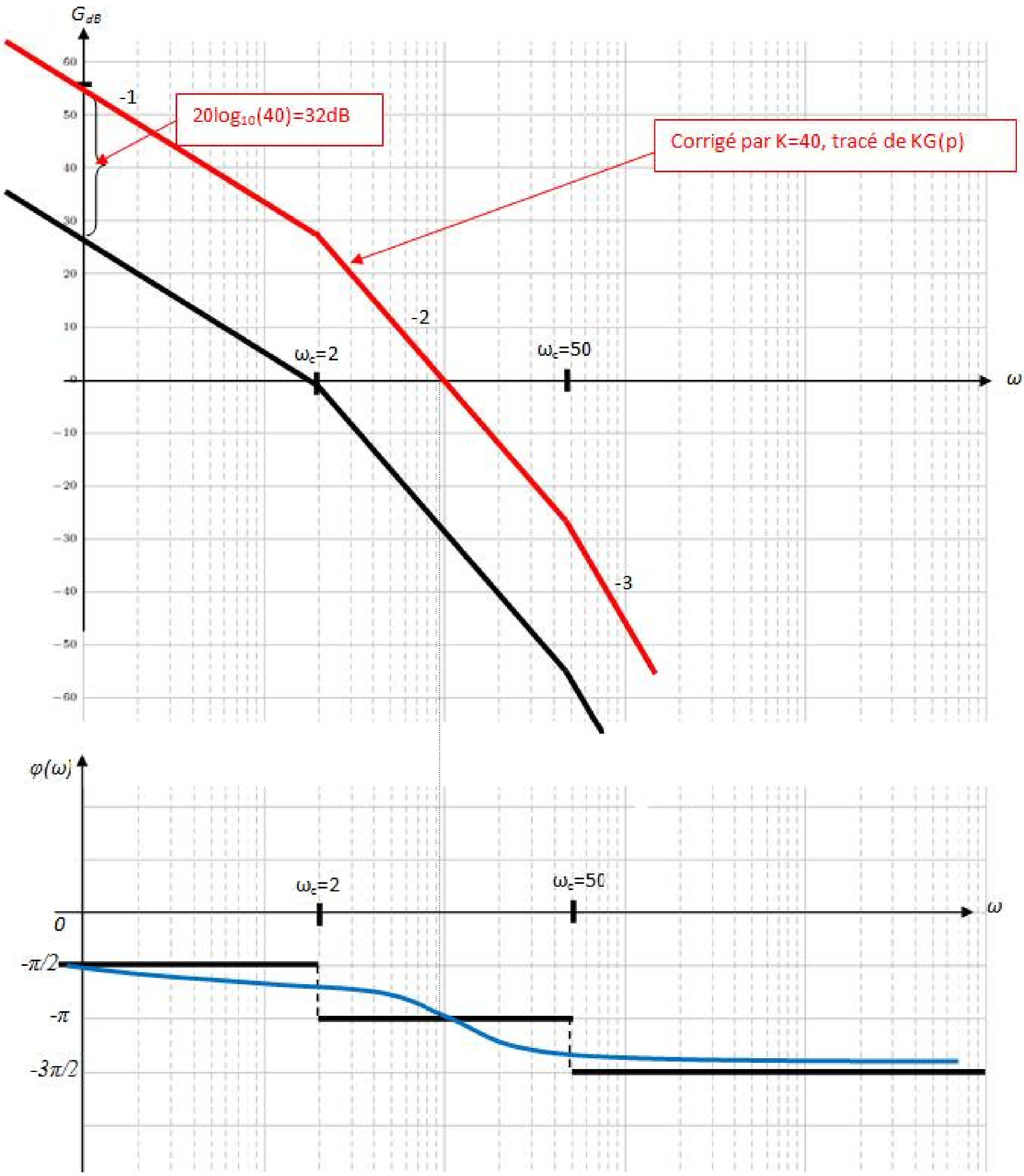
$$\Rightarrow \varepsilon_p = 0, \quad \varepsilon_v = 0.025,$$

ω_c*=9rd/s*

Pour voir si Mφ et la bande passante sont satisfaisantes, on trace le diagramme de Bode de KG(p).

$$\varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg(0.5\omega) - arctg(0.02\omega)$$

$$M\varphi = 3°, \quad Bp = 9rd/s$$



La marge de phase :

$$M\varphi = 180° + \angle G(j\omega_0'), \quad \left(\omega_0' \,/\, 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right)$$

Pour $\left(\omega_0' \,/\, 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right) \Rightarrow \omega_0' = 9rd\,/\,s$ on a du diagramme la marge de phase :

$$\varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.5\omega) - arctg\,(0.02\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(0.5*9) - arctg\,(0.02*9)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg\,(4.5) - arctg\,(0.18)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -90 - 77 - 10$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -177°$$

$$M\varphi = 180° - 177 \Rightarrow M\varphi = 3°$$

La bande passante, on a du graphe:

Bp=9 rd/s

ω	φ
2	-137
4	-158
5	-164
8	-175
9	-177
10	-180
15	-189
20	-196

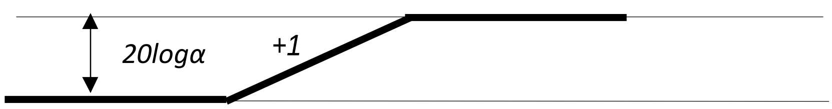
Système stable, mais la marge de stabilité est insuffisante. Il faut augmenter cette marge, comment ?

Utiliser un compensateur à retard de phase ?

Non, parce qu'on a une mauvaise bande passante 9rd/s inférieure à celle voulue 20rd/s

Alors on essaie un compensateur à avance de phase

$$G_{RP}(p) = A\alpha\frac{1+Tp}{1+\alpha Tp},\ \alpha < 1$$



On fixe φ_{max}=55°

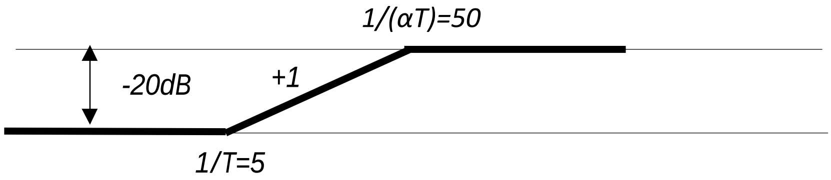
$$\alpha = \frac{1-\sin\varphi_{max}}{1+\sin\varphi_{max}} = \frac{1-\sin 55°}{1+\sin 55°} \Rightarrow \alpha = 0.1$$

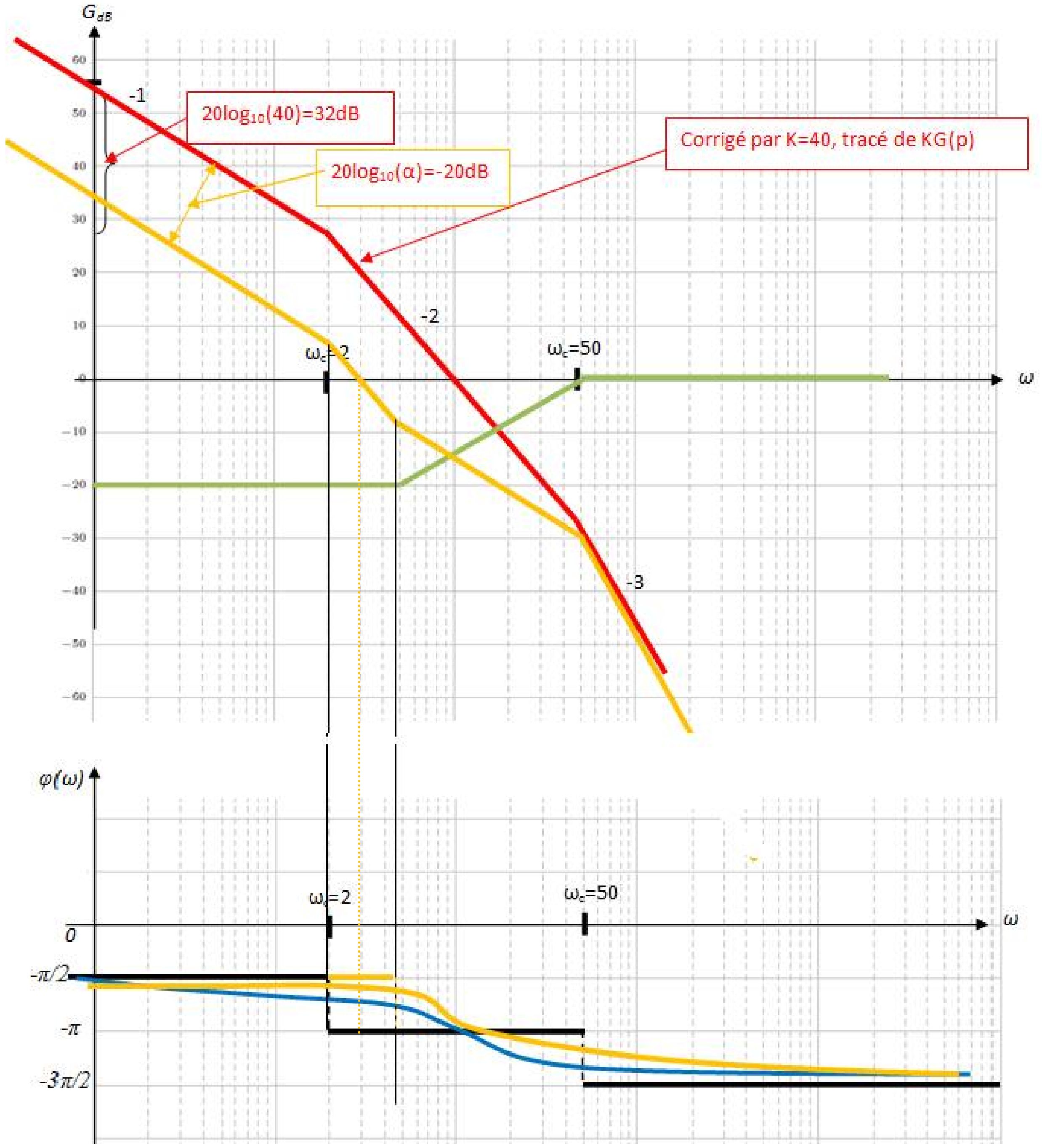
On place $\varphi_{\max}$ *dans* $\omega_0 1 | \varphi(\omega_0) = -190°$

$$\omega_{\varphi_{\max}} = \omega_0 = 16 rd/s \Rightarrow \omega_{\varphi_{\max}} = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_{\varphi_{\max}}\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{16\sqrt{0.1}} \Rightarrow T = 0.2$$

$$G_{RP}(p) = 0.1\frac{1+0.2p}{1+0.02p}$$

$$20\log_{10}(\alpha) = 20\log_{10}(0.1) = -20$$




G_{dB}
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-1
-2
-3
$20\log_{10}(40)$=32dB
$20\log_{10}(\alpha)$=-20dB
Corrigé par K=40, tracé de KG(p)
ω_c=2
ω_c=50
ω
$\varphi(\omega)$
0
$-\pi/2$
$-\pi$
$-3\pi/2$
ω_c=2
ω_c=50
ω

de la courbe orange on a :

La marge de phase :

$$G_{RP}(p) = 0.1\frac{1+0.2p}{1+0.02p}$$

$$M\varphi = 180° + \angle Gc(j\omega_0')G(j\omega_0'), \quad \left(\omega_0' \,/\, 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right)$$

Pour $\left(\omega_0' \,/\, 20\log_{10}\left|G(j\omega_0')\right| = 0\right) \Rightarrow \omega_0' = 3rd\,/\,s$ on a du diagramme la marge de phase :

$$\varphi(\omega)) = arctg\,(0.2\omega) - arctg\,(0.02\omega) - \frac{\pi}{2} - arctg\,(0.5\omega) - arctg\,(0.02\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = arctg\,(0.2*3) - arctg\,(0.02*3) - \frac{\pi}{2} - arctg\,(0.5*3) - arctg\,(0.02*3)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = arctg\,(0.6) - arctg\,(0.06) - \frac{\pi}{2} - arctg\,(1.5) - arctg\,(0.06)$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = 30 - 3 - 90 - 56 - 3$$

$$\Rightarrow \varphi(\omega)) = -122°$$

$$M\varphi = 180° - 122 \Rightarrow M\varphi = 58°$$

La bande passante, on a du graphe:

Bp=3 rd/s

$$M\varphi = 58° \quad Bp = 3rd\,/\,s$$

$$k_v = 40s^{-1}$$

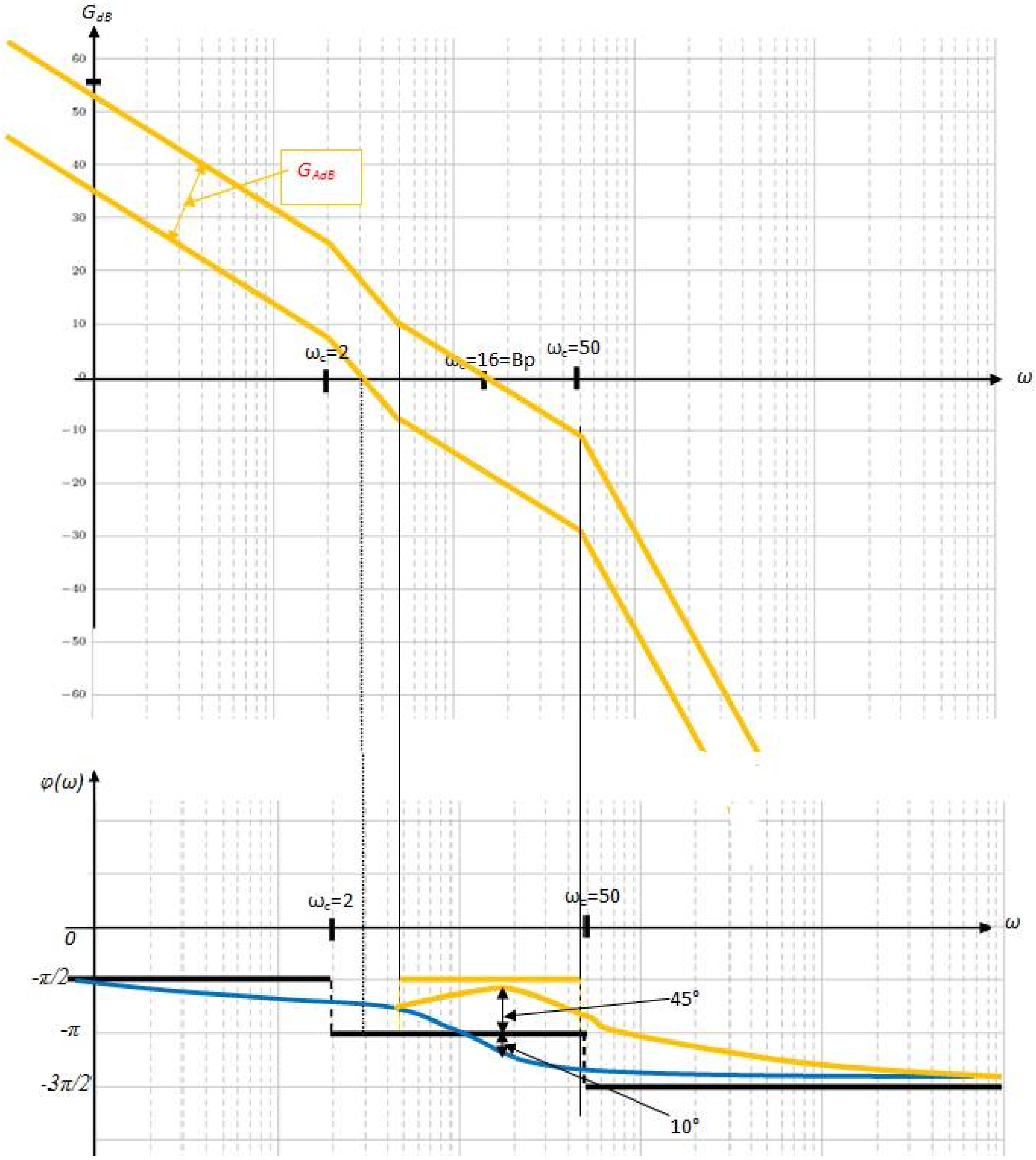
Réglage final : on ajoute un gain A

$$20\log_{10} A = G_A dB = 18dB$$

$$Bp : 20rd\,/\,s \;\; pour \;\; H(p)$$

$$Bp_{G(p)} = 16 \Rightarrow Bp_{H(p)} \cong 20rd\,/\,s$$

$$Bp_{BO} = \frac{Bp_{BF}}{1.2} = \frac{20}{1.2} \approx 16rd\,/\,s$$



G_{dB}
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
G_{AdB}
ωc=2
ωc=16=Bp
ωc=50
ω
φ(ω)
ωc=2
ωc=50
ω
0
-π/2
-π
-3π/2
45°
10°

Exercice 04 :

Soit le système suivant :

$$G(p)=\frac{1000}{p(p+10)^2}$$

1. Ce système est mis dans un asservissement à retour unitaire avec un correcteur proportionnel P de gain K. Donner le schéma fonctionnel du système asservi et tracer le diagramme de Bode de ce système.
2. Calculer la valeur du gain K qui assure au système une marge de phase Mφ=45°.
3. La consigne est un signal échelon unitaire. Calculer l'erreur en régime permanent entre la consigne et la sortie du système. Répondre à la même question si la consigne est une rampe de pente 1.
4. On désire avoir maintenant un asservissement respectant les conditions suivantes :
   - Erreur statique nulle, $\varepsilon p(\infty)=0$.
   - Erreur de trainage finie, $\varepsilon p(\infty)=5\%$.

Pour ce faire, on adjoint au correcteur proportionnel P, un correcteur à retard de phase.

Donner le nouveau schéma fonctionnel de l'asservissement.

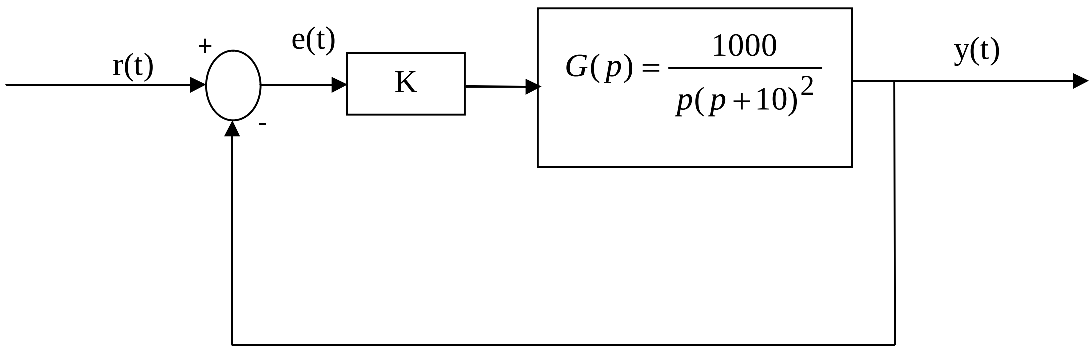
Calculer les paramètres du correcteur.

Solution :

Soit le système suivant :

$$G(p)=\frac{1000}{p(p+10p)^2}\Rightarrow G(p)=\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

1. Le schéma fonctionnel du système asservi.



Le tracé de Bode. On a le système :

$$G(p)=\frac{1000}{p(p+10p)^2}\Rightarrow G(p)=\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

$$G(p)=\frac{10}{p(\frac{p}{10}+1)^2}\Rightarrow \ G(j\omega)=\frac{10}{j\omega(\frac{j\omega}{10}+1)^2}$$

$$G_{dB}=20\log_{10}|G(j\omega)|=20\log_{10}\left|\frac{10}{j\omega(\frac{j\omega}{10}+1)^2}\right|=20\log_{10}\left(\frac{10}{\omega\left(\left(\frac{\omega}{10}\right)^2+1\right)}\right)$$

$$\Rightarrow G_{dB}=20\log_{10}(10)-20\log_{10}(\omega)-20\log_{10}\left(1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2\right)$$

$$\Rightarrow G_{dB}=20dB-20\log_{10}(\omega)-20\log_{10}\left(1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2\right)$$

Analyse asymptotique :
Etudions G_{dB} aux BF et aux HF
BF :

$$G_{dB}=20dB-20\log_{10}(\omega)-20\log_{10}\left(1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2\right)=-\infty$$

HF :

$$G_{dB}=20dB-20\log_{10}(\omega)-20\log_{10}\left(1+\left(\frac{\omega}{10}\right)^2\right)$$

$$\angle G(j\omega)=-\frac{\pi}{2}-2\angle\left(1+\frac{j\omega}{10}\right)=-\frac{\pi}{2}-2arctg\left(\frac{\omega}{10}\right)$$

Asymptotes :

BF : $\omega \ll \omega_c \Rightarrow \angle G(j\omega)\rightarrow -\frac{\pi}{2}$

HF : $\omega \gg \omega_c \Rightarrow \angle G(j\omega)\rightarrow -\frac{3\pi}{2}$

Et comme on peut tracer le diagramme de Bode en décomposant la fontion de transfert en plusieurs fonctions en cascades :

$$G(p)=\frac{1000}{p(p+10p)^2}\Rightarrow G(p)=\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

$$G_1(p)=\frac{10}{p}\Rightarrow\left\{\begin{matrix}\omega_c=1rd/s\\-20dB/dec\\-\frac{\pi}{2}\end{matrix}\right\}\Rightarrow G_{1dB}=20\log_{10}(10)-20\log_{10}(\omega)=20dB-20\log_{10}(\omega)$$

$$G_2(p)=\frac{1}{(\frac{p}{10}+1)^2}\Rightarrow\left\{\begin{matrix}\omega_c=10rd/s\\-40dB/dec\\-\pi\end{matrix}\right\}\Rightarrow G_{2dB}=-40\log_{10}(\frac{\omega}{10})$$

Pour tracer G_{dB} on trace d'abord les G_{idB} puis on fait la somme **géométrique** (**des asymptotes**)

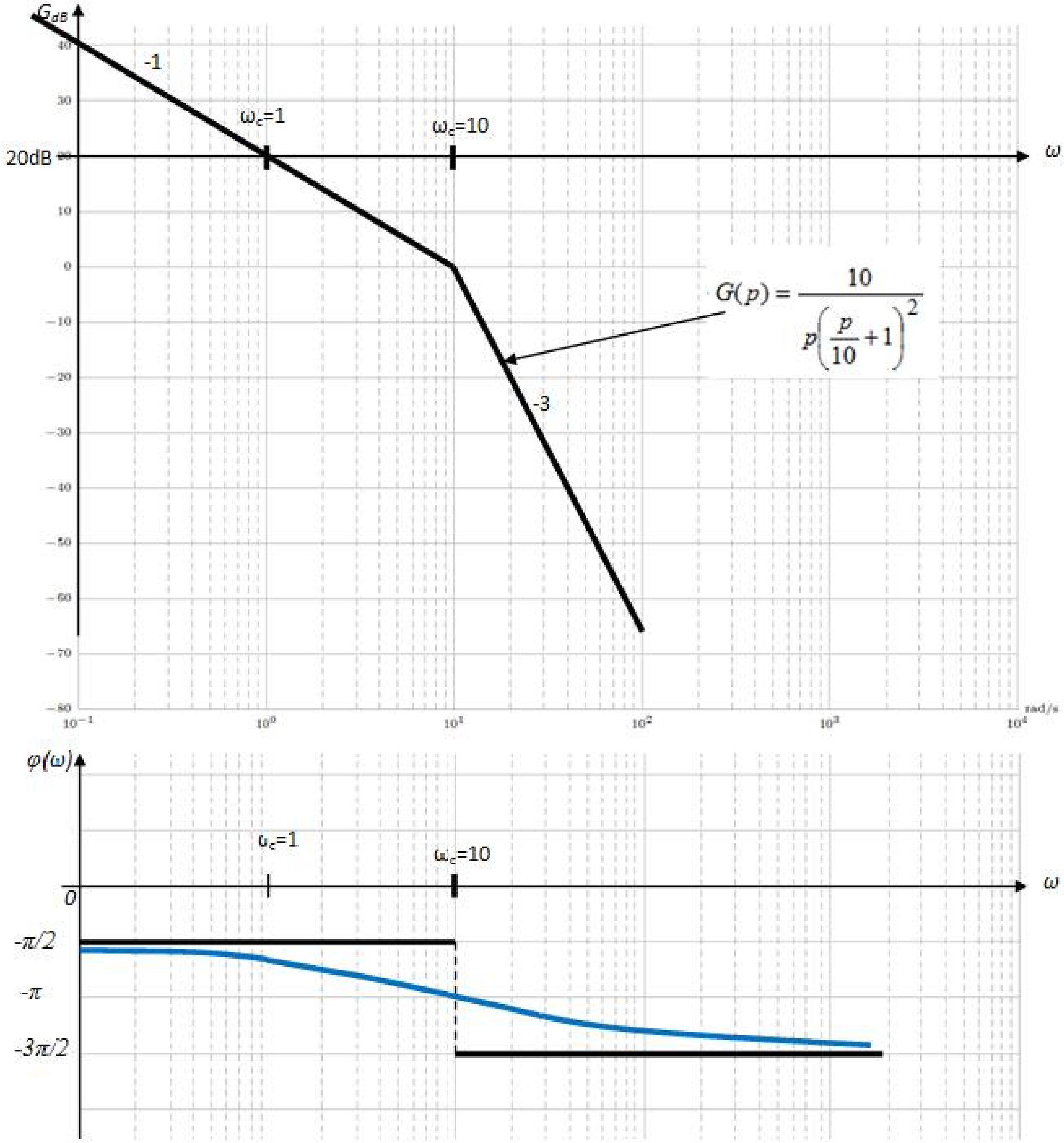
Pour les phases :

$$\angle G(j\omega)=-\frac{\pi}{2}-2\angle\left(1+\frac{j\omega}{10}\right)=-\frac{\pi}{2}-2arctg\left(\frac{\omega}{10}\right)$$

$$\angle G(j\omega)=\sum_{i=1}\angle G_i$$

Pour tracer $\angle G(j\omega)$ on trace d'abord les $\angle G_i$ puis on fait la somme géométrique et **on calcul des points pour trouver la courbe réelle**.

ω	φ
1	-101
2	-112
5	-143
8	-167
9	-173
10	-180
12	-190
15	-202
18	-211
20	-216


G_{dB}
-1
$\omega_c=1$
$\omega_c=10$
20dB
ω
$G(p) = \frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$
-3
rad/s
$\varphi(\omega)$
$\omega_c=1$
$\omega_c=10$
0
$-\pi/2$
$-\pi$
$-3\pi/2$
ω

2. Calcul de la valeur du gain K qui assure au système une marge de phase Mφ=45°.

$$G(p)=\frac{10K}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

Exploitation de l'information sur la marge de phase :

$$M\varphi=180°+\angle G(j\omega_{c_0}),\quad \left(\omega_{c_0}/20\log_{10}\left|G(j\omega_{c_0})\right|=0\right)$$

$$M\varphi=\pi+\angle G(j\omega_{c_0})=\pi-\frac{\pi}{2}-2arctg\left(\frac{\omega_{c_0}}{10}\right)=\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow M\varphi=\pi-\frac{\pi}{2}-2arctg\left(\frac{\omega_{c_0}}{10}\right)=\frac{\pi}{4}\Rightarrow 2arctg\left(\frac{\omega_{c_0}}{10}\right)=\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow arctg\left(\frac{\omega_{c_0}}{10}\right)=\frac{\pi}{8}\Rightarrow \omega_{c_0}=10\tan g\left(\frac{\pi}{8}\right)\Rightarrow \omega_{c_0}=4.14rd/s$$

Détermination de K :

La pulsation ω_{c0} vérifie la relation :

$$\left(\omega_{c_0}/20\log_{10}\left|G(j\omega_{c_0})\right|=0\right)\Rightarrow\left|G(j\omega_{c_0})\right|=1$$

$$\left|G(j\omega_{c_0})\right|=1\Rightarrow\frac{10K}{\omega_{c_0}\left(\frac{(\omega_{c_0})^2}{100}+1\right)}=1\Rightarrow K=\frac{\omega_{c_0}\left(\frac{(\omega_{c_0})^2}{100}+1\right)}{10}$$

$$\Rightarrow K=0.48$$

3. La consigne est un signal échelon unitaire. Calcul de l'erreur en régime permanent entre la consigne et la sortie du système. L'erreur statique :

Le système est de classe 1 (un intégrateur) ⇒$\varepsilon_p(\infty)=0$

Pour une consigne une rampe de pente 1. L'erreur de trainage ou de vitesse :

Le système est de classe 1 (un intégrateur) ⇒erreur de vitesse finie mais non nulle

$$\varepsilon_v(\infty)=\frac{1}{k_v},\ avec\ k_v=\lim_{p\to0}pG(p)=\lim_{p\to0}p\frac{10K}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}=\lim_{p\to0}\frac{10K}{\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}\Rightarrow k_v=10K$$

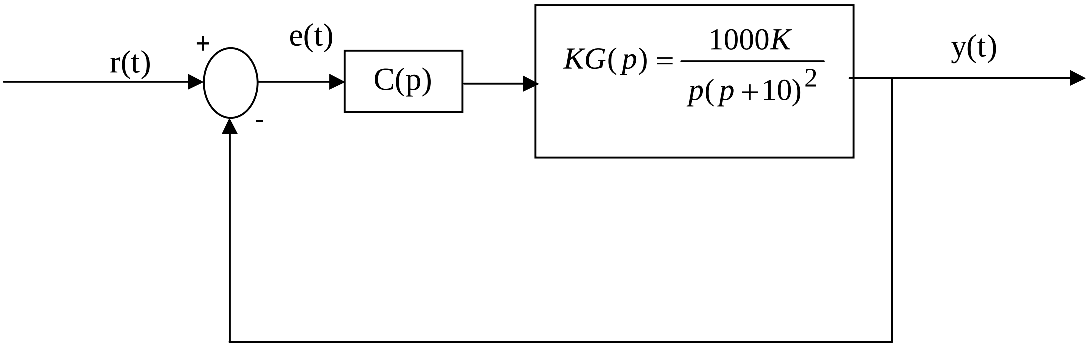
4. On désire avoir maintenant un asservissement respectant les conditions suivantes :
   - Erreur statique nulle, $\varepsilon p(\infty)=0$.
   - Erreur de trainage finie, $\varepsilon p(\infty)=5\%$.

Pour ce faire, on adjoint au correcteur proportionnel P, un correcteur à retard de phase.

Donner le nouveau schéma fonctionnel de l'asservissement.

Calculer les paramètres du correcteur.

Le nouveau schéma fonctionnel de l'asservissement :



Synthèse du correcteur à retard de phase:

La FT du correcteur à retard de phase :

$$C(p)=b\frac{1+Tp}{1+bTp},\ \ avec\ \ b>1$$

La FTBO du système avec correcteurs P et RP

$$G_{BOC}(p)=KC(p)G(p)=Kb\frac{1+Tp}{1+bTp}\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

Le RP doit ajouter en basses fréquences le gain nécessaire pour avoir la précision désirée.

Nouvelle expression de l'erreur de trainage :

$$\varepsilon_v(p)=\frac{1}{K_v}\ \ avec\ \ K_v=\lim_{p\to 0} pG_{BOC}(p)=10Kb$$

Calcul de la valeur de b :

$$\varepsilon_v(p)=\frac{1}{K_v}=\frac{1}{10Kb}=\frac{5}{100}\Rightarrow b=\frac{2}{K}=\frac{2}{0.48}\Rightarrow b\approx 4$$

Calcul de T :

Pour ne pas modifier la marge de phase précédemment réglée, il faut choisir T tel que :

$$\frac{1}{T} \le \frac{\omega_{c_0}}{10} \Rightarrow T \ge \frac{10}{\omega_{c_0}} \Rightarrow T \ge \frac{10}{4.14} \Rightarrow T = 2.14$$

$$\Rightarrow C(p) = 4\frac{1+2.14p}{1+9.6p}$$

$$\Rightarrow G_{BOC}(p) = Kb\frac{1+Tp}{1+bTp}\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2} = 1.92\frac{1+2.14p}{1+9.6p}\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

$$\Rightarrow G_{BOC}(p) = Kb\frac{1+Tp}{1+bTp}\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2} = 1.92\frac{1+\frac{p}{0.46}}{1+\frac{p}{0.1}}\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

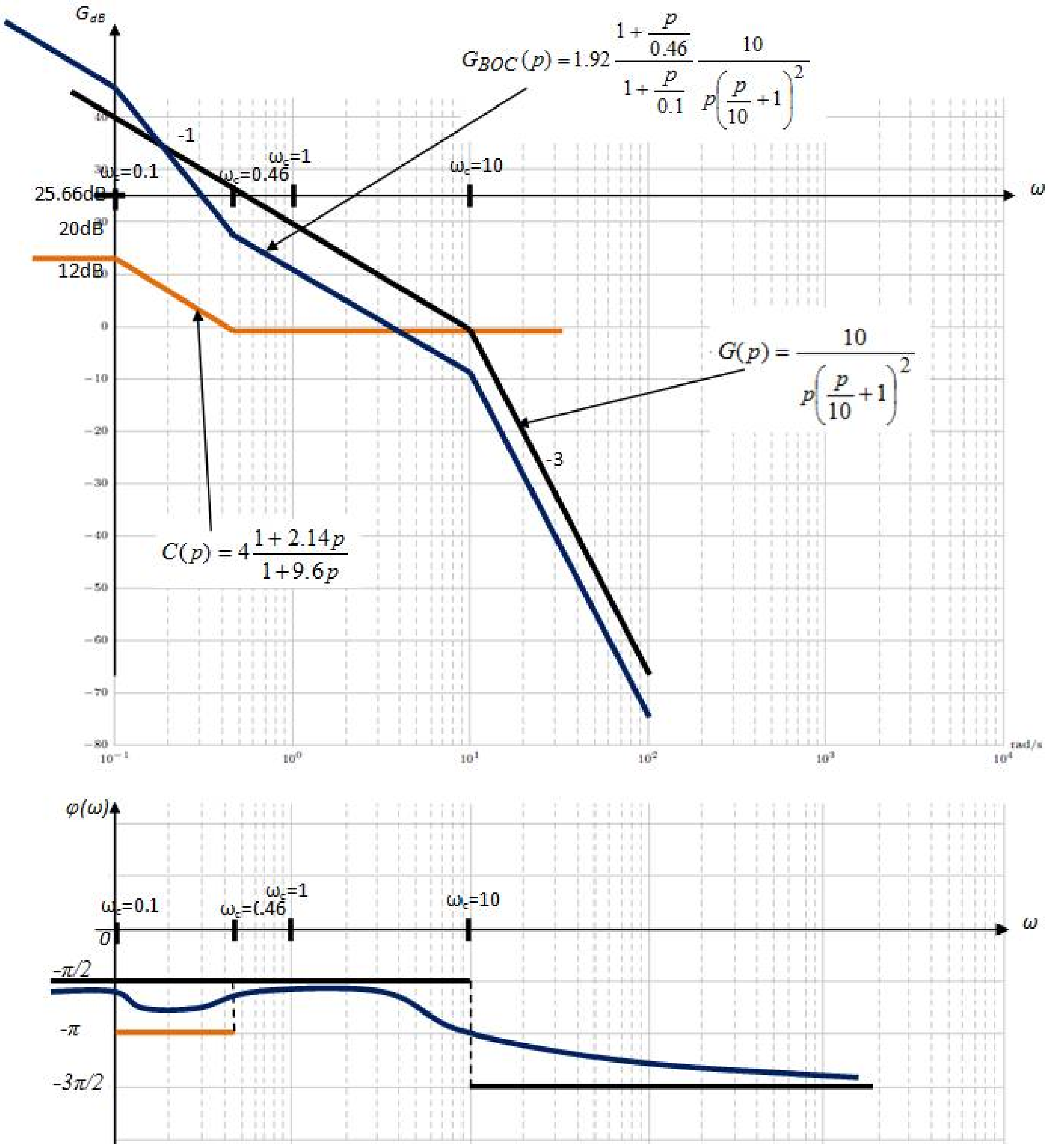
$$\Rightarrow G_{BOC}(p) = 1.92\frac{1+\frac{p}{0.46}}{1+\frac{p}{0.1}}\frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$$

$$M\varphi = 180° + \angle G(j\omega_{c_0}), \quad \left(\omega_{c_0} / 20\log_{10}\left|G(j\omega_{c_0})\right| = 0\right) \Rightarrow \omega_{c_0} = 0.3rd/s$$

$$M\varphi = \pi + \angle G(j\omega_{c_0}) = \pi + arctg\left(\frac{\omega_{c_0}}{0.46}\right) - arctg\left(\frac{\omega_{c_0}}{0.1}\right) - \frac{\pi}{2} - 2arctg\left(\frac{\omega_{c_0}}{10}\right)$$

$$M\varphi = \pi + \angle G(j\omega_{c_0}) = \pi + arctg\left(\frac{0.3}{0.46}\right) - arctg\left(\frac{0.3}{0.1}\right) - \frac{\pi}{2} - 2arctg\left(\frac{0.3}{10}\right)$$

$$\Rightarrow M\varphi = 180° - 132 \Rightarrow M\varphi = 48°$$


G_{dB}
$G_{BOC}(p) = 1.92 \frac{1+\frac{p}{0.46}}{1+\frac{p}{0.1}} \frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$
-1
ω_c=0.1
ω_c=0.46
ω_c=1
ω_c=10
ω
25.66dB
20dB
12dB
$G(p) = \frac{10}{p\left(\frac{p}{10}+1\right)^2}$
-3
$C(p) = 4\frac{1+2.14p}{1+9.6p}$
$\varphi(\omega)$
0
$-\pi/2$
$-\pi$
$-3\pi/2$