Université de Constantine 1
Institut des Sciences et Techniques Appliquées (ISTA)
1ère Année GPL
Mécanique 2

TD N° 5 : Module Mécanique 2

Exercice 1 :

Centre d'inertie d'un système constitué de 2 masses m_1 en M_1 et $m_2 = 2\ m_1$ en M_2 tel que $M_1M_2 = d = 6$ cm.

- Donner le schéma de définition.
- Déterminer le centre d'inertie.

Solution :

1- Le schéma de définition.

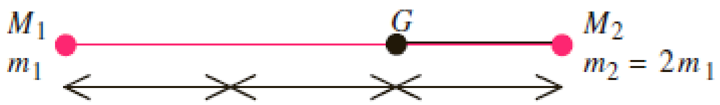


Figure : Centre d'inertie G pour un système constitué d'une masse m_1 et $m_2 = 2\ m_1$.

2- En utilisant la relation

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GM_i} = 0$$

on a :

$$m_1\overrightarrow{GM_1} + m_2\overrightarrow{GM_2} = \vec{0} \gg \overrightarrow{GM_1} = -\frac{m_2}{m_1}\overrightarrow{GM_2} = -2\overrightarrow{GM_2}$$

En passant par les normes, on obtient :

$$\left\|\overrightarrow{GM_1}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GM_2}\right\| \gg GM_1 = 2\ GM_2$$

Cette équation fait apparaître deux inconnues GM_1 et GM_2. Pour résoudre il nous faut une deuxième équation donnée par :

$$GM_1 + GM_2 = d$$

En reportant la relation 2 dans 1 on obtient :

$$2\ GM_2 + GM_2 = d\ ;\ 3\ GM_2 = d \gg GM_2 = \frac{d}{3} = 2\ cm$$

$$GM_1 = 2\ GM_2 \gg GM_1 = \frac{2d}{3} = 4\ cm$$

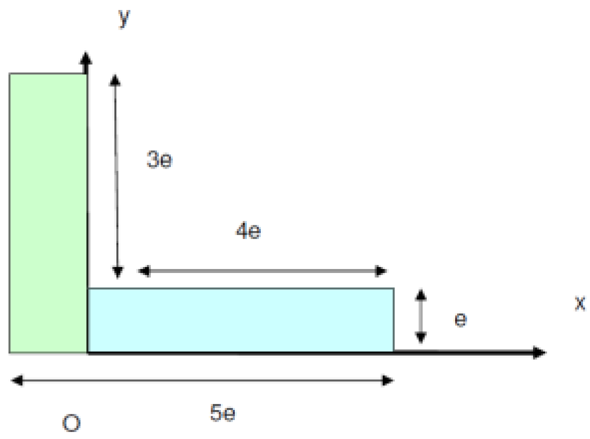
Le centre d'inertie se situe entre les deux masses, du côté de la masse la plus grande, le rapport des distances étant égal au rapport inverse des masses.

Exercice 2 :

On considère un solide, découpé dans une feuille de carton homogène et d'épaisseur constante, et ayant la forme d'une lettre L. Déterminer la position du centre d'inertie de la plaque :

1- A l'aide d'une construction graphique.

2- Par le calcul



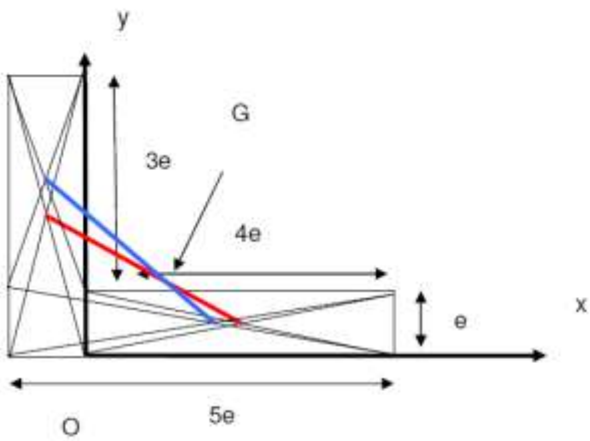
Solution

Résolution graphique :

Le solide est formé de deux rectangles de centres d'inertie G_1 et G_2. G est situé sur G_1G_2.

On peut aussi considérer que le solide est formé de deux rectangles de centres d'inertie G'_1 et G'_2. G est situé sur $G'_1G'_2$.

G est donc situé à l'intersection de G_1G_2 et de $G'_1G'_2$.



Résolution par le calcul :

Détermination des coordonnées de G

$$(M_1 + M_2)\overrightarrow{OG} = M_1\overrightarrow{OG_1} + M_2\overrightarrow{OG_2}$$

Les masses sont, dans le cas d'une plaque d'épaisseur constante et homogène, proportionnelles aux aires.

$$(S_1 + S_2)\overrightarrow{OG} = S_1\overrightarrow{OG_1} + S_2\overrightarrow{OG_2}$$

$$X_G = \frac{S_1X_{G1} + S_2X_{G2}}{S_1+S_2} = \frac{(4e^2)(-0.5e) + (4e^2)(2e)}{8e^2} = \frac{3}{4}e$$

$$Y_G = \frac{S_1Y_{G1} + S_2Y_{G2}}{S_1+S_2} = \frac{(4e^2)(2e) + (4e^2)(0.5e)}{8e^2} = \frac{5}{4}e$$

Détermination de G sur G1G2

On peut aussi écrire : $S_1\overrightarrow{GG_1} + S_2\overrightarrow{GG_2} = \vec{0} \rightarrow S_1\overrightarrow{GG_1} + S_2\left(\overrightarrow{GG_1} + \overrightarrow{G_1G_2}\right) = \vec{0}$

Soit :

$$\overrightarrow{GG_1} = -\frac{S_2}{S_1 + S_2}\overrightarrow{G_1G_2}; d'ou\ GG_1 = \frac{S_2}{S_1 + S_2}G_1G_2$$