République Algérienne Démocratique et Populaire
Université Frère Mentouri Constantine 1
Institut des Sciences et Techniques Appliquées

Cours du Module Mécanique 2

La Dynamique

Pour 1ère Année

Spécialité : Gestion de la Production et Logistique

G.P.L.

Sommaire

I. La Dynamique

I.1 Définition de la dynamique

Dans le domaine mécanique la dynamique, il s'agit des lois du mouvement par rapport aux forces qui le produisent ; du système des forces ciblées (dirigées à une fin); et du niveau d'intensité d'une activité.

Quand le mot dynamique est employé comme un adjectif et concerne une personne, il désigne sa grande énergie et son activité.

Par ailleurs, la dynamique est la partie de la physique qui décrit l'évolution dans le temps d'un système par rapport aux causes qui provoquent les changements de l'état physique et/ou de l'état de mouvement. Le but est de décrire les facteurs capables de produire des modifications d'un système physique, de les quantifier et de formuler des équations de mouvement ou d'évolution.

Galilée est l'un des premiers scientistes ayant défini la dynamique grâce à ses expériences sur des corps uniformément accélérés qui sont à l'origine des bases pour qu'Isaac Newton formule ses lois fondamentales du mouvement.

Le calcul dynamique, d'autre part, se base sur la formulation d'équations du mouvement et de son intégration.

Puis, en ce qui concerne la dynamique des systèmes mécaniques, il y a lieu de souligner qu'il existe deux grands types de systèmes physiques: les systèmes finis de particules et les champs. L'évolution dans le temps des premiers peut être décrite par un ensemble finit d'équations différentiels ordinaires, alors que l'évolution dans le temps des champs requière un ensemble d'équations complexes.

I.2 Objectif de la dynamique

La dynamique permet d'analyser les liens existant entre les mouvements déjà décrits par la cinématique et les forces où actions qui leurs ont donné naissance.

Elle permet d'examiner le concept de force et d'une manière globale le concept d'efforts exercés sur un système matériel quelconque. Pour toutes ces raisons, nous sommes amenés à introduire la notion de torseur des efforts extérieurs, nécessaire à l'écriture du principe fondamental de la dynamique.

I.3 Notions de référentiels

A partir du principe de l'action et de la réaction et du principe fondamental de la dynamique, nous pouvons établir les théorèmes généraux de la dynamique dans un référentiel Galiléen ou non Galiléen.

En effet, un référentiel est dit Galiléen ou (absolu) si les lois de Newton exprimées dans celui-ci sont valables. Tout repère en mouvement de translation uniforme par rapport à un repère Galiléen est lui aussi Galiléen, car les accélérations constatées à partir d'un même point seront les même dans les deux repères.

I.4 Lois de Newton et Forces

I.4.1 Principe d'inertie

a) Définitions

*** Système matériel**

Un système matériel est un ensemble de points matériels. On distingue :

➤ *Le système matériel indéformable* : Tous les points matériels constituant le système restent fixes les uns par rapport aux autres. Ceci correspond à la définition d'un solide en mécanique.

➤ *Le système matériel déformable* : Tout système ne correspondant pas à un solide. Exemple : l'ensemble de deux mobiles autoporteurs indépendants forment un système déformable. Le système matériel peut subir des actions ou pas de la part de l'extérieur. En particulier, on distingue :

➤ *Le système matériel isolé (ou fermé)* : Il n'existe aucune action venant de l'extérieur et s'exerçant sur le système.

➤ *Le système matériel pseudo-isolé* : Les actions extérieures agissant sur le système se compensent (tout se passe comme si il était isolé). Ainsi Sur Terre, un système ne peut pas être rigoureusement isolé puisqu'il subit obligatoirement son poids. Un mobile autoporteur sur un plan horizontal est pseudo isolé : la soufflerie du mobile compense le poids et le mobile se déplace dans le plan horizontal comme si il était isolé (les principales forces de frottement solide-solide sont éliminées).

*** Masse**

La masse d'un système caractérise la quantité de matière qui le constitue. L'unité de masse dans le système international est le kilogramme (symbole : kg).

Très souvent noté *m*, la masse d'un système est invariable dans le cadre de la mécanique Newtonienne. C'est une caractéristique du système.

*** Centre d'inertie**

Le centre d'inertie d'un système matériel ou centre de gravitation correspond au barycentre des positions des points matériels affectés de leur masse. Il est noté *I* (comme Inertie) ou plus souvent *G* (comme Gravitation).

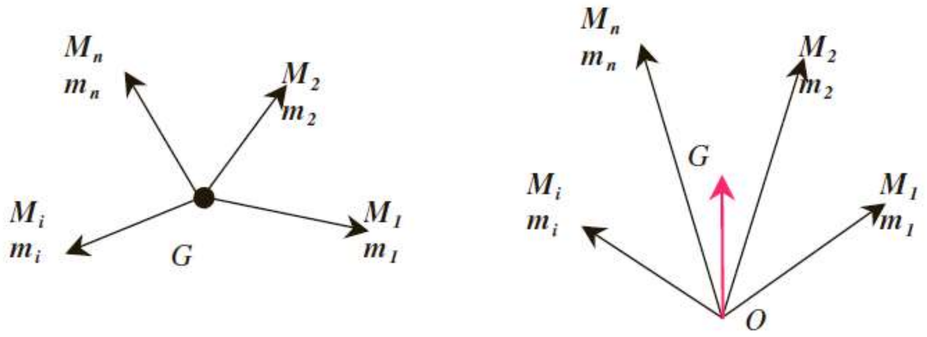


Figure : Centre d'inertie et barycentre.

Pour un système matériel comportant *n* points matériels noté *M*1, *M*2, …*M*i, …*M*n de masse respectivement *m*1, *m*2, …*m*i, …*m*n (voir *figure 2.1*), le barycentre est obtenu par la relation :

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GM_\iota} = 0 \qquad (1)$$

Ce point *G* peut être repéré par rapport à une origine *O* (voir *figure 2.1*). En utilisant la relation de Chasles on obtient l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GM_\iota} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^{i=n} m_i \left[\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OM_1}\right] = 0 \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{GO} + \sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM_\iota} = 0 \qquad (3)$$

$$-\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i\right)\overrightarrow{GO} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM_\iota} \qquad (4)$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM_\iota}}{\sum_{i=1}^{i=n} m_i} = m\,\overrightarrow{OG} = \sum_{i=1}^{i=n} m_i\,\overrightarrow{OM_\iota} \qquad (5)$$

La quantité *m* correspond à la masse totale du système :

$$m = \sum_{i=1}^{i=n} m_i$$

b) Vecteur quantité de mouvement

En physique, il est toujours intéressant de rechercher des grandeurs qui se conservent dans certains cas au cours de l'évolution du système. Cela permet de prévoir comment le système va évoluer. L'énergie en est un exemple et le vecteur quantité de mouvement en est un autre.

Le vecteur quantité de mouvement (noté $\vec{p}$) d'un point matériel de masse m se déplaçant avec une vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel donné est défini par :

$$\vec{p} = m\,\vec{v}$$

L'unité de la quantité de mouvement dans le système international est le kg.m.s^{-1}.

Le vecteur quantité de mouvement d'un système matériel constitué de n masses m_i situées aux points M_i et se déplaçant à la vitesse $\vec{v_i}$ dans le référentiel donné est obtenu en ajoutant tous les vecteurs quantité de mouvement.

C'est une addition de vecteurs et non de normes. On a donc :

$$\vec{p} = \sum_{n=1}^{n=i} m_i\,\vec{v_i} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{p}_i$$

Cette relation peut encore s'écrire, en considérant que les masses sont des constantes dans le temps :

$$\vec{p} = \sum_{n=1}^{n=i} m_i \frac{d\overrightarrow{OM_i}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{i=n} m_i \overrightarrow{OM}_i\right)$$

$$\vec{p} = \frac{d}{dt}\left(m\,\overrightarrow{OG}\right) = m\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = m\,\vec{v}\,G$$

Le vecteur quantité de mouvement d'un système matériel est égal au vecteur quantité de mouvement d'un point matériel fictif confondu avec le centre d'inertie du système où serait concentrée la masse totale du système.

c) Principe d'inertie : 1re loi de Newton

C'est à partir de l'observation d'un grand nombre d'expériences que le physicien est amené à énoncer une loi qui restera valide tant qu'une autre expérience ne la remettra pas en question. La mécanique classique se construit à partir des trois lois que Newton a énoncées.

Expérience

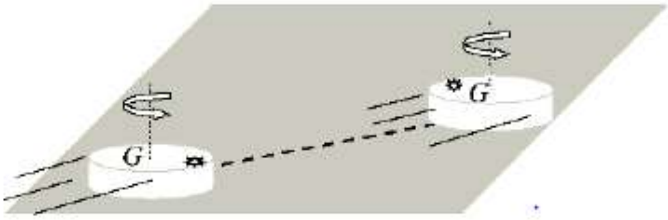


Figure : Mouvement du centre d'inertie d'un mobile autoporteur sur une table horizontale.

L'utilisation d'une table soufflante ou d'un mobile autoporteur permet d'étudier le mouvement d'un solide pseudo isolé. Le poids est compensé par la soufflerie et le corps peut se déplacer sans frottement avec le support. La table étant parfaitement horizontale et fixe par rapport à la Terre, un expérimentateur lance de façon quelconque le mobile autoporteur. On constate alors qu'il existe toujours un et un seul point présentant à chaque fois le même type de mouvement rectiligne uniforme. Ce point appelé centre d'inertie coïncide avec le centre de gravitation G. Les autres points du solide ont un mouvement plus complexe combinant une rotation autour de G et une translation avec G. Si le mobile est simplement posé sur la table il reste immobile. Ce résultat est valable dans le référentiel terrestre dans lequel la table est fixe. Mais nous savons que la notion de mouvement ou de repos dépend du choix du référentiel. Ce résultat n'est donc pas valable dans tout référentiel. Le référentiel dans lequel centre d'inertie d'un système pseudo isolé a un mouvement rectiligne uniforme ou est au repos est qualifié de *galiléen*. Ce résultat est vérifié pour tout système déformable ou non.

Principe d'inertie ou 1re loi de Newton

Dans un référentiel (R) galiléen, le centre d'inertie de tout système matériel mécaniquement isolé (ou pseudo isolé), est soit au repos soit en mouvement rectiligne uniforme.

Référentiel (***R***) galiléen Système isolé (ou pseudo isolé)

$$\overrightarrow{V_G} = \overrightarrow{cste} \gg \vec{p} = m\overrightarrow{V_G} = \overrightarrow{cste} \gg \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$$

Ce principe conduit à la loi de conservation de la quantité de mouvement totale d'un système isolé ou pseudo isolé.

Le principe d'inertie ne renseigne que sur le mouvement du centre d'inertie du système mais pas sur le mouvement des autres points constituants le système.

d) Référentiels galiléens

La définition de référentiel galiléen est liée au principe d'inertie et donc à l'expérience. On peut retenir la définition suivante :

Dans l'expérience décrite dans la partie précédente avec les mobiles autoporteurs, on peut considérer que le référentiel terrestre est galiléen.

La même expérience faite dans un véhicule en mouvement par rapport à la Terre montre que le référentiel lié au véhicule n'est plus galiléen sauf s'il se déplace d'un mouvement de translation rectiligne uniforme.

Par rapport à un référentiel (R), un référentiel (R') est en translation rectiligne uniforme si les axes du repère qui le caractérise gardent toujours la même direction par rapport à (R) et que tous les points de (R') se déplacent avec la même vitesse $\overrightarrow{V_e}$ appelée vitesse d'entraînement. Dans ces conditions, le vecteur vitesse d'un point G, centre d'inertie d'un système, par rapport au référentiel (R) est égal à la somme du vecteur vitesse de ce même point G par rapport au référentiel (R') et du vecteur vitesse caractérisant la translation rectiligne uniforme. C'est la loi de composition des vitesses. On a donc :

$$\overrightarrow{V_R}(G) = \overrightarrow{V_{R'}}(G) + \overrightarrow{V_e}$$

Le référentiel (R') est en translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel (R). Exemple : le tapis roulant. La vitesse, par rapport à la Terre, d'un point se déplaçant sur le tapis roulant est égale à la vitesse de ce point par rapport au tapis roulant plus la vitesse d'entraînement du tapis roulant.

Ainsi, si le référentiel (R) est galiléen et que le système étudié est isolé alors $\overrightarrow{V_R}(G)$ est un vecteur constant. Si le référentiel (R') est en translation rectiligne uniforme on a $\overrightarrow{V_e}$ constant et donc également. Le référentiel (R') est lui aussi galiléen.

NB : Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen.

I.5 PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE (2E LOI DE NEWTON)

1.5.1 Notion de force

Un point matériel *G* est rarement mécaniquement isolé mais subit des actions. Ces actions sont appelées forces**.** Lorsqu'on parle de force, il est important de voir que cela suppose l'existence d'un « acteur » (celui qui exerce la force) et un « receveur » (celui qui subit la force). « Un corps *A* exerce une force sur un corps *B* ».

Une force s'exerce dans une certaine direction appelée « ligne d'action de la force », dans un certain sens et avec une certaine intensité. De plus, une force s'applique en un point particulier du système. Une ***force*** sera donc matérialisée par ***un vecteur associé à un point d'application***. Son intensité est mesurée au moyen d'un dynamomètre et s'expriment en Newton (symbole N) dans le système international d'unités.

➤ *Représentation d'une action mécanique* : $(\vec{F}, A)$avec $\vec{F}$ une vecteur ayant comme direction et sens la direction et le sens de l'action et comme norme l'intensité de l'action. Ce vecteur sera représenté au point d'application *A*.

1.5.2 Principe fondamental de la dynamique (ou 2e loi de Newton)

Dès qu'un système subit des actions provenant de l'extérieur il n'est plus isolé. Les conséquences en sont une possible déformation ou bien une modification de mouvement qui se manifeste par une variation du vecteur quantité de mouvement qui ne se conserve plus. La deuxième loi de Newton précise comment se fait cette modification du mouvement.

Énoncé du principe

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement du système.

$$\sum \overrightarrow{f_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Le vecteur quantité de mouvement du système correspond au vecteur vitesse du centre d'inertie du système multiplié par la masse totale (voir 2.1a). La masse étant un invariant il est possible de donner une autre forme à ce principe

Référentiel (***R***) galiléen
Système non isolé $\sum \overrightarrow{f_{ext}} \neq \vec{0}$

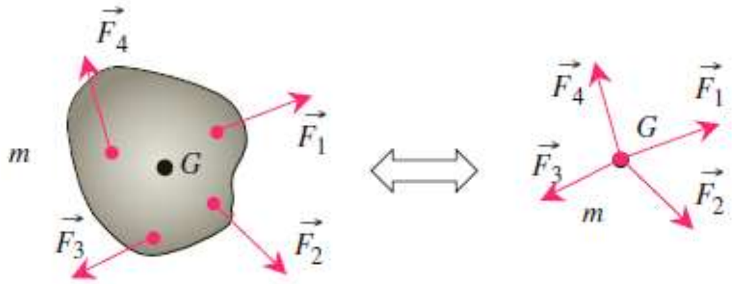
$$\boxed{\sum \vec{f}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{V}_G)}{dt} = m\frac{d(\vec{V}_G)}{dt} = m\vec{a}_G}$$

1.5.3 Théorème du centre d'inertie

Dans un référentiel galiléen, le mouvement du centre d'inertie d'un système matériel est le même que celui d'un point matériel coïncidant avec ce centre, point qui aurait comme masse la masse totale du système et auquel on appliquerait la somme des forces agissant sur le système.

$$\sum \overrightarrow{f_{ext}} = m\vec{a}_G$$

Quelque soit le système considéré, on est ramené à l'étude du mouvement d'un point matériel qui correspond au centre d'inertie.



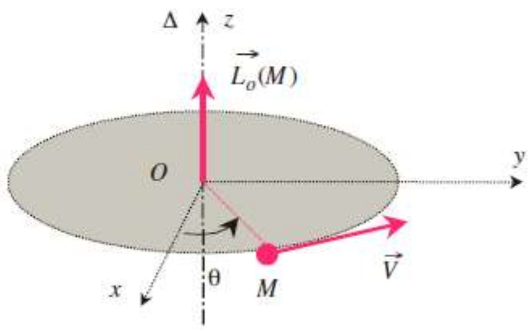
Il est possible de donner une autre forme à ce théorème en introduisant une nouvelle grandeur cinématique intéressante lorsqu'un point tourne autour d'un axe. Cette grandeur est le moment cinétique.

1.5.4 Moment cinétique et théorème du moment cinétique

Définition du moment cinétique Considérons un point matériel *M* en rotation autour d'un point fixe dans le référentiel galiléen *R* (*O,x,y,z*). Sa vitesse, dans ce référentiel, est notée $\vec{V}$. On appelle moment cinétique du point *M* par rapport à un point fixe *O*, le moment par rapport à *O* de sa quantité de mouvement c'est-à dire :

$$\vec{L}_0(M) = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}$$

Le moment cinétique $\vec{L}_0$, produit vectoriel (voir encart 1.5) du vecteur position avec le vecteur quantité de mouvement, est un vecteur perpendiculaire à *OM* et à la vitesse du point : c'est une grandeur perpendiculaire à la trajectoire du point *M*.



Moment cinétique par rapport au point *O* d'un point *M* en mouvement autour de *O*.