REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI DE CONSTANTINE
ISNTITUT DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES APPLIQUEES

1ère année GIM semestre 2 — Année universitaire 2019/2020

Système de cours et TD

Module électrotechnique 1

Chapitre 1

Circuits monophasés et triphasés, puissances électriques

1.1 CIRCUITS MONOPHASÉS ET PUISSANCES ÉLECTRIQUES, CAS PARTICULIER DU RÉGIME SINUSOÏDAL

1.1.1 Lois de base et conventions des circuits électriques

➢ Loi des mailles

Fondement de l'étude des circuits, la loi des mailles s'écrit : « la somme des tensions orientées le long d'une maille de circuit électrique est nulle ». On retiendra l'exemple figurant sur la *figure 1.1*.

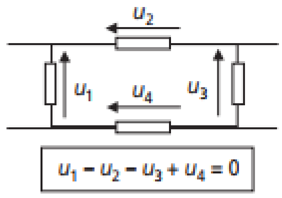


Figure 1.1 Loi des mailles

➢ Loi des nœuds

Incontournable également pour l'étude des circuits électriques, la loi des nœuds s'écrit : « la somme des courants orientés à un nœud de circuit est nulle ». On retiendra l'exemple figurant sur la *figure 1.2*.

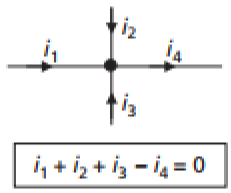


Figure 1.2 Loi des nœuds.

➢ Convention générateur

Lorsqu'un dipôle électrique représente le générateur de tension d'un circuit électrique, on oriente naturellement ses grandeurs électriques en « convention générateur ». On retiendra la représentation de la *figure 1.3*.
En convention générateur, la puissance électrique associée au dipôle s'écrit : $p = u \cdot i$
– Si $p = u \cdot i > 0$ on dit que le dipôle fournit de la puissance au reste du circuit.
– Si $p = u \cdot i < 0$ on dit que le dipôle reçoit de la puissance du reste du circuit.

➢ Convention récepteur

Lorsqu'un dipôle électrique n'est pas générateur, on le dit récepteur et on oriente naturellement ses grandeurs électriques en « convention récepteur ». On retiendra la représentation de la figure 1.3.

En convention récepteur, la puissance électrique s'écrit également : $p = u \cdot i$

– Si $p = u \cdot i > 0$ on dit que le dipôle reçoit de la puissance au reste du circuit.

– Si $p = u \cdot i < 0$ on dit que le dipôle fournit de la puissance du reste du circuit.

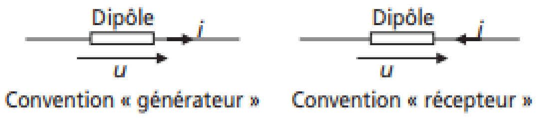


Figure 1.3 Conventions générateur et récepteur.

1.1.2 Récepteurs électriques linéaires

Il existe trois types de récepteurs électriques dits « linéaires » : les *résistances*, les *inductances* (ou *selfs*) et les *condensateurs* (ou *capacités*). On résume les relations courant/tension générales de ces dipôles de base, naturellement en convention récepteur, autour de la *figure 1.4.*

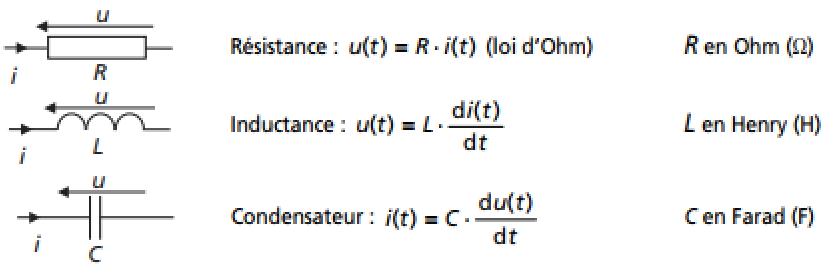


Figure 1.4 Lois générales des récepteurs linéaires.

1.1.3 Régime continu et régimes variables

- Régime continu

On parle de régime (permanent) continu dès lors que les grandeurs électriques (courants et tensions) d'un circuit sont indépendantes du temps. Dans ce régime particulier, les inductances représentent des court-circuits et les condensateurs des circuits ouverts. En continu les résistances sont donc les seuls récepteurs linéaires.

On résume les caractéristiques à retenir des régimes continus, tout particulièrement les caractéristiques énergétiques, par la présentation classique de l'association « générateur/récepteur » faite dans la *figure 1.5.*

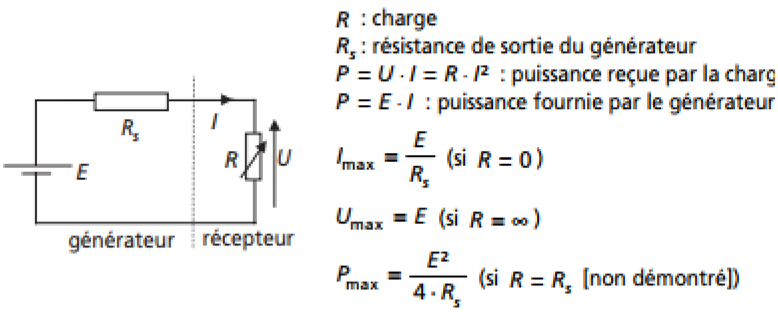


Figure 1.5 Régime continu, association générateur récepteur

- Régimes variables

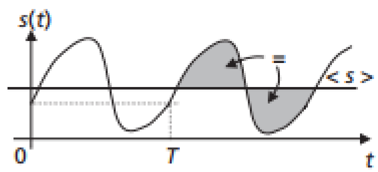
On distingue classiquement deux types de régimes variables, c'est-à-dire dans lesquels les grandeurs électriques dépendent du temps : les régimes transitoires et les régimes entretenus périodiques.

Les régimes transitoires. Ce sont les évolutions particulières des grandeurs électriques qui apparaissent lors des modifications brutales des caractéristiques d'un circuit électrique. En général ils ne se produisent pas de façon répétée, sinon on parle de régime entretenu périodique. Ils feront l'objet d'une étude particulière dans le chapitre dédié aux régimes transitoires et aux grandeurs non sinusoïdales.

Les régimes périodiques. Ils se caractérisent par le fait que les grandeurs électriques sont périodiques. La durée de répétition s'appelle la période (T en s), son inverse est appelé la fréquence (f en Hz).

1.1.4 Valeurs caractéristiques des régimes périodiques quelconques

Pour caractériser facilement les grandeurs électriques variables dans le temps des régimes périodiques, on distingue les paramètres incontournables, notés autour de la *figure 1.6*, que sont : la période, la fréquence, la valeur moyenne, la valeur efficace. Ces notions sont des notions phares en électrotechnique et il est impératif de les maîtriser parfaitement d'autant qu'elles sont universelles dans le domaine des régimes périodiques.



Grandeur périodique quelconque : s
Période : T en secondes

Fréquence : $f = \dfrac{1}{T}$ en Hertz (Hz)

Pulsation : $\omega = 2\pi f$ en radians par secondes (rad/s) (définie en sinusoïdal)

Valeur moyenne : $< s > = \dfrac{1}{T} \int_{(T)} s(t)\mathrm{d}t$

Valeur efficace : $S_{\text{eff}} = S = \sqrt{\dfrac{1}{T} \int_{(T)} s^2(t)\mathrm{d}t}$

Figure 1.6 Caractéristiques des grandeurs périodiques quelconques.

Remarques importantes :

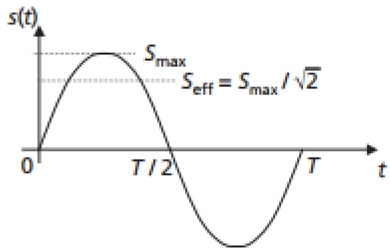
- La valeur moyenne d'un signal est la valeur qui sépare le signal sur une période en deux surfaces égales (voir la *figure 1.6*).
- C'est la recherche de la puissance par effet Joule due à un courant alternatif qui mène à la notion de valeur efficace. En réalité la valeur efficace d'un courant est celle qui produit la même puissance consommée par effet Joule qu'un courant continu de même valeur. En bref, la formulation des puissances sera la même en alternatif et en continu sous réserve d'utiliser la valeur efficace dans tous les cas.
- Si $s(t) = s1(t) + s2(t)$ alors $< s > = < s1 > + < s2 >$ mais $S_{eff} \neq S_{1eff} + S_{2eff}$

1.1.5 Le régime sinusoïdal et sa représentation complexe

C'est en régime sinusoïdal que transformateurs, machines tournantes, etc., ont un fonctionnement optimum. C'est également en régime sinusoïdal qu'on peut transporter l'énergie électrique sous très haute tension grâce à l'utilisation des transformateurs. Ce régime correspond à la plus grande partie des configurations rencontrées dans le domaine de l'énergie électrique et donc de l'électrotechnique. Il est impératif d'en maîtriser parfaitement les notions et les méthodes d'approche qui sont incontournables pour aborder les chapitres suivants.

- Nature des grandeurs alternatives sinusoïdales

On résume autour de la *figure 1.7* les caractéristiques d'une grandeur sinusoïdale :



Grandeur sinusoïdale : $s(t) = S_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
Période : $T(s)$

Fréquence : $f = \frac{1}{T}$ (Hz)
Pulsation : $\omega = 2\pi f$ (rad/s)
Phase à l'origine : φ (ici $\varphi = 0$)
Valeur moyenne : $< s > = 0$

Valeur efficace : $S_{eff} = S = \frac{S_{max}}{\sqrt{2}}$ (non démontré)

Attention : ces résultats sont valables uniquement en régime sinusoïdal

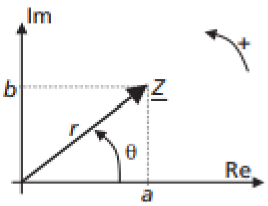
Figure 1.7 Caractéristiques des grandeurs sinusoïdales.

➢ Nécessité d'une notation particulière des grandeurs sinusoïdales

En régime sinusoïdal, les relations de maille exprimées à l'aide des relations entourant la *figure 1.4* deviennent des équations différentielles dont la résolution se complique de façon prohibitive dans les circuits comportant plus d'un ou deux récepteurs. Pourtant le régime sinusoïdal est le plus utilisé dans le domaine de l'énergie électrique. Il est donc impératif de mettre en œuvre une notation et une méthodologie particulières portant sur les grandeurs sinusoïdales. Cette notation est la « notation complexe » (ou vectorielle) des grandeurs sinusoïdales.

➢ Rappels élémentaires sur les nombres complexes

On représente les nombres complexes dans un plan appelé « plan complexe » représenté sur la *figure 1.8* :



La norme (ou module) du complexe $\underline{Z}$ s'écrit : $r = |\underline{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$
La projection du module sur les axes donne :
$a = r \cdot \cos\theta$ et $b = r \cdot \sin\theta$
D'où l'écriture polaire du nombre complexe $\underline{Z}$:
$\underline{Z} = a + j \cdot b = r(\cos\theta + j \cdot \sin\theta) = r \cdot e^{j\theta}$
θ est appelé l'argument de $\underline{Z}$, on écrit : $\theta = \mathrm{Arg}(\underline{Z}) = \mathrm{Arctan}(b / a)$

Figure 1.8 Rappel sur les complexes.

➢ Spécificité de l'électrotechnique

En électrotechnique, les récepteurs électriques sont pratiquement toujours connectés aux bornes d'une même source fournissant une tension sinusoïdale u qu'on caractérisa par sa valeur efficace U. En considérant la tension u(t), comme tension d'alimentation d'un système de charges, on considérera souvent cette tension comme étant à l'origine des phases. On écrit ainsi de façon classique une tension sinusoïdale de référence sous la forme :

$$u(t) = U_{max} \cdot \sin(\omega t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$$

Par ailleurs, la grande majorité des récepteurs électriques sous tension sinusoïdale sont des récepteurs à tendance inductive. Ainsi, dans la plupart des cas, le courant i(t) traversant un dipôle est en retard par rapport à la tension u(t). On écrira alors par convention les courants sous la forme :

$$i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

Cette écriture (avec le signe *moins* dans le sinus) est une convention d'écriture propre à l'électrotechnique mais est rarement utilisée en électronique ou automatique. On représente l'exemple d'un dipôle quelconque adoptant es notations sur la *figure 1.9*.

- Notation complexe des tensions et des courants sinusoïdaux

Pour représenter une grandeur sinusoïdale il suffit, à fréquence constante, de *connaître sa valeur efficace et sa phase*. En électrotechnique, l'écriture sous *forme complexe* des courants et des tensions permet de ne les caractériser que par ces deux grandeurs et non plus en fonction du temps.

On fera, de façon universelle, l'équivalence formulée autour de la *figure 1.9* établie par convention pour un récepteur inductif :

Les nombres complexes $\underline{U}$ et $\underline{I}$ et sont les « phaseurs » (ou amplitudes complexes) de la tension *u* et du courant *i*. Ce sont des grandeurs complexes fixes dans le plan complexe qui n'apportent que les valeurs efficaces et les déphasages respectifs comme informations. Travailler sur ces nombres complexes revient à travailler sur les grandeurs caractéristiques des grandeurs temporelles, à la différence que les relations de maille et les lois des nœuds deviennent des relations linéaires (et non plus des équations différentielles).

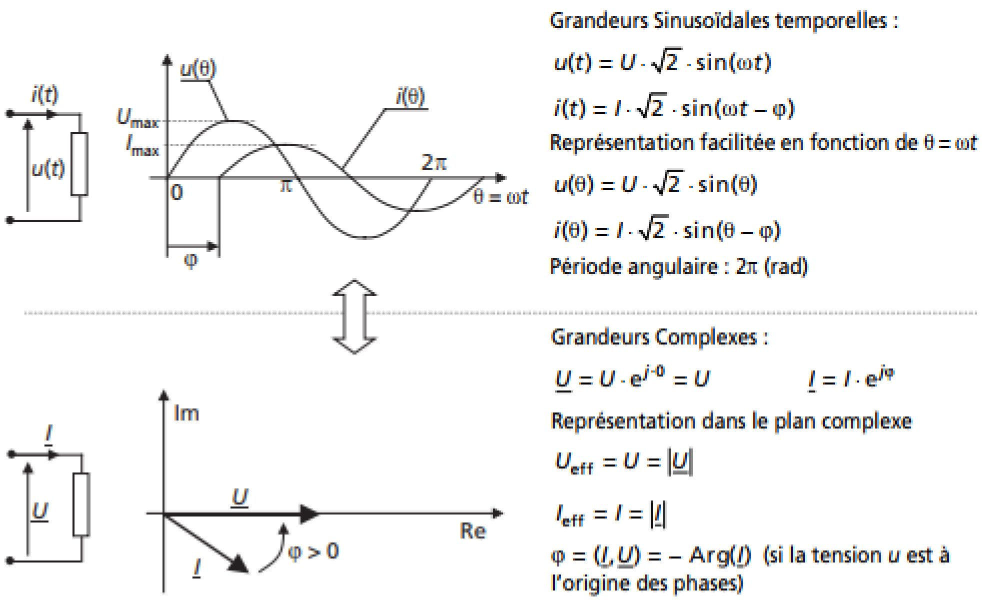


Figure 1.9 Notation complexe des courants et des tensions sinusoïdaux (exemple du récepteur inductif)

- Application de la notation complexe aux dipôles linéaires communs :
  Notions d'impédance

On représente autour de la *figure 1.10* l'application de la notation complexe aux dipôles linéaires rencontrés en électrotechnique :

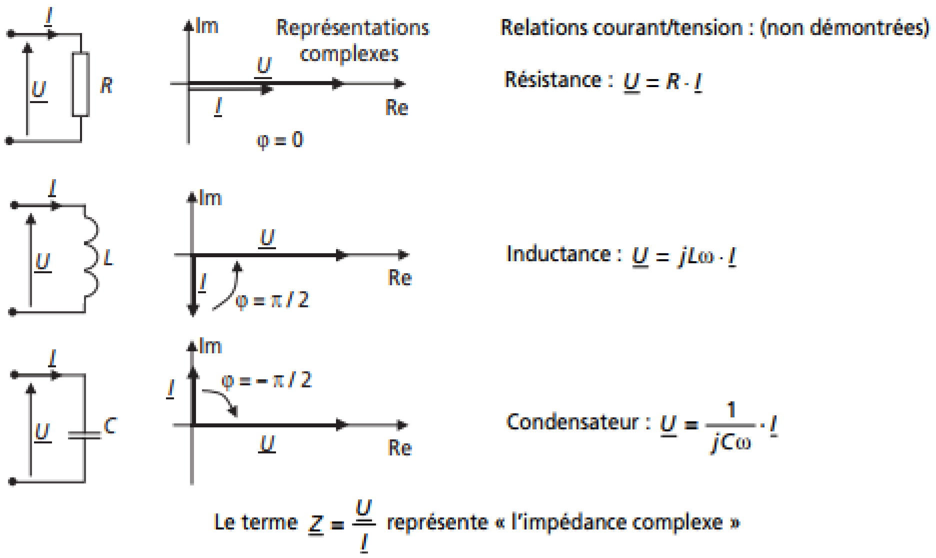


Figure 1.10 Courants et tensions complexes des principaux dipôles

Remarques importantes : La notion d'impédance est très importante puisqu'elle reflète une proportionnalité entre les courants et les tensions et non plus une relation différentielle. On retiendra :

- Impédance complexe d'un dipôle : $\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I}$, Impédance d'un dipôle : $Z= |\underline{Z}|$en Ohms (&).
- Admittance d'un dipôle : $\underline{Y}=1/\underline{Z} =1/\underline{U}$ et $Y = |\underline{Y}|$et en Siemens (S).
- Les impédances complexes sont des nombres complexes. Classiquement si $\underline{Z}= R+jX$, R représente la résistance série de l'impédance et X sa réactance série.
- De même : si $\underline{Y}= 1/R+1/jX$, R représente la résistance parallèle de l'impédance et X sa réactance parallèle.
- Les impédances complexes bénéficient des règles d'associations classiques des résistances. On retiendra les associations mises en évidence sur la *figure 1.11*

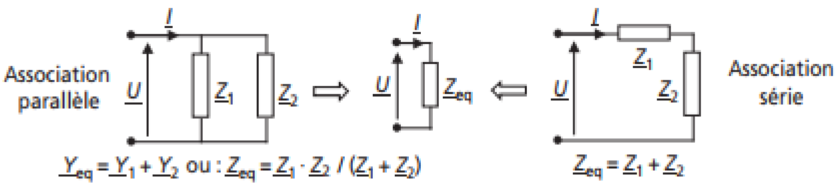


Figure 1.11 Règles d'association des impédances.

- Dipôles inductifs et capacitifs

À partir de ces associations on distinguera classiquement les dipôles à réactance et déphasage positif et ceux à réactance et déphasage négatifs, respectivement appelés inductifs et capacitifs. Ces dipôles sont représentés sur la *figure 1.12*.

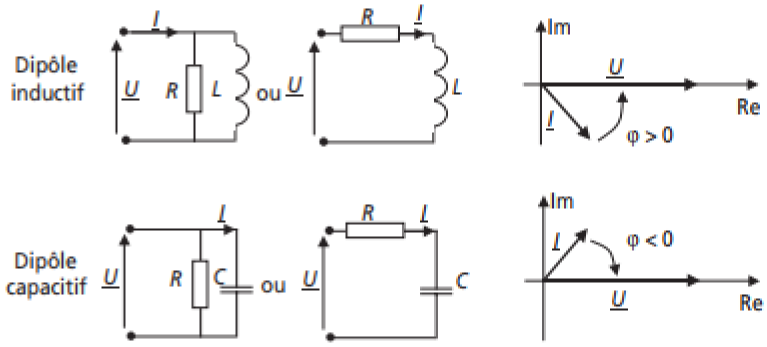


Figure 1.12 Dipôles capacitifs et inductifs.

- Méthodologie propre aux circuits en alternatif sinusoïdal

Lors de l'étude d'un circuit en régime sinusoïdal, on considérera toutes les grandeurs du circuit en notation complexe. Autant les tensions et courants que les impédances. On travaillera ensuite sur ces grandeurs avec les mêmes méthodes qu'en continu. La détermination des grandeurs inconnues consistera toujours dans la détermination de sa notation complexe, ce qui en général est facile. Pour revenir ensuite aux formes temporelles ou aux grandeurs caractéristiques, il suffira de calculer le module et l'argument de la grandeur pour en déduire sa valeur efficace et sa phase à l'origine.

1.1.6 Les puissances électriques

En physique, une puissance représente une quantité d'énergie par unité de temps. Son unité est le *Watt (1 W = 1 J/s)*. En règle générale, la puissance qui motive les systèmes de conversion d'énergie est la puissance moyenne des systèmes, on l'appelle aussi puissance active. Le concept de puissance est un outil indispensable en électrotechnique, il permet d'ailleurs souvent d'avoir une vision globale des systèmes et de résoudre facilement certains problèmes par la technique du bilan de puissances. Outre la définition théorique de la puissance dite *active*, on retiendra la formulation pratique énoncée autour de la figure 1.13 et faisant apparaître directement la notion de *facteur de puissance.*

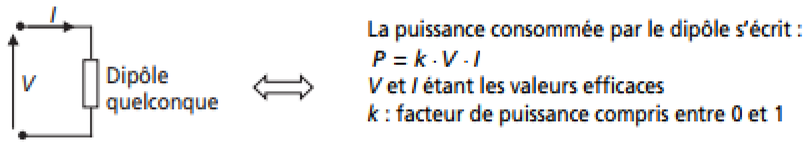


Figure 1.13 Formulation générale de la puissance et du facteur de puissance.

- Puissance électrique en régime continu

Le régime continu représente le cas le plus simple de calcul de puissance électrique puisque le facteur de puissance vaut 1. Le seul récepteur passif étant la résistance, on peut résumer l'expression des puissances en continu aux informations de la *figure 1.14.*

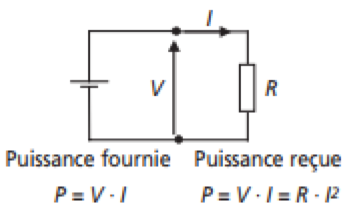


Figure 1.14 Puissance en régime continu.

- Puissances électriques en régime alternatif sinusoïdal

En régime alternatif sinusoïdal, on s'intéresse toujours à la puissance moyenne consommée par les récepteurs électriques. On parle, pour la nommer, de puissance active. Pourtant on distingue plusieurs autres types de puissance électriques, qui correspondent à des notions liées aux aspects technologiques de la distribution de l'énergie électrique

On s'intéresse au cas général d'un dipôle sous la tension $v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$ et parcouru par le courant $i(t) = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ On distingue alors les puissances suivantes :

La puissance instantanée. C'est le produit courant tension à tout instant :

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

Après simplification du produit, on trouve :

$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos\varphi + V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

La puissance fluctuante. C'est la partie variable de la puissance instantanée :

$$p_f(t) = V \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

La puissance active. C'est la valeur moyenne de la puissance instantanée :

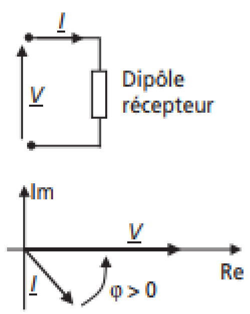
$$P = \langle p(t) \rangle = V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

La puissance réactive. C'est la puissance sans effet physique en termes de travail qui correspond à la partie « réactive » du courant. Elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal et s'écrit :

$$Q = V \cdot I \cdot \sin\varphi$$

Son unité est le *Volt-Ampère-Réactif* (VAR).

Une fois ces puissances définies, il est impératif de savoir par cœur les définitions et les relations résumées sur la *figure 1.15*.



Puissance active : $P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$ (W)
Puissance réactive : $Q = V \cdot I \cdot \sin\varphi$ (VAR)
Puissance apparente : $S = V \cdot I$ (VA)

$V = V_{eff} = \dfrac{V_{max}}{\sqrt{2}}$, $I = I_{eff} = \dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

Relation : $S^2 = P^2 + Q^2$

Facteur de puissance : $k = \dfrac{P}{S} = \cos\varphi$

$\tan\varphi = \dfrac{Q}{P}$

Figure 1.15 Puissances en régime sinusoïdal.

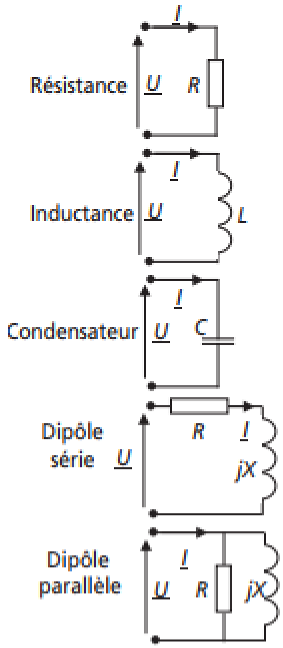
- Puissance apparente complexe

Pour déterminer analytiquement les diverses puissances, on forme la puissance apparente complexe :

$\underline{S} = \underline{V} \,.\, \underline{I}^*$ ou $\underline{I}^*$ est le complexe conjugué de $\underline{I}$

On montre que $\underline{S} = P + j \cdot Q$ et que $|\underline{S}| = S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Cette puissance est uniquement une expression calculatoire destinée à la détermination brute des diverses puissances par identification des parties réelle et imaginaire. On utilise, à titre d'exemple, la puissance apparente complexe sur la *figure 1.16* qui fait apparaître de façon synthétique les expressions des puissances actives et réactives des dipôles les plus communs rencontrés en électrotechnique. Il est impératif de maîtriser parfaitement les données de cet encadré et, au pire, de savoir les retrouver sans peine.



$\underline{S}$	P	Q
$\underline{S} = R \cdot \underline{I} \cdot I^*$ $= RI^2$ $= U^2 / R$	$RI^2 = U^2 / R$	0
$\underline{S} = jL\omega \cdot I \cdot I^*$ $= jL\omega I^2$ $= jU^2 / L\omega$	0	$jL\omega I^2 = jU^2 / L\omega$
$\underline{S} = -j / C\omega \cdot I \cdot I^*$ $= -j / C\omega I^2$ $= jU^2 / L\omega$	0	$-j / C\omega I^2 = -jC\omega U^2$
$\underline{S} = (R + jX)I \cdot I^*$ $= RI^2 + jX \cdot I^2$	$R \cdot I^2$	$X \cdot I^2$
$\underline{S} = \underline{U} \cdot I^*$ $\underline{U} = \underline{I} \; / (R \,//\, jX)$	U^2 / R	U^2 / X

Figure 1.16 Puissances associées aux dipôles communs.

- Théorème de Boucherot et triangle des puissances

C'est le théorème incontournable qui régit les raisonnements portant sur les diverses puissances en électrotechnique. On résume ce théorème et ses corollaires autour de la *figure 1.17*.

Théorème de Boucherot. *La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive et la puissance apparente complexe. En revanche, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente*

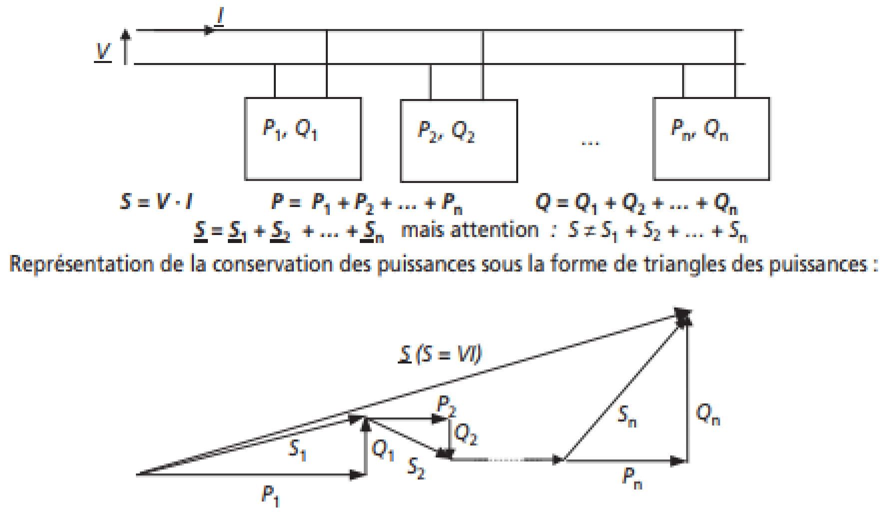


Figure 1.17 Théorème de Boucherot et triangles des puissances

1.2 SYSTÈMES TRIPHASÉS

1.2.1 Système triphasé : les bases

- Système de tension triphasé équilibré direct

De façon tout à fait théorique, un système de tensions triphasées équilibré direct (*TED*) est un ensemble de trois tensions sinusoïdales de même amplitude et déphasées entre elles d'angles valant toujours 2π/3. On retiendra la formulation suivante, *V* étant la tension efficace des trois tensions :

$$\begin{cases} v_1(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \\ v_2(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

La représentation temporelle de ces trois tensions n'est pas pratique à représenter, aussi il est toujours préférable de lui préférer la représentation complexe qui est caractéristique des systèmes triphasés. Ces deux représentations sont présentées sur la *figure 1.25.*

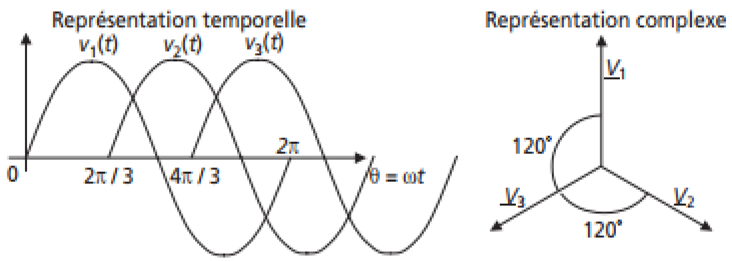


Figure 1.25 Représentations d'un système de tensions triphasées équilibrées direct

- Construction des systèmes triphasés :

Couplage des phases côté générateur En pratique, les trois tensions d'un système triphasé sont produites à partir d'alternateurs triphasés ou pris en sortie de transformateurs triphasés. Concrètement, ces trois tensions sont développées par trois bobinages indépendants (qui représentent trois générateurs de tensions). Il apparaît alors la nécessité d'associer ces bobinages entre eux, on appelle cela « le couplage des phases ». Il existe deux types de couplage : étoile (Y) et triangle (Δ). Ces deux couplages représentent les deux façons de concevoir un générateur de tensions triphasées. Leurs caractéristiques sont résumées sur la *figure 1.26*.

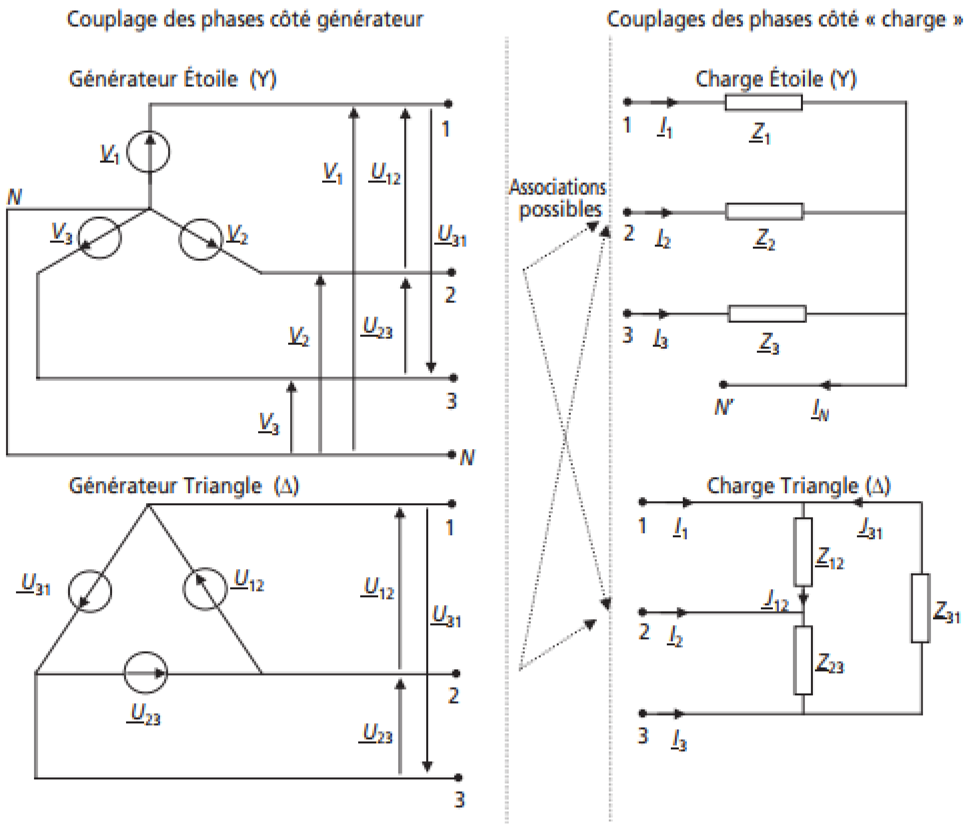


Figure 1.26 Différents couplages des générateurs et des charges triphasés.

- Construction des systèmes triphasés :

Couplage des phases côté charges Une fois le générateur couplé, il existe encore deux moyens d'y raccorder des charges (c'est-à-dire des impédances représentant les différents récepteurs). On distinguera ainsi les charges étoile et les charges triangle. Pour plus de clarté et de concision, toutes les caractéristiques de ces différents montages sont résumées sur la *figure 1.26*. Il est impératif de bien maîtriser ces différents câblages et leurs conséquences.

- Caractéristiques des couplages en étoile

Il existe deux types de tensions :

Les tensions dites « simples » : $\underline{V}_1$, $\underline{V}_2$ et $\underline{V}_3$

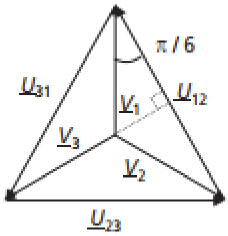
Les tensions dites « composées » :

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2,\ \underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 \text{ et } \underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1$$

On représente ces tensions complexes ainsi que la relation liant leurs valeurs efficaces sur *la figure 1.27.*

$\boxed{U = \sqrt{3} \cdot V}$

Il est impératif de retenir la relation entre tension simple et tension composée efficaces :



$$\Rightarrow \quad U = 2 \cdot V \cdot \cos(\pi/6) = \sqrt{3} \cdot V$$

Figure 1.27 Tensions simples et tensions composées.

Étant données les définitions et les représentations complexes des différentes tensions, on retiendra les deux relations remarquables suivantes : $\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{0}$ et $\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = \underline{0}$

Les points N et N′ s'appellent respectivement « Neutre » et « Neutre côté charge ». Ces deux points peuvent être réunis ou pas, on dit alors qu'on a « relié (ou pas) le neutre ».
Lorsque le neutre est relié, on appelle $\underline{I}_N$ le courant circulant dans le neutre. On écrit alors que $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{I}_N$ Lorsque le neutre n'est pas relié : $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$

- Caractéristiques des couplages en triangle

Il n'existe qu'un seul type de tension : les tensions composées.
Il existe par contre deux types de courants :

Les courants dits « de ligne » : $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$

Les courants dits « de phase » : $\underline{J}_{12}$, $\underline{J}_{23}$ et $\underline{J}_{31}$

Le couplage triangle ne fait pas apparaître l'existence d'un Neutre. Étant donnée la définition des tensions composées, on retiendra la formule suivante : $\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = \underline{0}$

Étant donné qu'il n'existe pas de retour de courant possible dans le montage étoile, on a toujours : $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$

- Système triphasé équilibré

L'équilibre et le déséquilibre d'un système triphasé sont des notions très importantes, par ailleurs, ce sont des états directement imposés par les charges du système.

On dit qu'un système triphasé est équilibré s'il fournit des courants de même amplitude et de même phase sur les trois phases. Ceci n'est possible que quand les impédances de charge sont les mêmes sur les trois phases, c'est-à-dire si : $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$ (pour une charge étoile) ou $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{31}$ (pour une charge triangle)

Remarques importantes à l'équilibre :

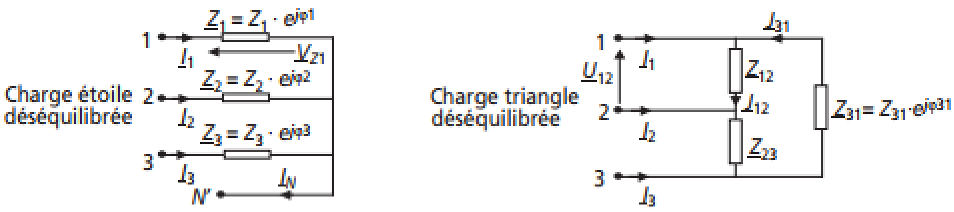
- Les courants sont, quel que soit le type de montage, tels que :
  $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$ et $\underline{J}_{12} + \underline{J}_{23} + \underline{J}_{31} = \underline{0}$
- Comme les impédances sont les mêmes sur les trois phases :
  $I_1 = I_2 = I_3 = I$ et $J_{12} = J_{23} = J_{31} = J$
- La relation entre les valeurs efficaces de ces courants est alors (non démontré) : $\boxed{I = \sqrt{3} \cdot J}$

- Comme à l'équilibre $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$ le courant de neutre est nul si le neutre est relié. Les montages à neutre relié et à neutre non relié sont donc équivalents. On dit dans ce cas que le neutre est « indifférent ».
- Système triphasé déséquilibré

On dit d'un système triphasé qu'il est déséquilibré si toutes les grandeurs électriques analogues ne sont pas égales d'une phase sur l'autre. Dans le cas d'un système déséquilibré, on ne peut pas appliquer les relations évoquées à l'équilibre. On se restreindra donc aux relations générales propres aux montages rencontrés.

1.2.2 Puissances en triphasé

En terme de puissance, un système triphasé est équivalent à trois circuits monophasés côte à côte. Les formulations des puissances d'un système triphasé sont définies autour des *figures 1.28* et *1.29*



$P = V_{Z1} \cdot I_1 \cdot \cos\varphi_1 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \cos\varphi_2$

$Q = V_{Z1} \cdot I_1 \cdot \sin\varphi_1 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \sin\varphi_2 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \sin\varphi_2$

S et le facteur de puissance ne sont pas définis

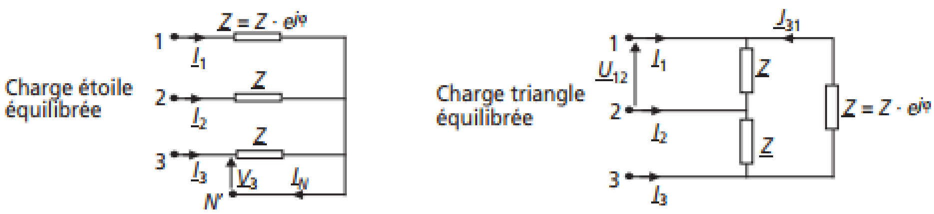
$P = U \cdot J_{12} \cdot \cos\varphi_{12} + U \cdot J_{23} \cdot \cos\varphi_{23} + U \cdot J_{31} \cdot \cos\varphi_{31}$

$P = U \cdot J_{12} \cdot \sin\varphi_{12} + U \cdot J_{23} \cdot \sin\varphi_{23} + U \cdot J_{31} \cdot \sin\varphi_{31}$

S et le facteur de puissance ne sont pas définis

Figure 1.28 Formulation des puissances en régime déséquilibré

Cas particulier des systèmes triphasés équilibrés. Étant donné que les grandeurs électriques ont les mêmes valeurs d'une phase sur l'autre, la formulation des puissances se simplifie considérablement. Dans le cas des montages étoile, le neutre étant indifférent, les charges sont toujours sous tension simple : *V*. Par ailleurs, la puissance apparente *S* et le facteur de puissance sont à nouveau définis par analogie avec les circuits monophasés. Il est donc impératif de retenir les expressions de ces puissances en régime équilibré, résumées autour de la *figure 1.29*. Il est à noter que les formulations deviennent identiques dans les deux types de couplage des charges, ce qui facilite énormément la mémorisation.



$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi$

$Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin\varphi$

$S^2 = P^2 + Q^2$ soit : $S = 3 \cdot V \cdot I$

facteur de puissance : $k = \frac{P}{S} = \cos\varphi$

$P = 3 \cdot U \cdot J \cdot \cos\varphi = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\varphi$

$Q = 3 \cdot U \cdot J \sin\varphi = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin\varphi$

$S^2 = P^2 + Q^2$ soit : $S = 3 \cdot V \cdot I$

facteur de puissance : $k = \frac{P}{S} = \cos\varphi$

Figure 1.29 Formulation des puissances en régime équilibré.

1.2.3 Schéma équivalent monophasé d'un système équilibré

En terme de puissances et de grandeurs électriques, une charge équilibrée présente les mêmes caractéristiques sur ses trois phases. Il est alors suffisant de raisonner sur un schéma monophasé représentant une des phases. Par convention, le schéma monophasé représente une phase du système équivalent à générateur et charge étoile (neutre relié). Quand le système étudié ne possède pas de neutre (charge triangle ou étoile sans neutre), on fait apparaître un neutre dit *fictif* qui est celui du montage étoile à neutre relié équivalent. On résume ces considérations dans la *figure 1.30*.

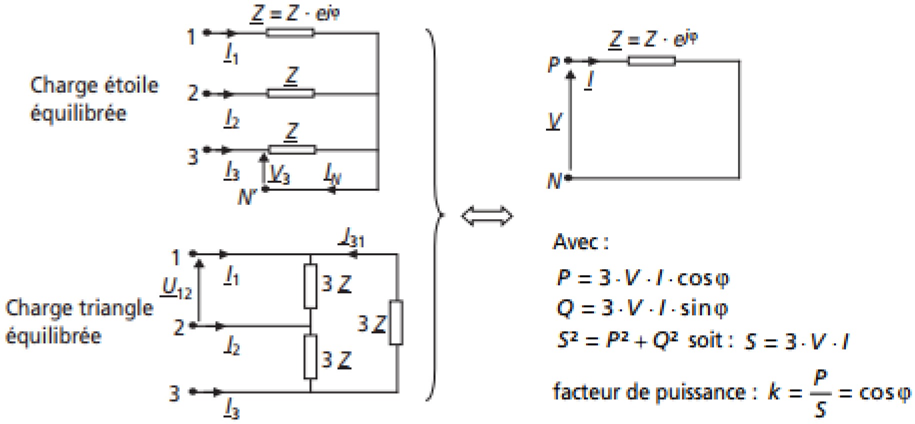


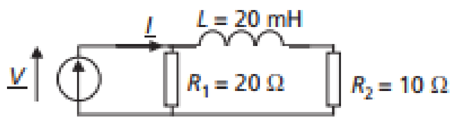
Figure 1.30 Schéma monophasé équivalent d'une charge équilibrée.

Remarque : On montre qu'une charge triphasée équilibrée en triangle, d'impédance par phase $\underline{Z}$, est équivalente à une charge étoile équilibrée présentant une impédance par phase : $\underline{Z}/3$ (et réciproquement).

1.3 SÉRIE D'EXERCICES

1.3.1 Exercice 1 : Charge monophasée

On considère la charge monophasée représentée sur la figure suivante, placée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace V = 230 V et de fréquence 50 Hz



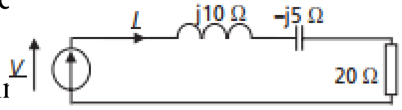
1) Calculer la valeur efficace I1 du courant circulant dans la résistance.
2) Calculer la valeur efficace I2 du courant circulant dans la résistance.
3) Calculer la valeur efficace I3 du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.
4) Calculer la valeur des puissances active P, réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.
5) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

1.3.2 Exercice 2 : régime triphasé

Soit un récepteur triphasé équilibré constitué de trois radiateurs R = 100 Ω.
Ce récepteur est alimenté par un réseau triphasé 230 V / 400 V à 50 Hz.
1- Calculer la valeur efficace I du courant de ligne et la puissance active P consommée quand le couplage du récepteur est en étoile.
2- Reprendre la question avec un couplage en triangle.
3- Conclure

1.3.3 Exercice 3 : Représentation vectorielle des courants et tensions

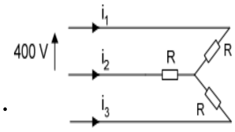
On considère le circuit représenté sur la figure suivante où est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace V = 100 V et de fréquence 50 Hz. Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe

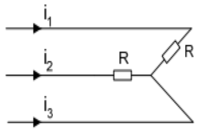


1) Calculer la valeur efficace I du courant $\underline{I}$.
2) Calculer la phase du courant $\underline{I}$ si on considère la tension $\underline{V}$ à l'origi
l'expression temporelle de la tension v et du courant i.
3) Écrire la loi de maille qui régit ce circuit.
4) Représenter tous les complexes formant cette loi de maille sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel).

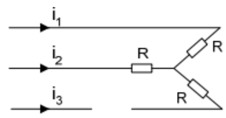
1.3.4 Exercice 4 : réseau triphasé avec récepteur équilibré et déséquilibré

1- Un réseau triphasé (U = 400 V entre phases, 50 Hz) alimente un récepteur résistif (couplage étoile sans neutre) R = 50 Ω





Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I1, I2, et I3.
Calculer la puissance active P consommée par les trois résistances.
2- Un court-circuit a lieu sur la phase 3 :
Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I1 et I2.



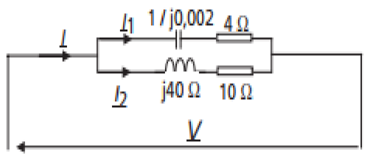
3- La phase 3 est coupée :
Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I1, I2, et I3.

1.3.5 Exercice 5 : régime triphasé

Sur un réseau (230 V / 400 V, 50 Hz) sans neutre, on branche en étoile trois récepteurs capacitifs identiques de résistance R = 20 Ω en série avec une capacité C = 20 µF.
1- Déterminer l'impédance complexe de chaque récepteur. Calculer son module et son argument.
2- Déterminer la valeur efficace des courants en ligne, ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions simples.
3- Calculer les puissances active et réactive consommées par le récepteur triphasé, ainsi que la puissance apparente.

1.3.6 Exercice 6 : Diviseur de courant

Du circuit représenté sur la figure suivante, on ne connaît que la valeur du courant total absorbé : I = 2,5 A ainsi que les valeurs des impédances notées sur la figure.
1) Calculer la valeur de la tension efficace V appliquée à cette charge.
2) En déduire les valeurs de I1 et I2.
3) En déduire l'expression littérale de la puissance active P et de la puissance réactive Q consommées par cette charge.



1.3.7 Exercice 7 : Installation triphasée

On s'intéresse à l'installation électrique triphasée 230 V/400 V d'un atelier comportant :

– Des luminaires et des appareils de bureautique représentant 6 kW répartis uniformément sur les trois phases et de facteur de puissance unitaire.
– Trois machines triphasées consommant chacune 5 kW avec un facteur de puissance de 0,8 arrière.
– Un appareillage particulier représentant trois impédances identiques $\underline{Z} = 10\Omega + j15\Omega$ câblées en triangle sur les phases.
1) Calculer les puissances active Pz et réactive et Qz consommées par les impédances.
2) Calculer la puissance active totale consommée par l'atelier.
3) Calculer la puissance réactive totale consommée par l'atelier.
4) En déduire la puissance apparente totale et la valeur du courant de ligne I consommé.
5) Calculer la valeur du facteur de puissance de l'atelier, ce facteur est-il tolérable par le fournisseur d'énergie ?
6) Représenter dans le plan complexe les tensions simples, composées et les courants de ligne des trois phases.
7) Calculer la valeur des capacités C, câblées en étoile, permettant de relever le facteur de puissance à la valeur 1.

1.3.8 Exercice 8 : Compensation d'énergie réactive en triphasé

Une charge triphasée consomme, sur un système triphasé 230 V/400 V, une puissance de 25 kW avec un facteur de puissance de 0,7 AR.
1) Calculer la valeur des capacités C, câblées en étoile, permettant de relever le facteur de puissance à la valeur 0,92 AR.
2) Calculer la valeur des capacités C′, câblées en triangle, permettant de relever le facteur de puissance à la valeur 0,92 AR.
3) Calculer la valeur des capacités C″, câblées en triangle, permettant de relever le facteur de puissance à la valeur 0,92 AV.
4) Le facteur de puissance ayant dans les trois cas la même valeur, quelle solution préférer ?

1.4 CORRECTION DES EXERCICES

1.4.1 Exercice 1 : Charge monophasée

1) $I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11{,}5\ \text{A}$

2) $I_2 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + (L\cdot\omega)^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20\cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2}} = 19{,}5\ \text{A}$

3) Impossible ici d'ajouter les valeurs efficaces calculées. Il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente :

$$R_1 \,//\, (R_2 + jL\omega) = \frac{20\cdot(10 + j(20\cdot 10^{-3} \times 100\pi))}{(20+10) + j(20\cdot 10^{-3} \times 100\pi)} = \frac{200 + j\cdot 125{,}6}{30 + j\cdot 6{,}28}$$

On en déduit : $I = \frac{V}{|R_1 \,//\, (R_2 + jL\omega)|} = \frac{230}{\frac{\sqrt{200^2 + 125{,}6^2}}{\sqrt{30^2 + 6{,}28^2}}} = 29{,}85\ \text{A}$

4) $P = R_1\cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 20 \times 11{,}5^2 + 10 \times 19{,}5^2 = 6{,}44\ \text{kW}$

$Q = L\omega \cdot I_2^2 = 20\cdot 10^{-3} \times 100\pi \times 19{,}5^2 = 2{,}39\ \text{kVAR}$ d'où $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6{,}86\ \text{kVA}$

5) $\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0{,}93$

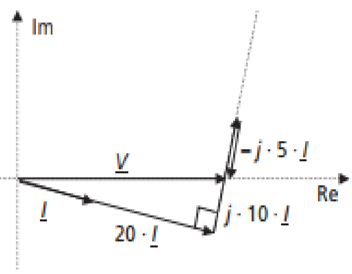
1.4.2 Exercice 2 : régime triphasé

1) Tension aux bornes d'un radiateur : V = 230 V (tension entre phase et neutre).
Le courant dans un radiateur est aussi le courant de ligne : I
Loi d'Ohm : I = V/R = 2,3 A
Le récepteur triphasé consomme $3RI^2$ = 1,6 kW (Loi de Joule).
2) Tension aux bornes d'un radiateur : U = 400 V (tension entre phases).
Le courant dans un radiateur est le courant de phase : J.
Loi d'Ohm : J = U/R = 4,0 A
D'où le courant de ligne : $I = J\sqrt{3}$ = 6,9 A
Loi de Joule : $3RJ^2 = RI^2$ = 4,8 kW
3) En couplage triangle, le courant de ligne est trois fois supérieur qu'avec un couplage en étoile.
Il en est de même pour la puissance active : en triangle, le dispositif fournit trois fois plus de chaleur qu'en étoile.

1.4.3 Exercice 3 : Représentation vectorielle des courants et tensions

1) $I = \frac{V}{\sqrt{20^2 + (10-5)^2}} = \frac{100}{20{,}61} = 4{,}85 \text{ A}$

2) $\underline{I} = \frac{\underline{V}}{20 + j\cdot 5} \Rightarrow \text{Arg}(\underline{I}) = 0 - \text{Arg}(20 + j\cdot 5) = -\text{Arc}\tan\left(\frac{5}{20}\right) = -14° = -0,$



Il est alors immédiat de revenir aux formes temporelles des grandeur

$v(t) = 100\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(2\pi\cdot 50\cdot t)$ et $i(t) = 4{,}85\cdot\sqrt{2}\cdot\sin(2\pi\cdot 50\cdot t - 0{,}245)$

3) La loi de maille s'écri$\underline{V} = j\cdot 10\cdot\underline{I} + j(-5)\cdot\underline{I} + 20\cdot\underline{I}$

4) Le diagramme de Fresnel correspondant à cette maille est représenté sur la figure suivante.

1.4.4 Exercice 4 : réseau triphasé avec récepteur équilibré et déséquilibré

1) $I_1 = \frac{V}{R} = \frac{400}{\sqrt{3}\times 50} = 4{,}62 \text{ A}$
I_2 = 4,62 A
I_3 = 4,62 A
P = $\sqrt{3}$ UI cos ϕ = 3 × 400 × 4.62 × 1 = 3200 W
2) Calculer les valeurs efficaces des courants de ligne I_1 et I_2.
I_1 = U/R = 400/50 = 8 A
I_2 = 8 A
3) $I_1 = \frac{U}{2R} = \frac{400}{2\times 50} = 4 \text{ A}$

I_2 = 4 A, I_3 = 0 A

1.4.5 Exercice 5 : régime triphasé

1)
$$\underline{Z} = R - \frac{j}{C\omega}$$
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} = 160{,}4\,\Omega$$
$$\arg(\underline{Z}) = \arctan\left(-\frac{1}{RC\omega}\right) = -82{,}8°$$

2)
$$I = \frac{V}{Z} = \frac{230}{160{,}4} = 1{,}43\text{ A}$$
$$\varphi_{v/i} = -82{,}8°$$

3)
$$P = 3RI^2 = 123{,}3\text{ W}$$
$$Q = -3\frac{I^2}{C\omega} = -3\frac{I^2}{2\pi fC} = -981{,}6\text{ vars}$$
$$S = 3ZI^2 = 989{,}3\text{ VA}$$

1.4.6 Exercice 6 : Diviseur de courant

1) Les impédances complexes des deux branches s'écrivent : $\underline{Z}_1 = 4 + \frac{1}{j\cdot 0{,}02} = 4 - j\cdot 50$

et $\underline{Z}_2 = 10 + j\cdot 40$

L'impédance complexe équivalente à tout le circuit est : $\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_1\cdot\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_2} = \frac{2\,040 - j\cdot 340}{14 - j\cdot 10} = 107{,}9 + j\cdot 52{,}8$

Il suffit ensuite d'écrire :

$$V = Z_{eq}\cdot I = \left|\underline{Z}_{eq}\right|\cdot I = \sqrt{107{,}9^2 + 52{,}8^2}\cdot I = 300\text{ V}$$

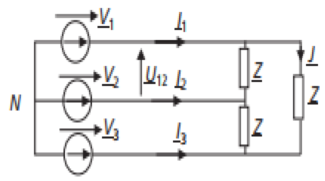
2) $I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{300}{\sqrt{4^2+50^2}} = 6\text{ A}$

$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{300}{\sqrt{10^2+40^2}} = 7{,}3\text{ A}$

3) $P = 4\cdot I_1^2 + 10\cdot I_2^2 = 4\times 6^2 + 10\times 7{,}3^2 = 677\text{ W}$

$Q = -50\cdot I_1^2 + 40\cdot I_2^2 = -50\times 6^2 + 40\times 7{,}35^2 = 331{,}6\text{ VAR}$

1.4.7 Exercice 7 : Installation triphasée



1) Les impédances sont câblées en triangle,
c'est-à-dire conformément au schéma de la figure suivante :

Le courant efficace qui traverse les trois impédances vaut : $J = \frac{V}{\sqrt{10^2+15^2}} = 12{,}7\text{ A}$

La puissance réactive est due à la partie active des trois impédances et peut s'écrire : $P_Z = 3\times 10\cdot J^2 = 4{,}83\text{ kW}$

La puissance réactive est due à la partie réactive des impédances. $Q_Z = 3\times 15\cdot J^2 = 7{,}25\text{ kVAR}$

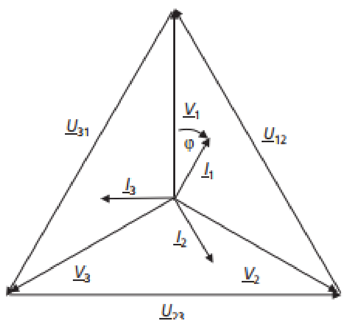
2) $P_{\text{total}} = 6\text{ kW} + 3\times 5\text{ kW} + P_Z = 25{,}83\text{ kW}$

3) $Q_{\text{total}} = 0\text{ VAR} + 3\times 5\cdot 10^3\times\tan(\text{Arcos}(0{,}8)) + Q_Z = 18{,}5\text{ kVAR}$

4) $S_{\text{total}} = \sqrt{P_{\text{total}}^2 + Q_{\text{total}}^2} = 31{,}77\text{ kVA}$

$S_{\text{total}} = 3\cdot V\cdot I$ d'où : $I = \frac{S_{\text{total}}}{3V} = 46\text{ A}$

5) Le facteur de puissance s'écrit $\cos\varphi = \frac{P_{\text{total}}}{S_{\text{total}}} = 0{,}81$



Ce facteur de puissance est juste supérieur à la limite de 0,8 en dessous
de laquelle les fournisseurs d'énergie électrique facturent des taxes aux utilisateurs.
6) Le tracé des différents vecteurs est représenté sur la figure suivante :

$$Q_C = -3\cdot\frac{V^2}{\frac{1}{C\omega}} = -3C\omega V^2$$

7) Trois capacités C en étoile consomment la puissance réactive :

Pour obtenir un facteur de puissance unitaire, il faut que
la puissance réactive totale de l'installation et des capacités soit nulle. On écrit donc :

$Q_C = -3C\omega V^2 = -Q_{\text{total}} = -18{,}5\ \text{kVAR}$

On en déduit : $C = \dfrac{18{,}5\ \text{kVAR}}{3\omega V^2} = \dfrac{18{,}5\ \text{kVAR}}{3\times 2\pi\times 50\times 230^2} = 0{,}37\ \text{mF}$

1.4.8 Exercice 8 : Compensation d'énergie réactive en triphasé

1) La charge consomme la puissance active avec un facteur de puissance : $\cos\varphi = 0{,}7\ \text{AR}$.
On calcule d'emblée : $\tan\varphi = +1{,}02$
Cette charge consomme donc la puissance réactive positive (déphasage arrière = charge inductive = Q > 0) :
$Q_{\text{charge}} = P\cdot\tan\varphi = 25\cdot 10^3 \times 1{,}02 = 25{,}5\ \text{KVAR}$
Trois condensateurs de capacité C câblés en étoiles sont sous la tension V = 230 V.
En conséquence ils consomment la puissance réactive : $Q_C = -3\cdot C\omega V^2$
Pour finir, les condensateurs ne modifiant pas la puissance active totale consommée par le système, l'ensemble charge + condensateurs va consommer la puissance réactive :
$Q_{\text{total}} = P\cdot\tan(\text{Arccos}(0{,}92)) = 10{,}64\ \text{kVAR}$
La relation entre ces différentes puissances réactives s'écrit :
$Q_{\text{total}} = Q_{\text{charge}} + Q_C$ c'est-à-dire : $Q_{\text{total}} = Q - 3C\omega V^2$

On en déduit : $C = \dfrac{Q - Q_{\text{total}}}{3\omega V^2} = \dfrac{25{,}5\cdot 10^3 - 10{,}64\cdot 10^3}{3\times 100\pi\times 230^2} = 0{,}29\ \text{mF}$

2) Dans le cas des capacités C′, câblées en triangle, le calcul est le même sauf que les trois condensateurs sont sous la tension $U = \sqrt{3}\cdot V$ En conséquence, ils consomment la puissance réactive : $Q_{C'} = -3\cdot C'\omega U^2 = -9\cdot C'\omega V^2$.
La relation entre les différentes puissances réactives s'écrit ici : $Q_{\text{total}} = Q - 9C'\omega V^2$

On en déduit : $C' = \dfrac{Q - Q_{\text{total}}}{9\omega V^2} = \dfrac{25{,}5\cdot 10^3 - 10{,}64\cdot 10^3}{9\times 100\pi\times 230^2} = 99{,}4\ \mu\text{F}$

3) Dans le cas de trois capacités C″ câblées en triangle, le calcul est le même qu'à la question précédente. La différence est que le facteur de puissance de 0,92 AV signifie que le déphasage entre courants de ligne et tensions simples sera négatif.
En conséquence il faut écrire : $Q_{\text{total}} = P\cdot\tan(-\text{Arccos}(0{,}92)) = -10{,}64\ \text{kVAR}$
La relation entre les différentes puissances réactives s'écrit toujours : $Q_{\text{total}} = Q - 9C''\omega V^2$

Et on en déduit : $C'' = \dfrac{Q - Q_{\text{total}}}{9\omega V^2} = \dfrac{25{,}5\cdot 10^3 + 10{,}64\cdot 10^3}{9\times 100\pi\times 230^2} = 0{,}24\ \text{mF}$

4) Il est clair que, pour assurer la même valeur du cos ϕ, la solution 2 permet le choix de condensateurs de moindres capacités, donc plus petits et moins chers. En câblant les condensateurs en triangle on gagne un facteur 3 sur la puissance réactive produite et donc sur la valeur de la capacité nécessaire. En

choisissant un cos ϕ Avant comme objectif, on sur-dimensionnerait les condensateurs de manière tout à fait inutile

Référence bibliographique

[1] Hébert, Alain, Claude Naudet, and Michel Pinard. *Machines électriques, électronique De Puissance: Théorie, Applications, Laboratoire*. Paris: Dunod, 1985.

[2] Luc Lasne. *Exercices et problèmes d'électrotechnique Notions de base, réseaux et machines électriques 2e édition* © Paris, Dunod, 2011

[3] Wildi, Théodore, and Gilbert Sybille. *Électrotechnique. 4e édition*. Bruxelles : [Sainte-Foy, Québec]: De Boeck université ; [Presses de l'université Laval], 2005.

[4] Luc Lasne and Jean-Claude Gianduzzo. *Électronique De Puissance: Cours, études De Cas Et Exercices Corrigés. 2e édition*. Paris: Dunod, 2015.