Enoncé des exercices

Exercice 1.1 : Charge monophasée

On considère la charge monophasée représentée sur la *figure 1.18*, placée sous une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 230$ V et de fréquence 50 Hz.

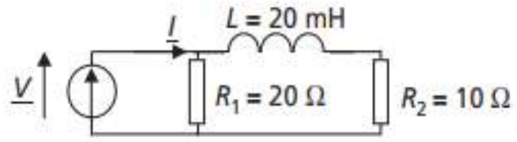

Figure 1.18

1) Calculer la valeur efficace I_1 du courant circulant dans la résistance R_1.

2) Calculer la valeur efficace I_2 du courant circulant dans la résistance R_2.

3) Calculer la valeur efficace I du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.

4) Calculer la valeur des puissances active P, réactive Q et apparente S relatives à ce circuit.

5) En déduire la valeur du facteur de puissance de cette charge.

Exercice 1.2 : Représentation vectorielle des courants et tensions

On considère le circuit représenté sur la *figure 1.19* où $\underline{V}$ est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace $V = 100$ V et de fréquence 50 Hz. Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe.

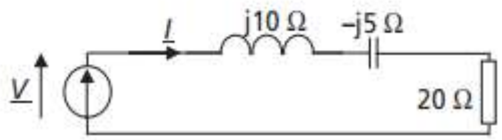

Figure 1.19

1) Calculer la valeur efficace I du courant $\underline{I}$.

2) Calculer la phase du courant $\underline{I}$ si on considère la tension $\underline{V}$ à l'origine des phases. Écrire alors l'expression temporelle de la tension v et du courant i.

3) Écrire la loi de maille qui régit ce circuit.

4) Représenter tous les complexes formant cette loi de maille sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel).

Exercice 1.3 : Diviseur de courant

Du circuit représenté sur la *figure 1.20*, on ne connaît que la valeur du courant total absorbé : $I = 2{,}5$ A ainsi que les valeurs des impédances notées sur la figure.

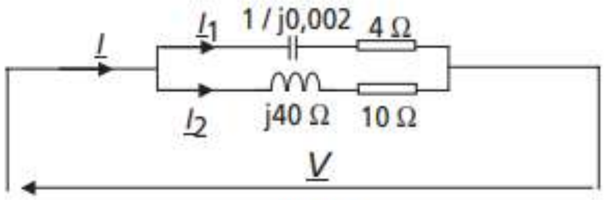

Figure 1.20

1) Calculer la valeur de la tension efficace V appliquée à cette charge.

2) En déduire les valeurs de I_1 et I_2.

3) En déduire l'expression littérale de la puissance active P et de la puissance réactive Q consommées par cette charge.

Exercice 1.4 : Puissance apparente complexe

On considère ici la charge monophasée sous 127 V représentée sur la *figure 1.21*.

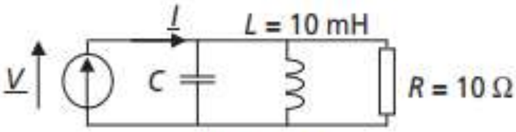

Figure 1.21

1) Calculer l'expression littérale de la puissance apparente complexe $\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^*$ en fonction de V, R, L et C.

2) En déduire l'expression littérale de la puissance active P et de la puissance réactive Q consommées par cette charge.

3) Calculer la valeur de la capacité C permettant d'annuler la valeur de Q.

4) Calculer, en utilisant la valeur de C obtenue, la valeur efficace I du courant absorbé par l'ensemble de ce circuit.

5) À quoi est alors équivalent ce circuit pour cette valeur particulière de la capacité ?

Corrigé des exercices

Exercice 1.1 : Charge monophasée

1) $I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11{,}5 \text{ A}$

2) $I_2 = \frac{V}{\sqrt{R_2^{\;2} + (L \cdot \omega)^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2}} = 19{,}5 \text{ A}$

3) Impossible ici d'ajouter les valeurs efficaces calculées. Il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente :

$$R_1 \,//\, (R_2 + jL\omega) = \frac{20 \cdot (10 + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi))}{(20+10) + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)} = \frac{200 + j \cdot 125{,}6}{30 + j \cdot 6{,}28}$$

On en déduit : $I = \frac{V}{|R_1 \,//\, (R_2 + jL\omega)|} = \frac{230}{\frac{\sqrt{200^2 + 125{,}6^2}}{\sqrt{30^2 + 6{,}28^2}}} = 29{,}85 \text{ A}$

4) $P = R_1 \cdot I_1^{\;2} + R_2 \cdot I_2^{\;2} = 20 \times 11{,}5^2 + 10 \times 19{,}5^2 = 6{,}44 \text{ kW}$

$Q = L\omega \cdot I_2^{\;2} = 20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi \times 19{,}5^2 = 2{,}39 \text{ kVAR}$ d'où $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6{,}86 \text{ kVA}$

5) $\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0{,}93$

Exercice 1.2 : Représentation vectorielle des courants et tensions

1) $I = \frac{V}{\sqrt{20^2 + (10-5)^2}} = \frac{100}{20{,}61} = 4{,}85 \text{ A}$

2) $\underline{I} = \frac{\underline{V}}{20 + j \cdot 5} \Rightarrow \text{Arg}(\underline{I}) = 0 - \text{Arg}(20 + j \cdot 5) = -\text{Arc}\tan\left(\frac{5}{20}\right) = -14° = -0{,}245 \text{ rad}$

Il est alors immédiat de revenir aux formes temporelles des grandeurs :

$v(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$ et $i(t) = 4{,}85 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t - 0{,}245)$

3) La loi de maille s'écrit : $\underline{V} = j \cdot 10 \cdot \underline{I} + j(-5) \cdot \underline{I} + 20 \cdot \underline{I}$

4) Le diagramme de Fresnel correspondant à cette maille est représenté sur la *figure 1.22*.

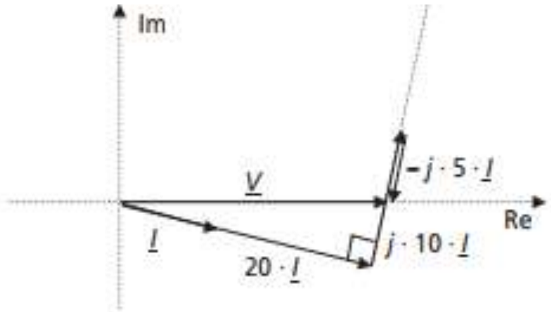

Figure 1.22

Exercice 1.3 : Diviseur de courant

1) Les impédances complexes des deux branches s'écrivent : $\underline{Z}_1 = 4 + \dfrac{1}{j \cdot 0{,}02} = 4 - j \cdot 50$ et $\underline{Z}_2 = 10 + j \cdot 40$. L'impédance complexe équivalente à tout le circuit est :

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{2\,040 - j \cdot 340}{14 - j \cdot 10} = 107{,}9 + j \cdot 52{,}8$$

Il suffit ensuite d'écrire : $V = Z_{eq} \cdot I = \left|\underline{Z}_{eq}\right| \cdot I = \sqrt{107{,}9^2 + 52{,}8^2} \cdot I = 300 \text{ V}$

2) $I_1 = \dfrac{V}{Z_1} = \dfrac{300}{\sqrt{4^2 + 50^2}} = 6 \text{ A}$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{300}{\sqrt{10^2 + 40^2}} = 7{,}3 \text{ A}$$

3) $P = 4 \cdot I_1^2 + 10 \cdot I_2^2 = 4 \times 6^2 + 10 \times 7{,}3^2 = 677 \text{ W}$

$$Q = -50 \cdot I_1^2 + 40 \cdot I_2^2 = -50 \times 6^2 + 40 \times 7{,}35^2 = 331{,}6 \text{ VAR}$$

Exercice 1.4 : Puissance apparente complexe

1) Si on appelle l'impédance complexe équivalente de l'ensemble du circuit $\underline{Z}_{eq}$ alors il est possible d'écrire : $\underline{V} = \underline{Z}_{eq} \cdot \underline{I}$

Donc : $\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^{*} = \underline{V} \cdot \dfrac{\underline{V}^{*}}{\underline{Z}_{eq}^{*}} = \dfrac{V^2}{\underline{Z}_{eq}^{*}}$

Il suffit de calculer : $\underline{Z}_{eq} = \dfrac{R\dfrac{L}{Cj\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}}{R + \dfrac{L}{Cj\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}} = LR \cdot \dfrac{1}{L + jRC\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}$

$$\underline{S} = \frac{V^2}{\underline{Z}_{eq}^{*}} = \frac{V^2}{LR} \cdot \left[L - jRC\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]$$

2) $\underline{S} = P + jQ$ d'où : $P = \dfrac{V^2}{R}$ et $Q = \dfrac{V^2 C}{L}\left(-L\omega + \dfrac{1}{C\omega}\right)$

3) $Q = 0$ si $-L\omega + \dfrac{1}{C\omega} = 0$ c'est-à-dire si : $C = \dfrac{1}{L\omega^2}$

4) Dans ce cas, $\underline{Z}_{eq} = LR \cdot \dfrac{1}{L + jRC \times 0} = R$ donc : $I = \dfrac{V}{R} = 12{,}7\ \text{A}$

5) Le circuit est équivalent à la résistance seule pour cette valeur de la capacité C.