

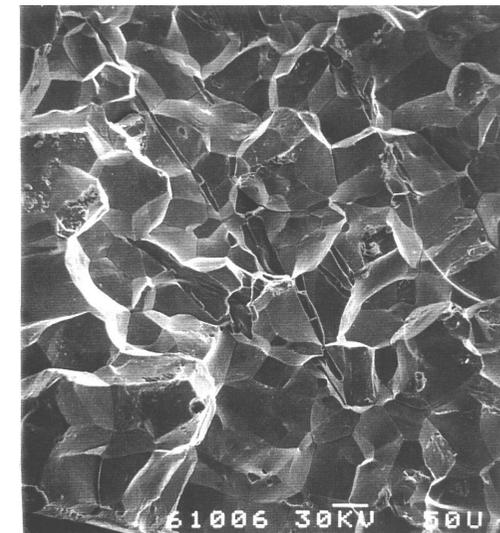
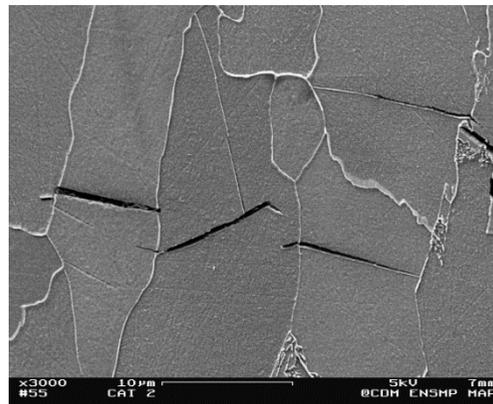
*Université Frères Mentouri Constantine1*  
*Institut des Sciences et Techniques Appliquées «ISTA»*  
*3<sup>ème</sup> Année GIM*

# Mécanique de la rupture

## Fatigue - Expertise

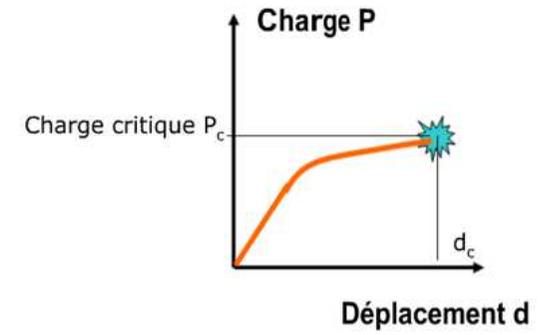
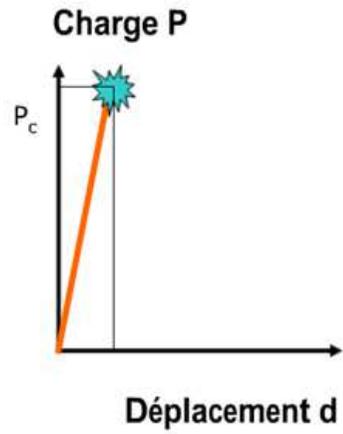


*Dr. Lyes BIDI*



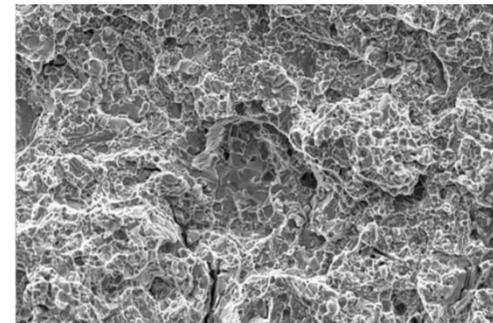
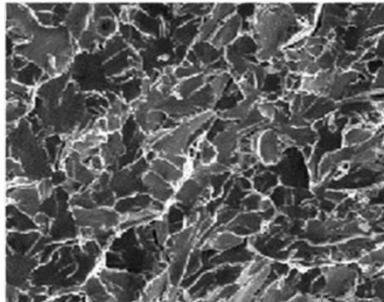
2019-2020

# INTRODUCTION



# TYPES

# DE RUPTURE



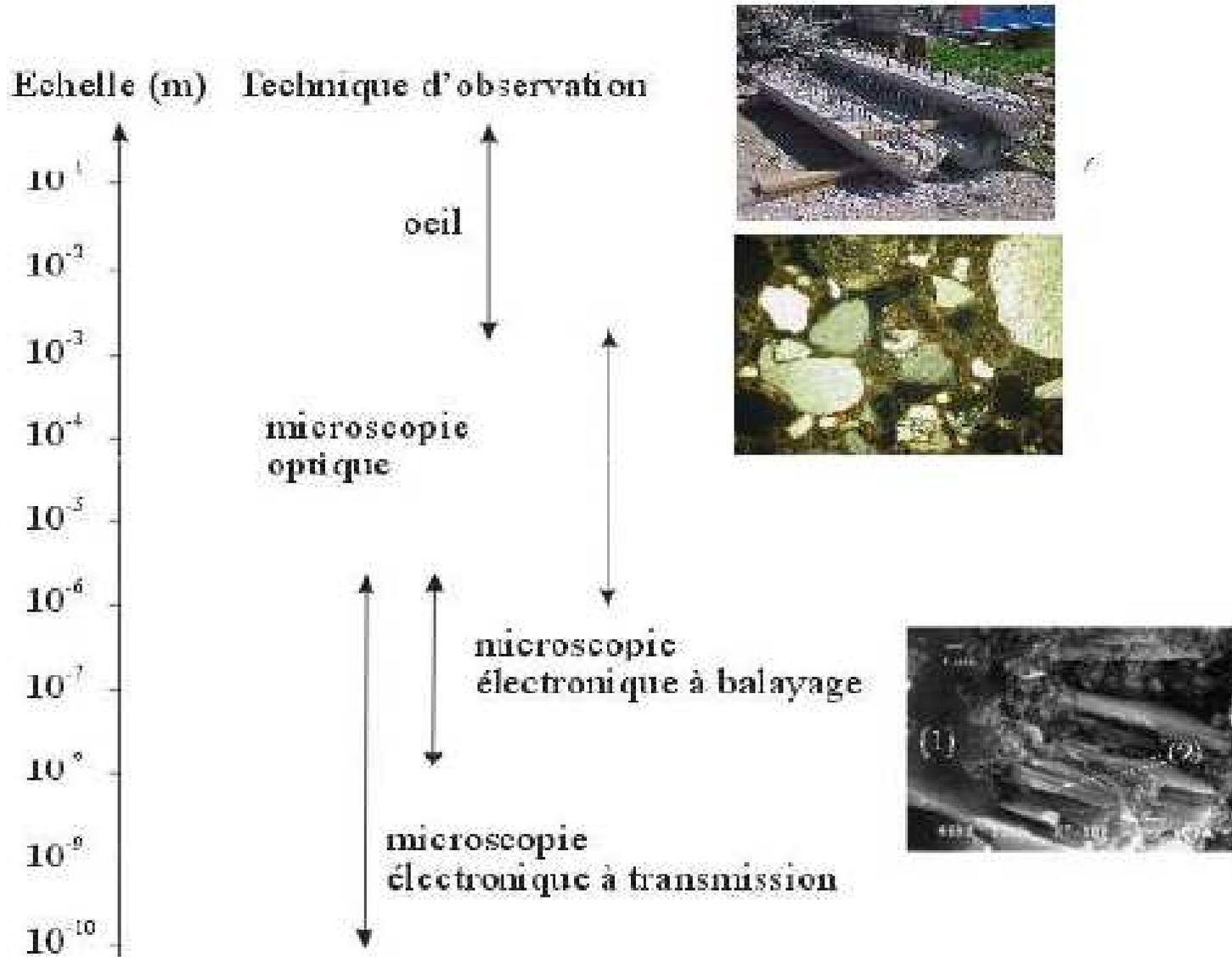


*La science des matériaux est l'étude des relations qui existent entre leur structure et leurs propriétés générales*

## **Plusieurs échelles**

- Échelle subatomique : noyau et électrons
- Échelle atomique : disposition des atomes ou molécules les uns par rapport aux autres
- Échelle microscopique : groupes d'atomes
- Échelle macroscopique : éléments de structure visibles à l'oeil nu

# Méthodes d'expertise



## Les moyens de caractérisation des ruptures

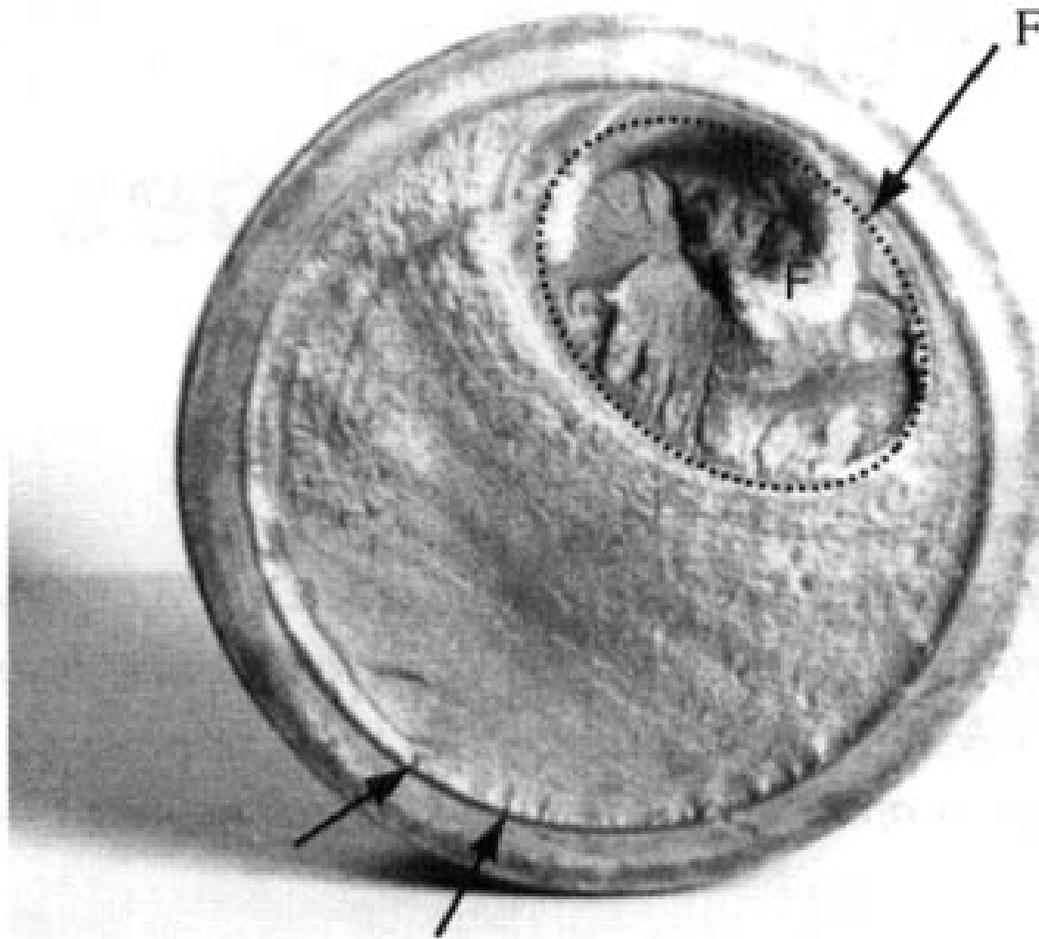
*La fractographie est la technique permettant de quantifier, par un examen fin, les surfaces de rupture en vue de comprendre les mécanismes qui en sont à l'origine. Les échelles utilisées vont de L'œil, pour des aspects macroscopiques, aux microscopies optiques ou électroniques et peuvent impliquer des techniques de micro-analyse.*

# La fractographie

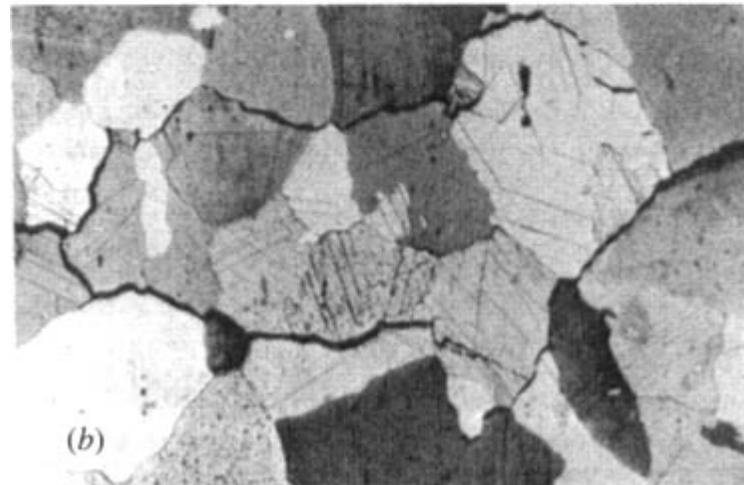
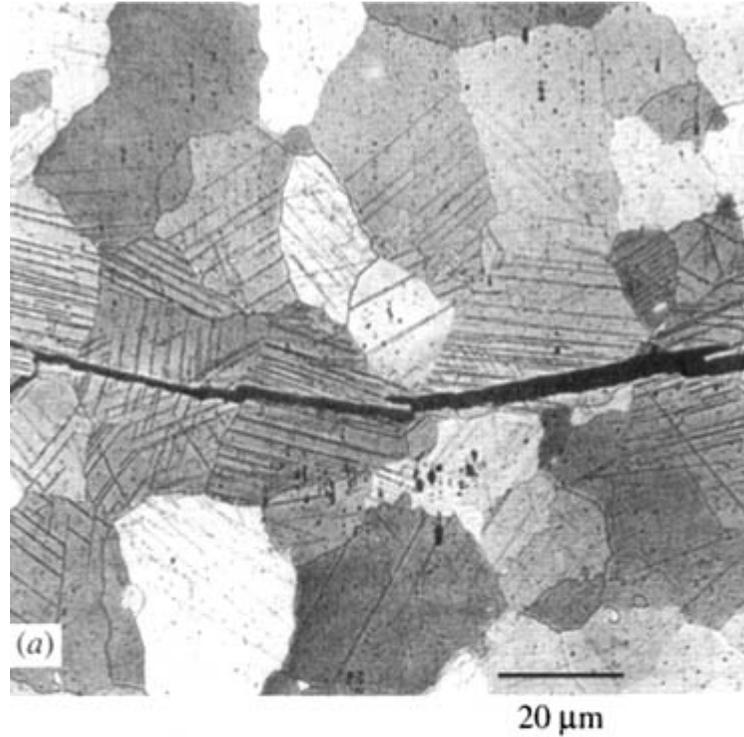
L'objet de la fractographie est de déterminer les caractéristiques des surfaces de rupture en vue de préciser les mécanismes ayant conduit à leur formation. Selon l'échelle à laquelle on se place, les informations tirées de l'observation n'auront pas le même impact dans l'analyse. L'aspect macrographique permet de préciser le ou les sites d'amorçage, l'existence de diverses zones à morphologies variées, correspondant à des modes de rupture distincts ou à la présence éventuelle de diverses lignes d'arrêt, qui localisent le front de fissures à diverses étapes de la propagation, comme cela peut s'observer sur la figure. Au niveau microscopique (à l'échelle du micromètre).



L'utilisation du microscope optique se trouve limitée par sa faible profondeur de champ. Comme les surfaces de ruptures sont généralement irrégulières, il est donc impossible d'observer directement les surfaces sans préparation. On pallie cette limitation en réalisant une coupe plane de métallographie, normale à la surface de rupture. Un renforcement des bords peut être obtenu par un dépôt électrolytique de nickel ou d'un autre matériau dur. On peut ainsi accéder à une vision du chemin de propagation de la surface de rupture et le corrélater à des caractéristiques métallurgiques du matériau. La figure montre ainsi la différence entre une propagation intergranulaire et transgranulaire dans un acier.

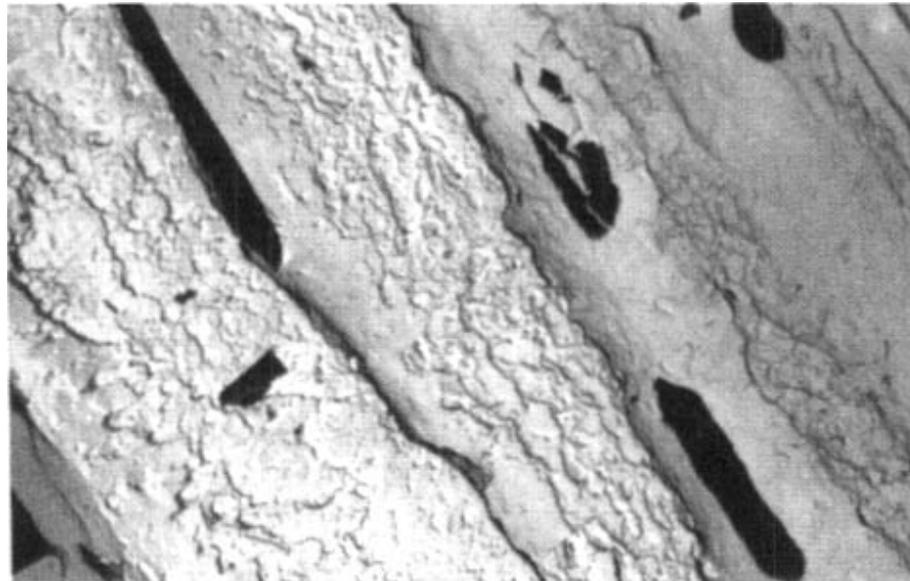


Aspect macroscopique de la rupture d'une pale d'éolienne en alliage léger. On détermine facilement les sites d'amorçage et la progression du front de fissuration, avant rupture brutale sur la zone repérée "F".



Observation par métallographie optique de ruptures transgranulaire (clivage) et intergranulaire (décohésion) dans un acier doux a gros grains.

A fort grossissement, l'utilisation du microscope électronique à transmission se heurte à la quasi-impossibilité de réaliser des lames minces dans le plan de la surface de rupture. Une empreinte de la surface peut être obtenue sur un film de carbone, soit directement de façon destructive, soit à l'aide d'une empreinte intermédiaire en acétate ou en nickel (double réplique). Après décapage et ombrage au chrome ou au platine, on observe en transmission la feuille de carbone.



Observation d'une rupture induite par des précipités allongés, partiellement extraits lors de la réalisation de la réplique au carbone.

## Le microscope électronique a balayage

Le développement technologique des microscopes électroniques a balayage (MEB) est tel que cet outil est devenu maintenant le support privilégié des études microscopiques des surfaces de fracture. Cet appareil apporte les informations et avantages suivants :

- Pratiquement aucune préparation de l'échantillon, si ce n'est le prélèvement pour un volume total de l'ordre de quelques centimètres cubes. Pour les matériaux isolants, une vaporisation fine (quelques nm) d'or ou de carbone permettra l'écoulement des charges déposées par le faisceau électronique ;
- Une observation non destructive permettant une reprise ultérieure de l'examen ;
- une résolution géométrique de la surface de quelque 10-100 nm, associée à une profondeur de champ de l'ordre de la taille de la plage examinée ;
- La possibilité d'une analyse chimique locale de la zone d'impact du faisceau électronique, par spectrométrie du faisceau X émis par cette zone

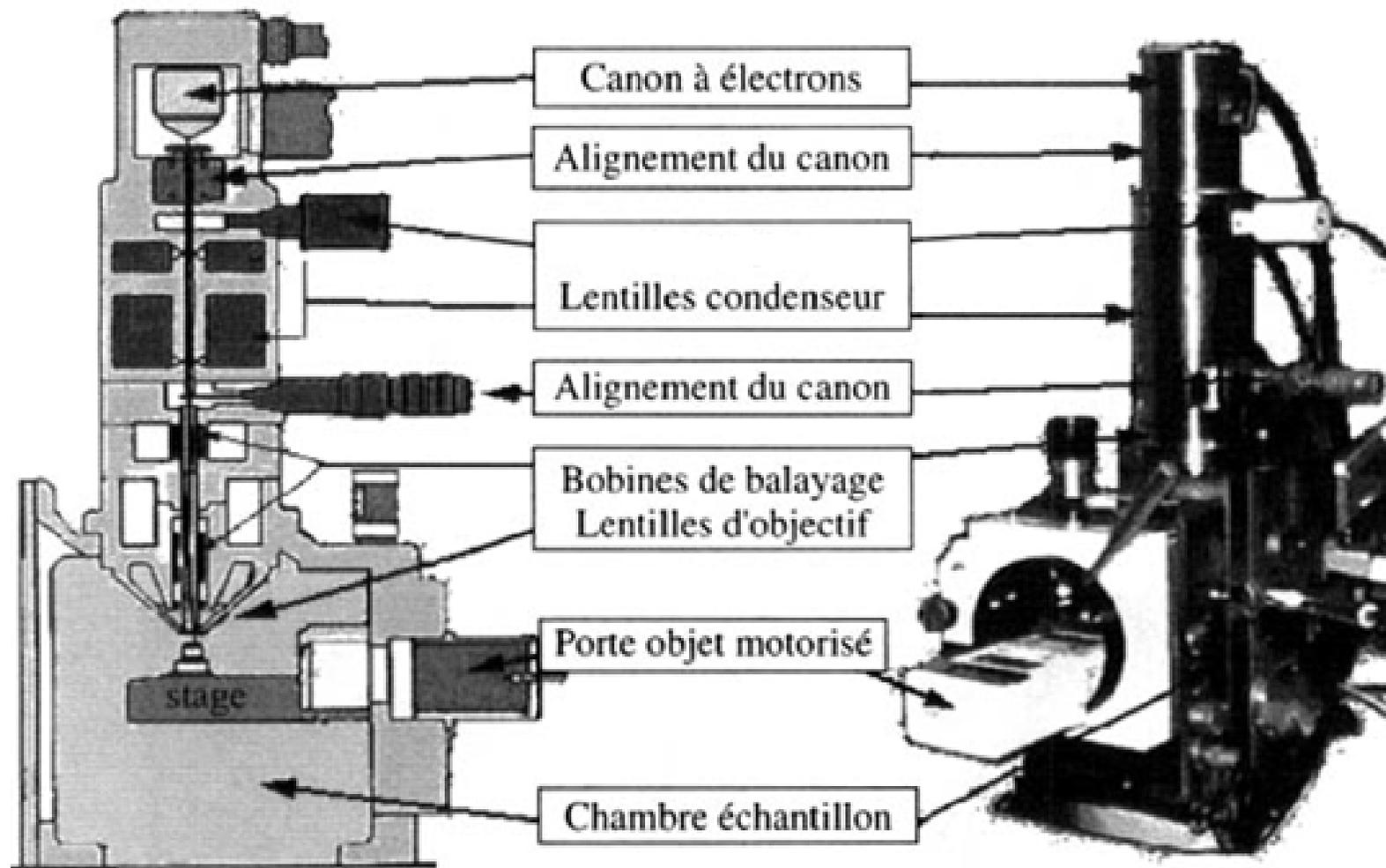


Schéma de principe du microscope a balayage.



L'appareil lui-même, schématisé en figure, est constitué d'une colonne électronique ou un faisceau accélère par un canon (15-25 kV) est conduit sur la surface de l'échantillon qu'il vient frapper localement ; la surface à examiner est explorée par balayage de ce faisceau. Les électrons arrivent sur cette cible, y sont ralentis, et absorbés ou réémis vers l'extérieur. L'interaction du faisceau incident avec les atomes de l'échantillon conduisent à la libération d'électrons qui, arrivant à la surface, servent à la formation de l'image observable.



**IL EXISTE DEUX TYPES  
PRINCIPAUX DE RUPTURE :**

- LA RUPTURE FRAGILE**
- LA RUPTURE DUCTILE**

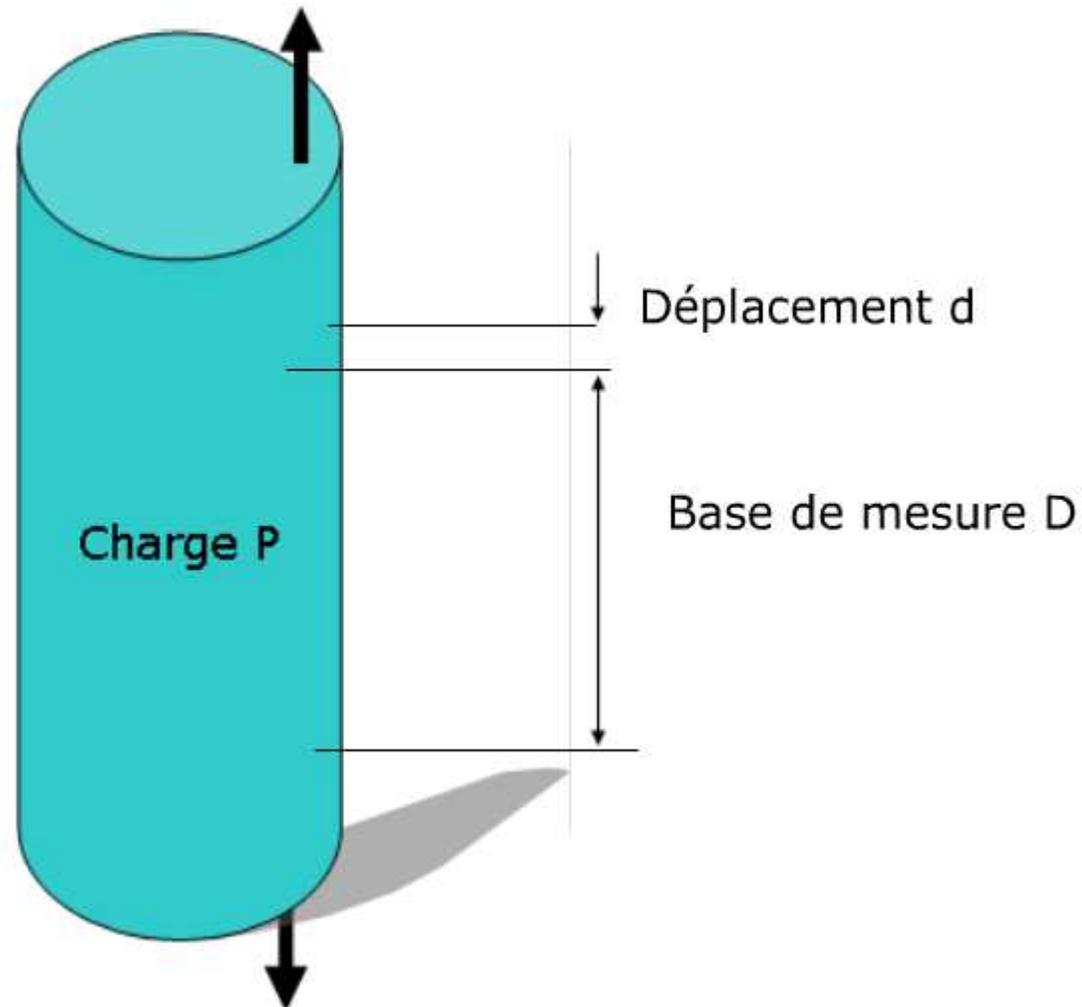
## COMMENT DIFFERENTIER LES RUPTURES FRAGILES ET DUCTILES?

---

- En comparant les déformations à rupture,
  - En comparant l'énergie de rupture,
  - En comparant les faciès de rupture.

# COMPARAISON DES DIAGRAMMES CHARGE-DEPLACEMENT

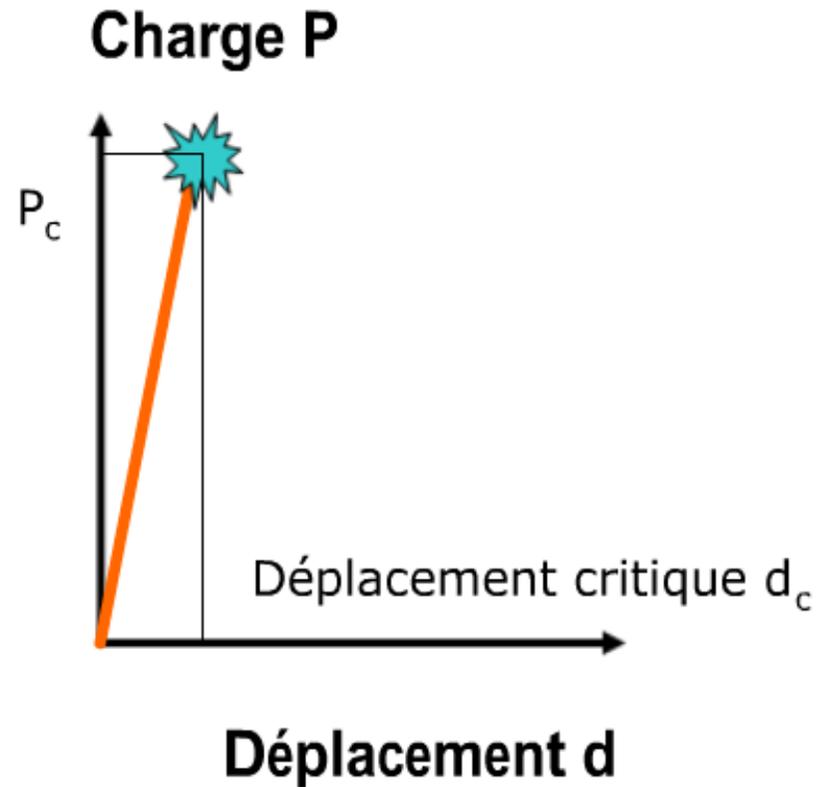
---



# ALLURE DES DIAGRAMMES CHARGE-DEPLACEMENT SELON LE TYPE DE RUPTURE

---

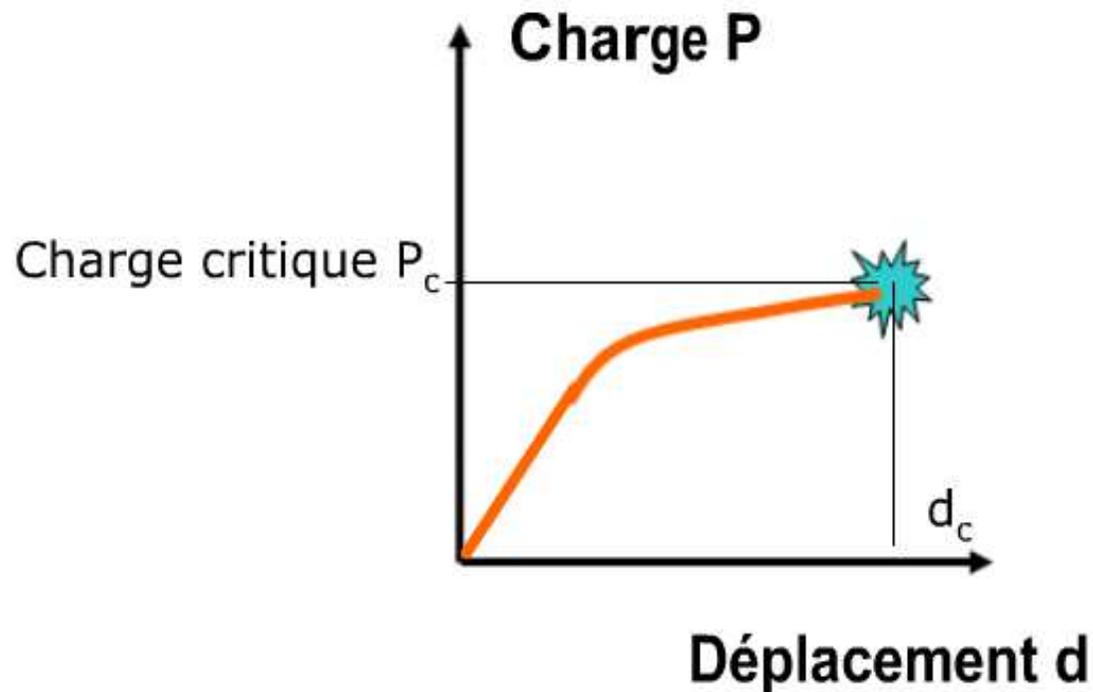
## RUPTURE FRAGILE



# ALLURE DES DIAGRAMMES CHARGE-DEPLACEMENT SELON LE TYPE DE RUPTURE

---

## RUPTURE DUCTILE



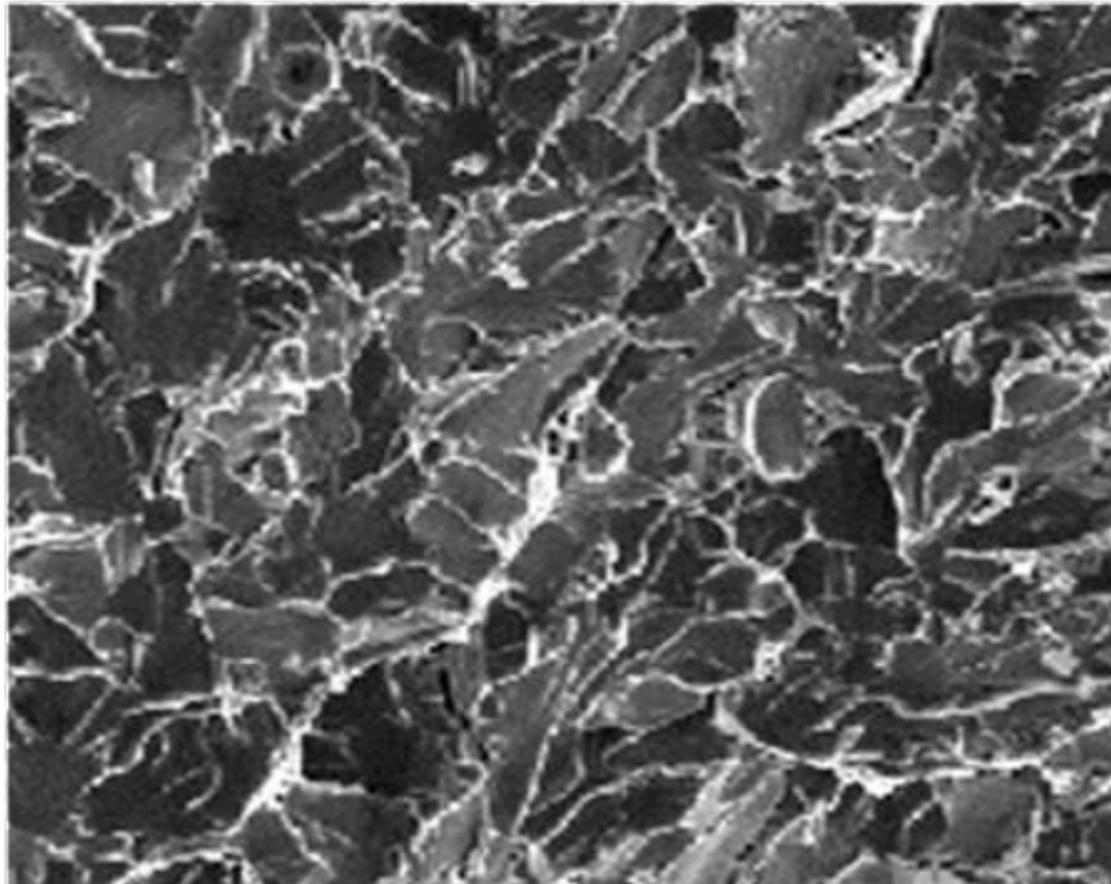
# COMPARAISON DES FACIES DE RUPTURE

---

- Une rupture fragile présente un aspect brillant à grain.
- Une rupture ductile présente un aspect mat avec texture fibreuse.

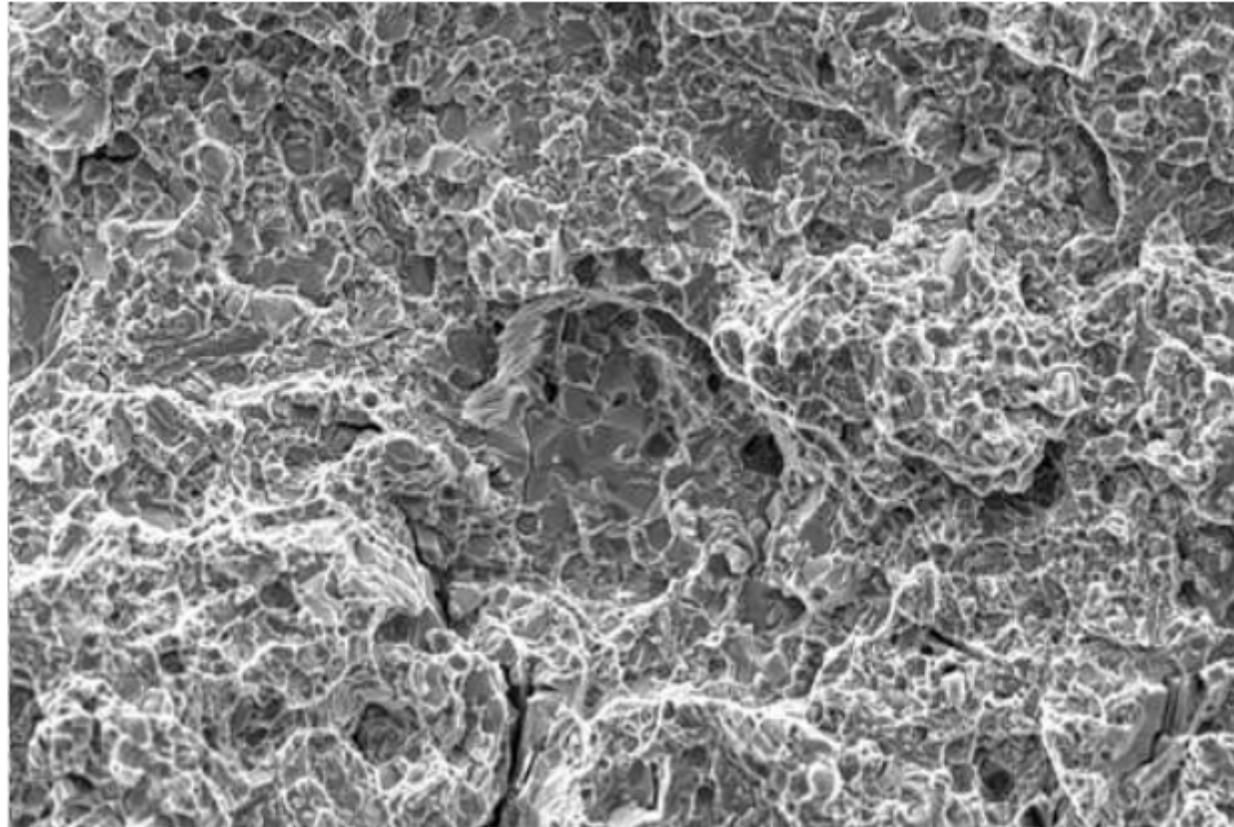
# FACIES DE RUPTURE FRAGILE

---

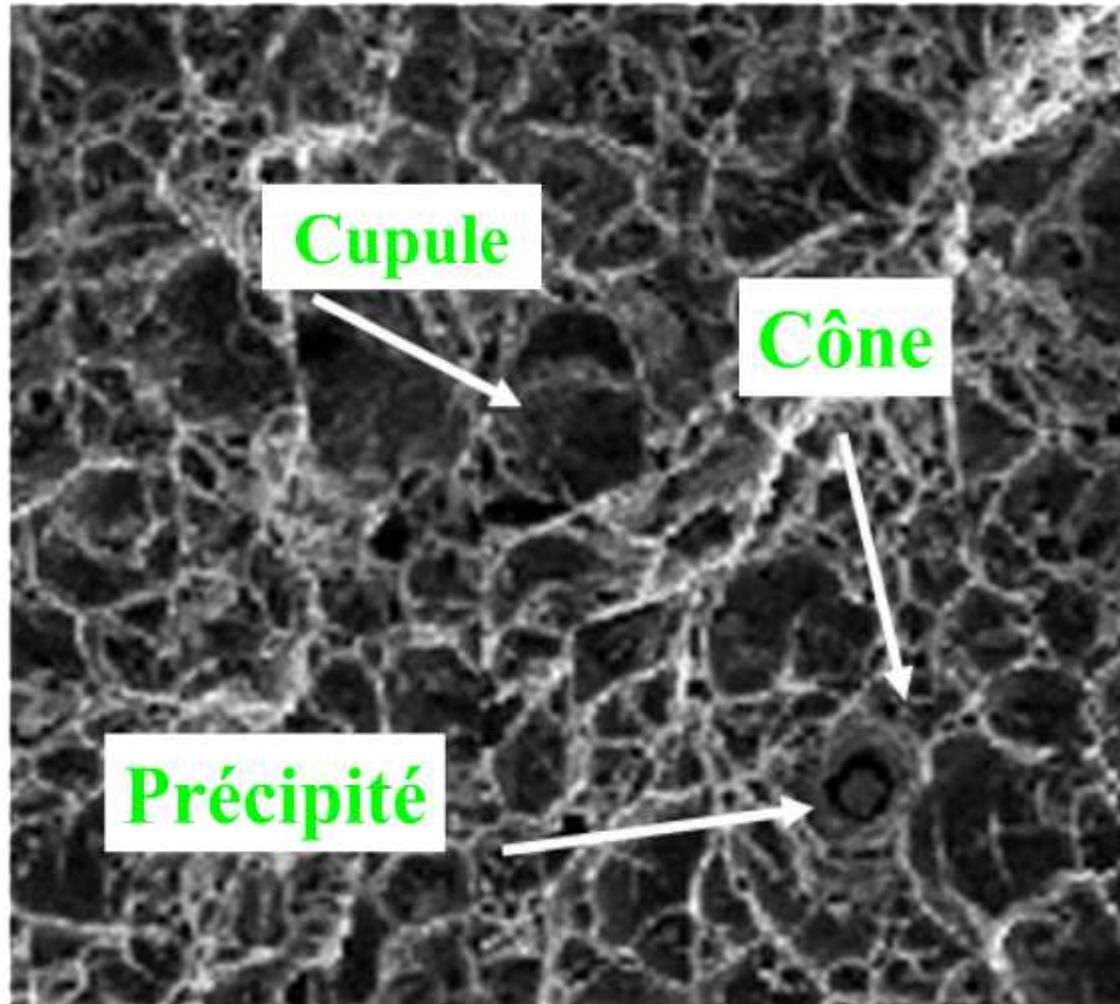


# FACIES DE RUPTURE DUCTILE

---



# FACIES DE RUPTURE

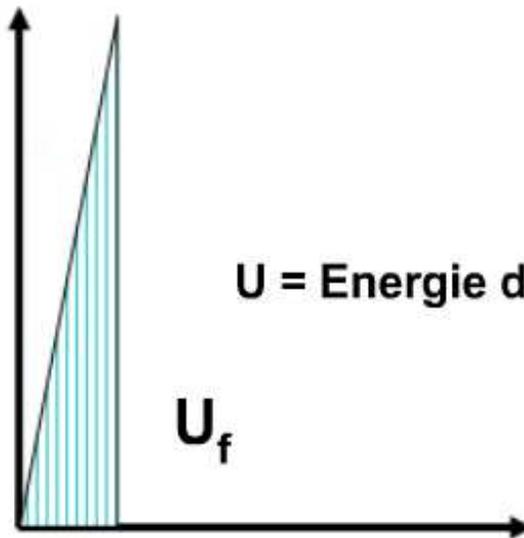


# COMPARAISON DES ENERGIES DE RUPTURE

RUPTURE FRAGILE

RUPTURE DUCTILE

Charge P

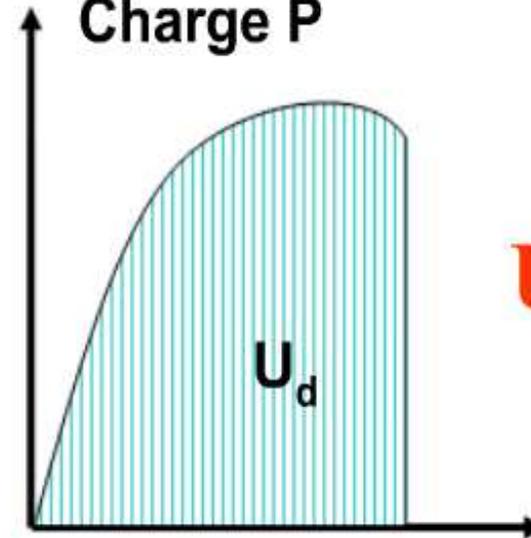


U = Energie de rupture

$U_f$

Déplacement d

Charge P



$U_d > U_f$

$U_d$

Déplacement d

## CARACTERES MACROSCOPIQUES DES RUPTURES FRAGILE ET DUCTILE

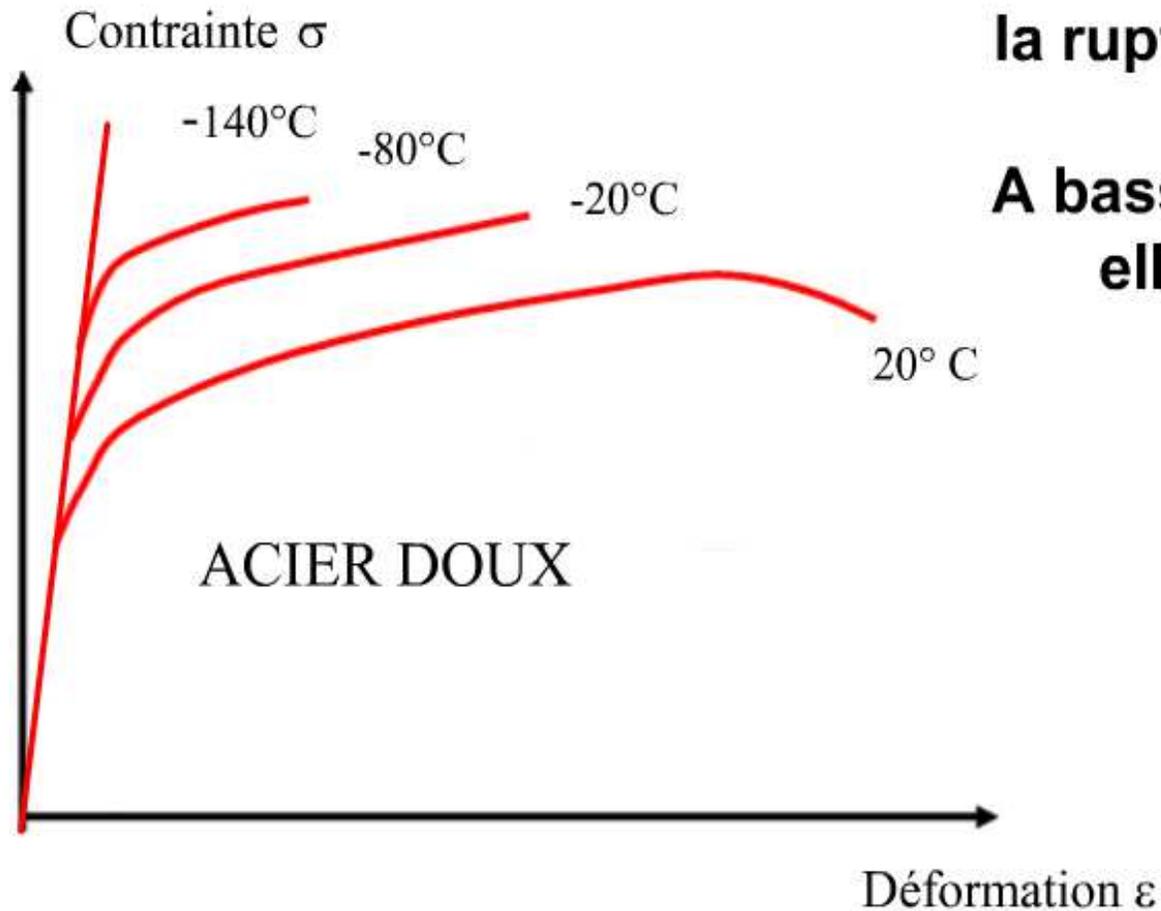
---

Type de rupture	Déformation à rupture	Energie de rupture
Rupture fragile	faible	faible
Rupture ductile	forte	forte



**POUR LES ACIERS, IL EXISTE UNE  
TRANSITION ENTRE RUPTURES  
FRAGILES ET DUCTILES**

# INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE SUR LES COURBES DE TRACTION



**A haute température ,  
la rupture est ductile,**

**A basse température,  
elle est fragile.**

## Mécanique linéaire de la rupture en fatigue des matériaux

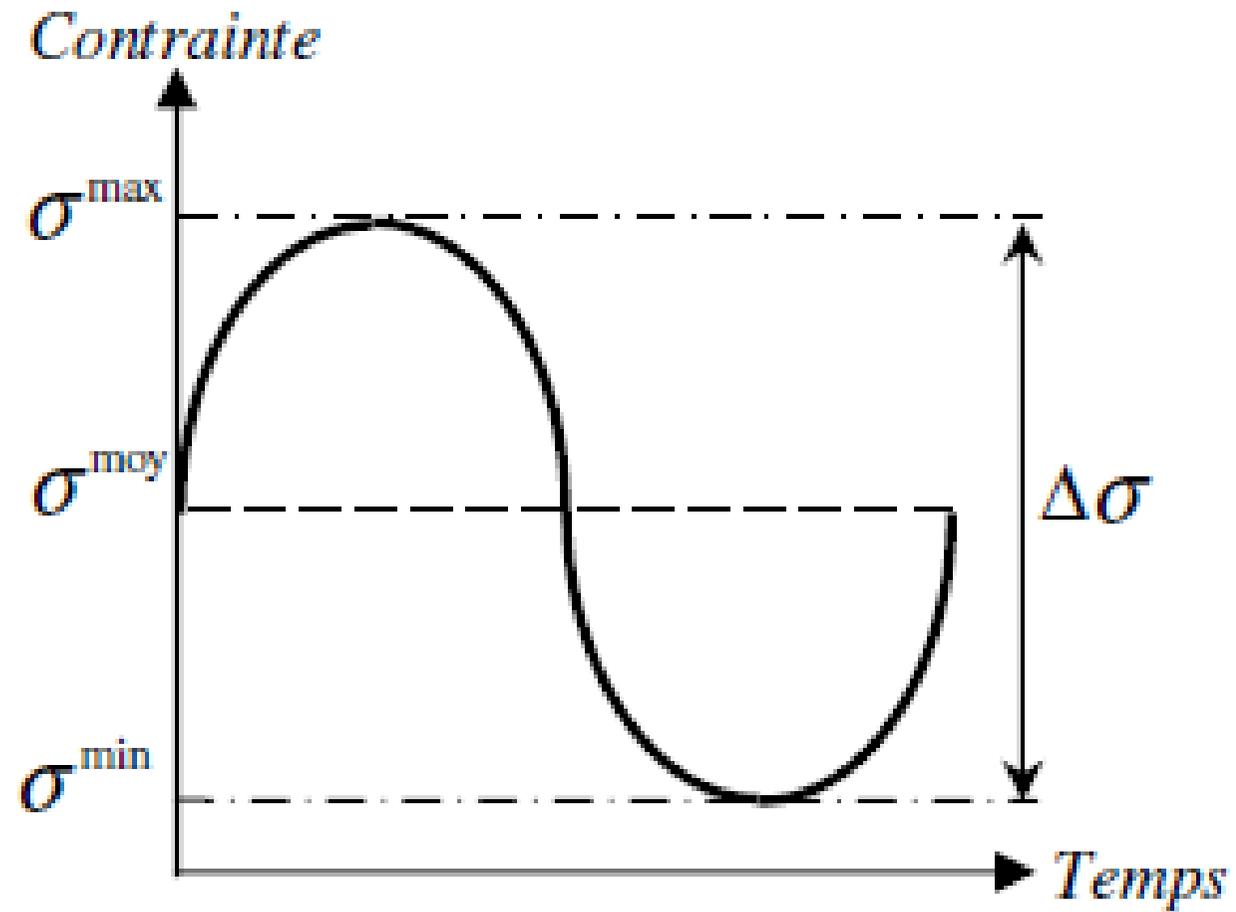
La fatigue est la modification des propriétés des matériaux consécutive à l'application de sollicitations cycliques. Elle produit en général des défaillances des structures qui conduisent à la fissuration et à la ruine des matériaux. Les composants mécaniques tels que les vilebrequins, les bielles, les pignons pour l'industrie automobile, les rails et essieux pour l'industrie ferroviaire ou encore les trains d'atterrissage, les aubes de turbines et de compresseurs pour l'industrie aéronautique, se détériorent souvent par fatigue. L'endommagement par fatigue, associé à plus de 50% des cas de défaillances des systèmes mécaniques, se manifeste en général par l'amorçage et la propagation de fissures.



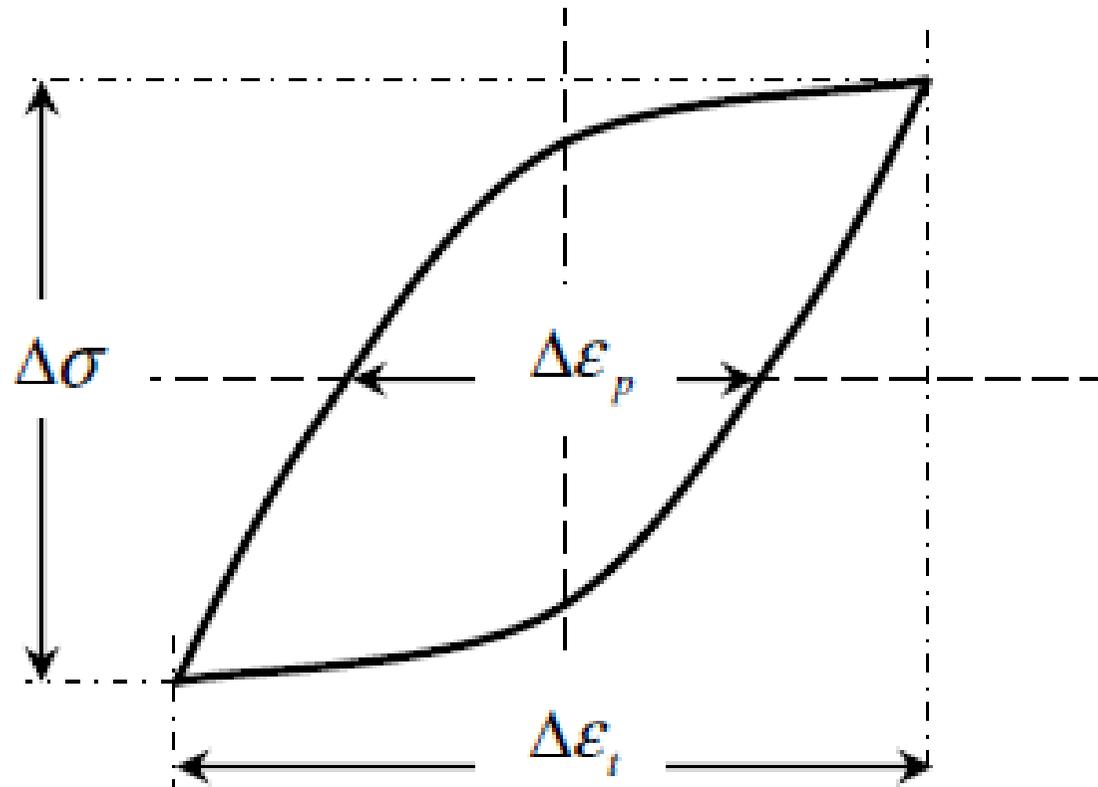
Dans la pratique des procédures de caractérisation du phénomène de fatigue, la période de l'amorçage (apparition de fissure) est traitée à l'aide d'essais sur des éprouvettes lisses (parfois entaillées) et l'on détermine alors une durée de vie en fonction d'une amplitude de contrainte ou de déformation.

La phase de propagation est quant à elle essentiellement étudiée à partir d'essais de fatigue sur des éprouvettes entaillées, la vitesse de fissuration est ensuite décrite en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes  $DK$ . C'est une des applications majeures du concept de FIC.

## Caractéristiques d'un cycle de contrainte



## Courbe contrainte-déformation en fatigue oligocyclique



# Fatigue par corrosion

Très comparable à la **corrosion** sous contrainte, le phénomène de **fatigue-corrosion** apparaît sous l'action conjuguée de l'environnement et d'une sollicitation cyclique. Il se manifeste par un abaissement de la résistance du matériau à la **fatigue**.

**Caractérisation au choc**

**Paramètres clés**

### **Définition du principe de l'essai de résilience**

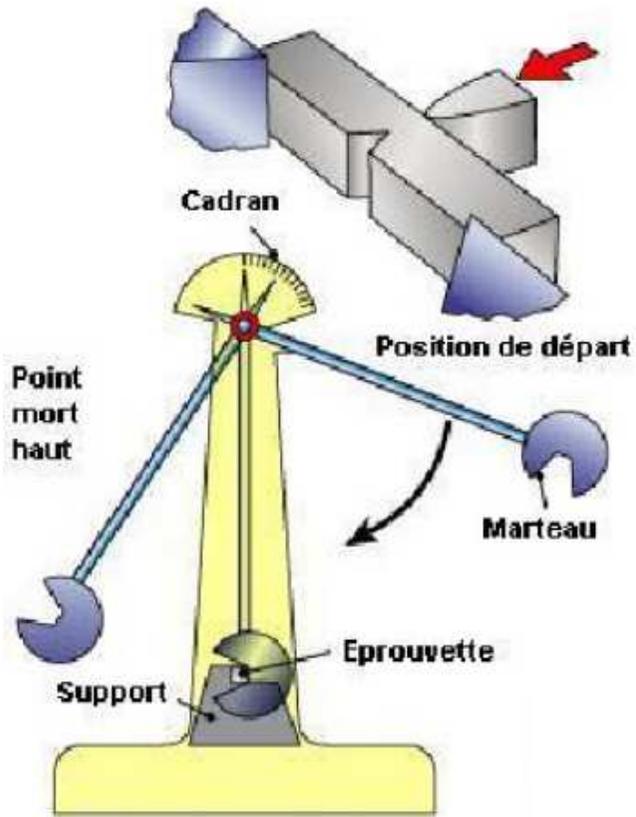
L'**essai de résilience** (essai au choc) consiste à rompre, par un seul choc, une éprouvette préalablement entaillée en son milieu et à mesurer l'énergie  $W$  (en joules) absorbée par la rupture. **La résilience** est définie par la lettre  $K$  (Joules/cm<sup>2</sup>)

L'**essai** se réalise sur une machine appelée mouton pendule rotatif. On mesure la **résistance au choc** du matériau.

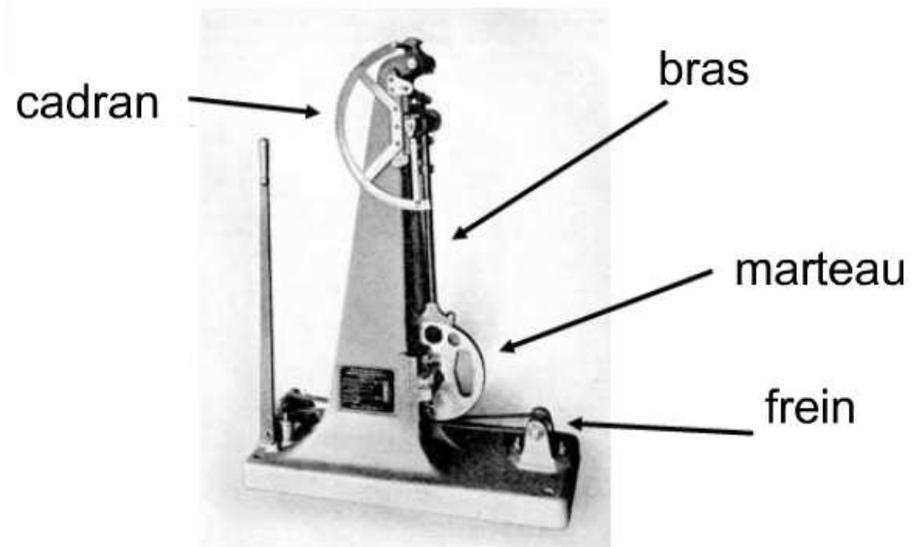
L'appareil utilisé est le mouton-pendule de Charpy. Une masse  $M$  portant un couteau  $C$  oscille dans un plan vertical autour d'un axe horizontal  $A$  à la manière d'un pendule.

L'éprouvette E fixée sur un support S est frappée par le couteau quand celui-ci passe par sa position la plus basse. Pour réaliser un essai, on écarte le bras du pendule d'un angle  $\alpha$  par rapport à sa position d'équilibre et on le lâche. Le pendule frappe l'éprouvette, la rompt et remonte jusqu'à un point P. Il fait alors un angle  $\alpha$  avec la verticale qui constituait sa position d'équilibre.

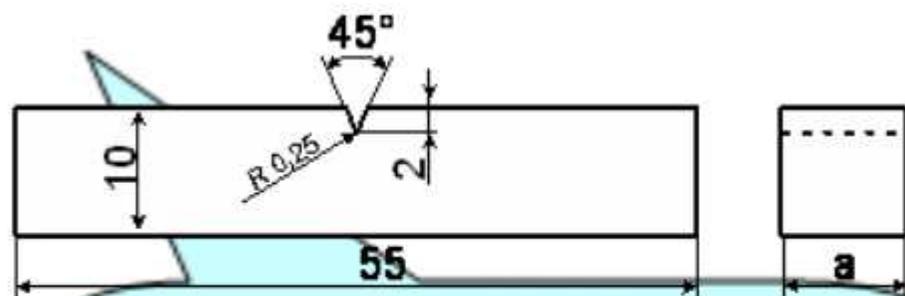
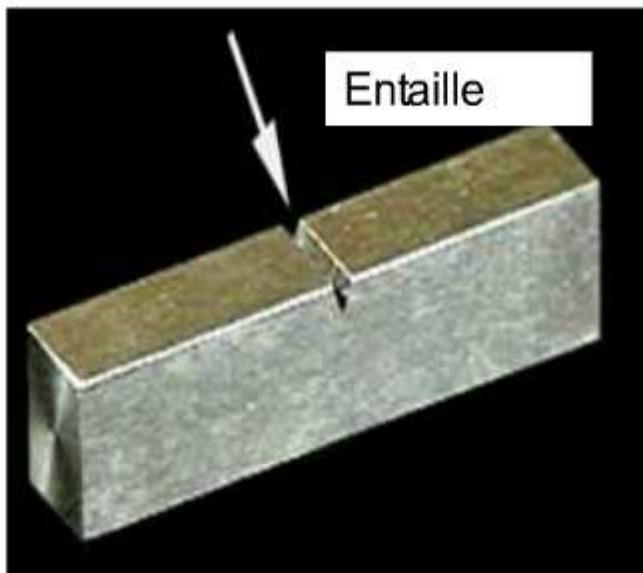
Les éprouvettes utilisées sont généralement des éprouvettes parallélépipédiques de 55 mm de long et de section carrée de 10 mm de côté. Elles présentent une entaille profonde de 5 mm terminée par un fond cylindrique de 1 mm de diamètre. Il existe des éprouvettes plus petites pour des essais de laboratoire.



### MOUTON CHARPY

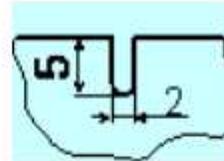


# EPROUVETTE CHARPY

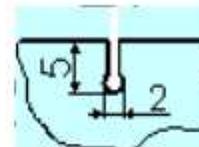


Dimensions  
10x10x55 mm

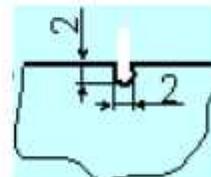
## AUTRES TYPES D'ÉPROUVETTES



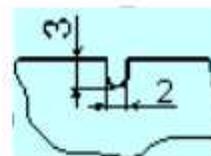
**Charpy U**



**Charpy trou  
de serrure**



**Mesnager**



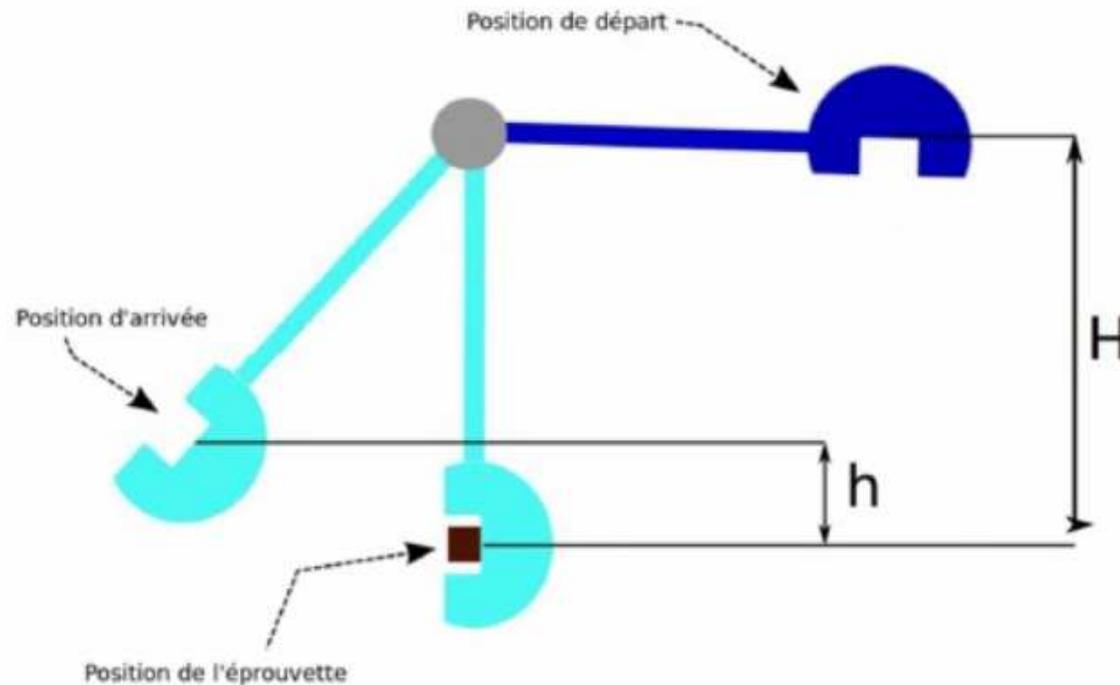
**DVM**

Dimensions de l'entaille en mm

C'est le barreau à entaille en V qui est le plus utilisé.

## Schématisation de l'essai de résilience

- Au départ, le pendule est placé à une hauteur paramétrée qui devra délivrer une énergie normalisée de 294 Joules (si l'on tient compte de la gravité de  $9,81 \text{ m/s}^2$ )
- Le pendule est libéré, ce qui grâce à son propre poids, provoquera un choc.
- L'éprouvette encaissera une partie du choc, mais sera brisée.
- Le pendule continuera dans son élan jusqu'à une certaine hauteur, ce qui permettra de mesurer l'énergie absorbée par l'éprouvette.



L'énergie obtenue « **K** » (en négligeant les frottements) est égale à :

$$\mathbf{K} = m \times g \times (H - h)$$

**m** = masse du mouton-pendule [kg]

**g** = Accélération terrestre. [m s<sup>-2</sup>] (9.80665)

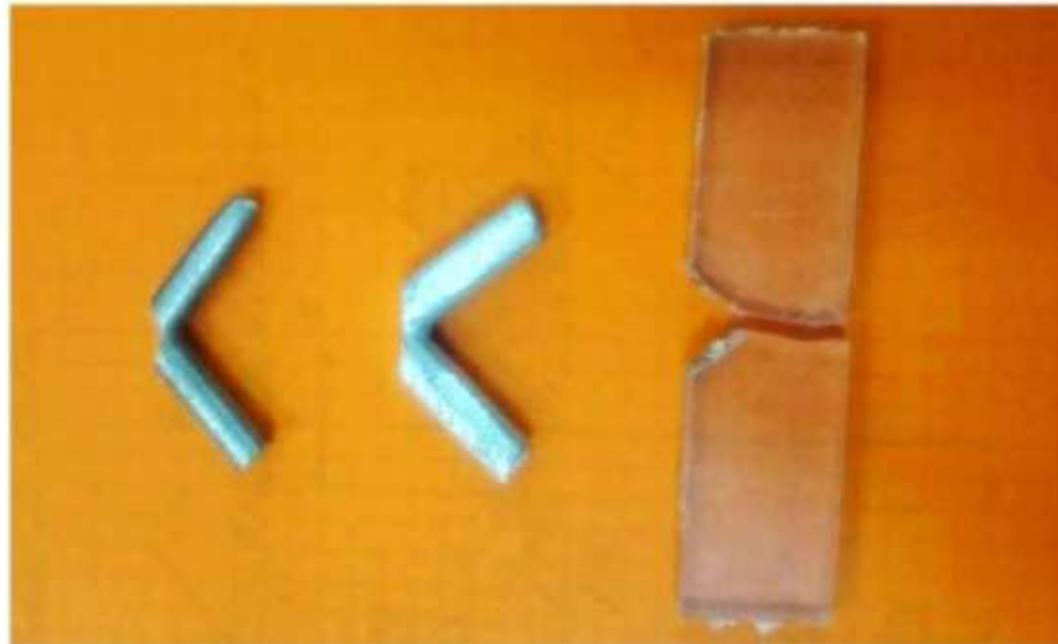
**H** = hauteur du mouton-pendule à sa position de départ [m]

**h** = hauteur du mouton-pendule à sa position d'arrivée [m]

La graduation de la machine permet généralement d'obtenir directement une valeur en joule.

## Exemple

nous avons utilisé 3 éprouvettes-échantillons pour tester : Plexiglas, Aluminium, Acier.



$$H = 0,85 \text{ M}, m = 10 \text{ Kg}, g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

### **Plexiglas :**

Nous avons obtenu une valeur de  $h = 0.7 \text{ m}$

$$K = m \times g \times (H-h)$$

$$K = 10 \times 9,81 \times (0,85-0,7) \quad \text{donc : } \boxed{K = 14,715 \text{ J}}$$



### **Aluminium :**

Nous avons obtenu une valeur de  $h = 0,45 \text{ m}$

$$K = m \times g \times (H-h)$$

$$K = 10 \times 9,81 \times (0,85-0,45) \quad \text{donc : } K = 39,24 \text{ J}$$



**Acier :**

Nous avons obtenu une valeur de  $h = 0.40 \text{ m}$

$$K = m \times g \times (H-h)$$

$$K = 10 \times 9,81 \times (0,85-0,40) \quad \text{donc : } \mathbf{K = 44,145 \text{ J}}$$





L'**essai Charpy** a pour but de mesurer la résistance d'un matériau à la rupture, nous avons testé trois types de matériaux : Plexiglas, Aluminium, Acier. Notre essai a montré que l'acier est plus résistant à la rupture, sachant que l'énergie nécessaire pour le rompre est de  $K = 44,14$  J, suivi par l'aluminium  $K = 39.24$  J puis vient le plexiglas avec une valeur de  $K = 14,71$  J.

D'après nos résultats, on peut classer les matériaux en fonction de leur résilience comme suit :

Acier > Aluminium > Plexiglas.

# DÉFINITION DE LA RÉSILIENCE

---

La résilience est le quotient de l'énergie de rupture  $U_r$  divisée par la section à rompre  $A$ .

Elle s'exprime en DaJ/cm<sup>2</sup> selon :

$$K_{CV} = \frac{U_r}{A}$$

## LA TÉNACITÉ $K_{IC}$

---

Pour les matériaux fragiles, la résistance à la rupture est appelée ténacité  $K_{IC}$ .

Elle se déduit de la contrainte globale critique par la relation:

$$K_{IC} = \sigma_g^c \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma$$

a taille de défaut,

$F_\sigma$  correction de géométrie,

$\sigma_g^c$  contrainte critique.

**FACTEUR**  
**D'INTENSITÉ DE**  
**CONTRAINTE**

# FACTEUR DE CONCENTRATION DE CONTRAINTE ÉLASTIQUE

---

Il existe deux définitions du facteur de concentration de contraintes élastiques  $k_t$ .

À partir de la contrainte globale :  $\sigma_{\max} = k_t \sigma_g$

À partir de la contrainte nominale :  $\sigma_{\max} = k_t \sigma_N$

Le facteur de concentration de contrainte élastique ne dépend que des géométries de la pièce et de l'entaille.

$$k_t = f\left(\frac{a}{D}, \frac{a}{\rho}\right)$$

# FACTEURS DE CONCENTRATION DE CONTRAINTES ET DE DÉFORMATION ÉLASTOPLASTIQUES

---

Les facteurs de concentration de contraintes et de déformation élastoplastique tiennent compte de la relaxation plastique qui se produit le plus souvent en fond d'entaille.

Définitions :

- Facteur de concentration de contraintes élastoplastique  $k_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_N}$
- Facteur de concentration de déformation élastoplastique  $k_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_N}$

## FACTEURS DE CONCENTRATION DE CONTRAINTE ET DE DÉFORMATION ÉLASTOPLASTIQUES

---

Les facteurs de concentration de contrainte et de déformation élastoplastique tiennent compte de la relaxation plastique qui se produit le plus souvent en fond d'entaille.

Définitions :

- Facteur de concentration de contrainte élastoplastique  $k_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_N}$
- Facteur de concentration de déformation élastoplastique  $k_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_N}$



La rupture est un problème auquel l'homme devra faire face aussi longtemps qu'il construira des édifices ou fabriquera des structures. Ce problème est de plus en plus crucial avec le développement, lié aux progrès technologiques, de structures complexes. Les avancées dans la connaissance de la mécanique de la rupture permettent aujourd'hui et plus précisément depuis le milieu du 20<sup>e</sup> siècle, de mieux prévenir le risque de rupture.

Cependant, beaucoup de mécanismes de rupture sont encore mal connus notamment lorsqu'on utilise de nouveaux matériaux ou de nouveaux procédés. Le coût des ruptures catastrophiques représente, d'après les études économiques réalisées depuis le début des années 80, près de 4% du PNB dans les pays industriels développés. On peut réduire ce coût d'environ 30% en appliquant correctement les concepts connus de la mécanique de la rupture et de 25% supplémentaires en développant davantage la recherche dans le domaine de la rupture.

On distingue deux catégories de rupture des structures :

- celle provenant d'une négligence dans la conception, dans la construction ou dans l'utilisation de la structure,
- et celle liée à l'utilisation d'un nouveau matériau ou d'un nouveau procédé, qui peut provoquer une rupture inattendue.

Dans le premier cas, le risque de rupture peut être évité dès lors que la structure est bien dimensionnée avec un choix de matériaux adaptés, et les chargements correctement évalués.

Dans le deuxième cas, la prévention de la rupture est plus délicate. Lorsque le concepteur utilise un nouveau matériau ou un nouveau procédé, il ne maîtrise pas forcément tous les facteurs car la mise en œuvre de nouvelles techniques, bien qu'elle procure des avantages, conduit inévitablement à des problèmes potentiels.

Ce sont peut-être les « bateaux de la liberté » (Liberty ship) de la seconde guerre mondiale qui illustrent le mieux le second cas de rupture. Ces bateaux, dont la coque était assemblée par soudage (et non plus par rivetage), coûtaient moins chers et étaient plus rapidement fabriqués que leurs prédécesseurs. Ce changement de procédé de fabrication qui constituait un progrès indéniable, conduisait cependant à des ruptures catastrophiques développées dans les joints de soudure. Aujourd'hui, la plupart des bateaux sont assemblés par soudage mais le progrès des connaissances et l'utilisation des doubles coques en aciers plus adaptées, permettent de mieux maîtriser ce risque de rupture.

L'utilisation des matériaux polymères procure, dans certaines applications, un avantage par rapport à d'autres matériaux. Toutefois, cette utilisation peut aussi conduire au deuxième cas de rupture. Par exemple, les conduites en polyéthylène utilisées pour le



transport du gaz naturel, facilitent les opérations de maintenance puisque l'intervention sur ces conduites est opérée sur une faible longueur : on pince le tuyau de part et d'autre de la zone d'intervention et ainsi, on provoque localement l'arrêt de l'écoulement du gaz, sans qu'il soit nécessaire d'arrêter tout le système. Cependant, ce nouveau procédé qui réduit incontestablement le coût de la maintenance, peut engendrer une rupture du type 2. En effet, des fuites de gaz qui conduisaient parfois à des endommagements importants apparaissaient régulièrement sur ces conduites. L'examen des zones de fuite a montré que des fissures se développaient dans la partie pincée de la conduite ; ces fissures initialement situées à l'intérieur de la paroi se propageaient sous l'effet de la pression du gaz pour ensuite traverser la paroi et donc conduire à des fuites de gaz. Ces accidents ne remettaient pas en cause le nouveau procédé de pinçage des conduites de polyéthylène : l'utilisation de nouvelles nuances de polyéthylène, de densité plus faible, réduisît ce risque de rupture.

Certaines ruptures catastrophiques sont à la fois de type 1 et 2. Par exemple, l'accident survenu en 1986 sur la navette spatiale Challenger – l'engin explosa avec des passagers à bord – fut provoqué parce qu'un joint de bague dans l'un des propulseurs a mal réagi à la baisse de température liée à l'altitude. Les technologies nouvelles utilisées pour la conception de la navette pouvaient en effet conduire à des défaillances de type 2. Cependant, certains ingénieurs souhaitaient retarder le lancement de la navette : ils suspectaient un problème potentiel dans les joints de bague avec risque de rupture (de type 1 dans ce cas).



Durant les dernières décennies, le développement de la mécanique de la rupture a incontestablement conduit à une meilleure fiabilité des structures. Il est difficile d'en donner une estimation en termes de coût et surtout de vies humaines sauvées. Lorsque les concepts de la mécanique de la rupture sont correctement appliqués, le type 1 de rupture peut être évité et la fréquence des ruptures de type 2 est aussi réduite.

## **Aperçu historique sur la rupture**

Eviter la rupture n'est pas en soi une idée nouvelle : les concepteurs des structures de l'Égypte des pharaons ou ceux de l'empire romain nous ont laissé des édifices que l'on peut encore contempler (pyramides, ponts ...). Les matériaux utilisés avant la révolution industrielle étaient cependant limités pour l'essentiel au bois de construction, à la pierre ou à la brique et au mortier. La brique et le mortier sont relativement fragiles lorsqu'ils sont utilisés en traction. Pour ces raisons, toutes ces structures anciennes (pyramides, ponts romains...) qui ont su résister au temps, étaient chargées en compression - en fait, toutes les structures de l'époque précédant la révolution industrielle étaient conçues pour des chargements en compression. Il a fallu attendre la révolution industrielle au début du 19<sup>e</sup> siècle, avec l'utilisation de l'acier, pour pouvoir enfin concevoir des structures capables de résister à des charges de traction. La comparaison des anciens ponts romains avec les ponts modernes de structure métallique montre bien que les premiers étaient effectivement chargés en compression alors que les seconds le sont plutôt en traction.



L'utilisation de nouveaux matériaux ductiles (acier et autres alliages métalliques) pour des chargements en traction conduisit cependant à quelques problèmes. Des ruptures se produisaient parfois pour des niveaux de charges bien inférieurs à la limite d'élasticité. Dans un premier temps, ces risques de rupture ont été réduits en surdimensionnant les structures. Mais cette solution devint insatisfaisante compte tenu des nécessités d'une part d'alléger de plus en plus les structures, et d'autre part de réduire les coûts. La recherche en mécanique de la rupture devait donc être développée.

Les premiers essais de rupture ont été menés par Léonard de Vinci (1452-1519) bien avant la révolution industrielle : il a montré que la résistance à la traction d'un fil de fer variait inversement avec la longueur de ce fil. Ce résultat suggérait déjà que les défauts contenus dans le matériau contrôlaient la résistance de celui-ci : plus le volume est important (fil de fer long) plus la probabilité de présence de fissure est importante.

A vertical blue bar with a slight gradient and rounded ends is positioned on the left side of the slide.

Cette interprétation qualitative fût précisée plus tard en 1920 par Griffith qui établit une relation directe entre la taille du défaut et la contrainte de rupture. S'appuyant sur les travaux d'Inglis, Griffith appliqua l'analyse des contraintes autour d'un trou elliptique à la propagation instable d'une fissure. Il formula ainsi à partir du premier principe de la thermodynamique, une théorie de la rupture : un défaut devient instable et conduit à la rupture lorsque la variation d'énergie liée à une propagation du défaut atteint l'énergie spécifique du matériau. Cette théorie prédit correctement la relation entre la contrainte de rupture et la taille du défaut dans les matériaux fragiles. Cependant, dans les matériaux ductiles et notamment dans les alliages métalliques, l'avancée d'un défaut s'accompagne d'une importante dissipation d'énergie due à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure, énergie dont la théorie de Griffith ne tient pas compte (puisque elle ne considère que l'énergie de création de surface). Il a fallu attendre les travaux d'Irwin en 1948 pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles : Irwin inclut dans le bilan énergétique, l'énergie due à la plastification.



La mécanique de la rupture passa du stade de curiosité scientifique à celui d'une discipline scientifique largement utilisée dans l'ingénierie de la construction, après l'expérience des bateaux de la liberté. Le principe de conception de ces bateaux avec une coque entièrement soudée remporta un grand succès jusqu'au jour où l'un de ces navires se fissura en deux parties dans les eaux froides entre la Sibérie et l'Alaska. Une dizaine d'autres navires sur les 2700 en service, subirent ensuite le même sort. Les analyses des causes de rupture montraient que celles-ci provenaient de la combinaison de trois paramètres :

- les joints de soudures contenaient des fissures,
- la plupart de ces fissures qui conduisaient à la rupture, se développaient à partir de zones de forte concentration de contrainte,
- l'acier de construction utilisé pour ces bateaux, qui convenait pour les assemblages par rivetage (puisque il n'y avait pas de risque pour une fissure de traverser toute la coque), avait une faible ténacité.



Dès l'instant où la cause des ruptures était clairement identifiée, des plaques en acier de meilleure ténacité furent fixées près des zones de forte concentration des contraintes pour arrêter la propagation des fissures. On développa ensuite des aciers de forte ténacité et on améliora le procédé de soudage ; c'est dans ces années après guerre qu'un groupe de chercheurs dirigé par Irwin étudia en détail le problème de la rupture au laboratoire national de recherche de la marine américaine.

Irwin considéra que les outils fondamentaux pour étudier la rupture existaient et proposa en 1948, une extension de l'approche de Griffith aux matériaux ductiles en y incluant le terme de dissipation d'énergie due à l'écoulement plastique près des extrémités d'une fissure. Il développa ensuite en 1956 le concept de taux de restitution d'énergie à partir toujours de la théorie de Griffith mais sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard sur l'analyse des champs de déplacements et de contraintes élastiques près de l'extrémité d'une fissure sous chargement donné, Irwin montra que ces déplacements et ces contraintes pouvaient être décrits à l'aide d'un paramètre unique défini en liaison avec le taux de restitution d'énergie. Ce paramètre issu de la mécanique linéaire de la rupture, est le facteur d'intensité des contraintes (FIC).

Les nouveaux concepts de la mécanique de la rupture furent ensuite utilisés pour montrer que la plupart des ruptures dans les fuselages d'avions étaient dues à des fissures de fatigue qui atteignaient une taille critique (accidents avions Comet en 1954). Ces fissures prenaient naissance près des hublots dans les coins qui constituent des zones de forte concentration des contraintes. Les ruptures qui se produisaient dans les essieux d'engins roulants ou encore dans les rotors des turbines à vapeur furent aussi expliquées grâce à l'application de ces nouveaux concepts. Le concept de FIC fut également utilisé par Paris et Erdogan pour décrire la propagation des fissures de fatigue : les courbes de propagation de ces fissures remplacèrent peu à peu les courbes d'endurance ; ce qui permit une meilleure prédiction des durées de vie des structures.

La période entre 1960 et 1980 vit une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles concurrentes. D'un côté, les tenants de l'approche par la mécanique linéaire de la rupture et de l'autre, les partisans de la plastification développée à l'extrémité d'une fissure. La mécanique linéaire de la rupture cesse d'être valable lorsqu'une plastification importante précède la rupture. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs (Irwin, Dugdale et Barenblatt ...) proposèrent une « correction de zone plastique » : la taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC.

## Utilisation de la mécanique de la rupture en conception

Deux approches sont utilisées pour le dimensionnement des structures (cf. figure 1). La première, la plus classique, repose sur la limite d'élasticité du matériau  $\sigma_E$ , alors que la seconde s'appuie sur le concept de ténacité  $K_C$  issu de la mécanique linéaire de la rupture (MLR).

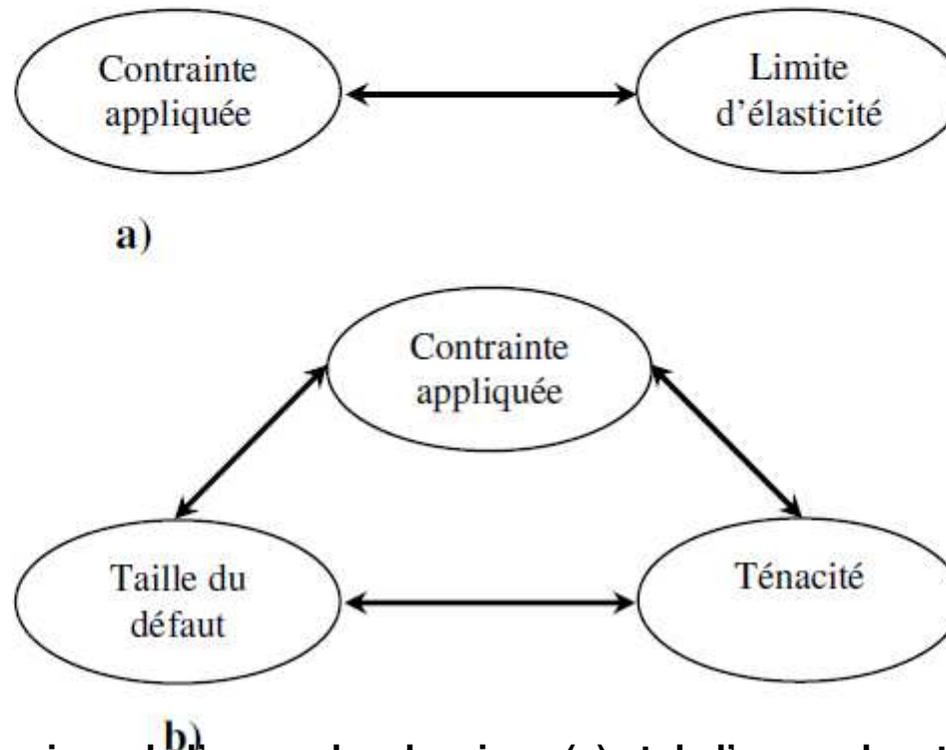


Figure 1 : Comparaison de l'approche classique (a) et de l'approche utilisant la MLR (b)



# Concentration des contraintes près des entailles

Voire TD n°02

# Concentration des contraintes près des entailles

## 1 Introduction

Les calculs de dimensionnement des structures sont principalement basés sur la théorie de l'élasticité. Lorsque la limite d'élasticité est dépassée, des déformations plastiques se développent, ce qui nécessite l'utilisation des théories plus compliquées de la plasticité. Cependant, la fatigue des matériaux ou encore la corrosion sous tension, se produisent le plus souvent à des niveaux de contrainte relativement bas où la théorie de l'élasticité est applicable.

Dans les structures, des entailles géométriques dues à des changements brusques de section (épaulements, gorge, cannelure, orifice de lubrification ...) sont souvent inévitables compte tenu de leur rôle fonctionnel. Au voisinage de ces incidents de forme, les répartitions des contraintes sont inhomogènes et conduisent à des concentrations de contraintes : la figure III.1 illustre ces concentrations où l'on observe que la contrainte atteinte à la racine du trou est bien plus élevée que la contrainte nominale  $\sigma_{\text{nom}}$  de traction appliquée à la plaque.

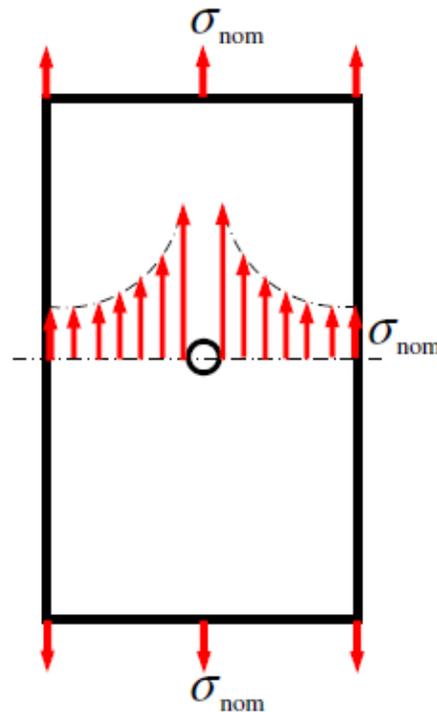


Figure III.1 Répartition des contraintes autour d'un trou dans une plaque

Le facteur de concentration des contraintes est le rapport de la contrainte maximale ( $\sigma_{\max}$ ) observée à la racine de l'incident de forme sur la contrainte nominale ( $\sigma_{\text{nom}}$ ) à laquelle la structure est soumise. Ce facteur, noté  $K_t$ , est donné par :

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}}$$

**III.1**

### III.2 Détermination théorique du facteur de concentration de contraintes

Considérons une plaque avec un trou elliptique central, très petit par rapport aux dimensions de la plaque (figure III.2a).

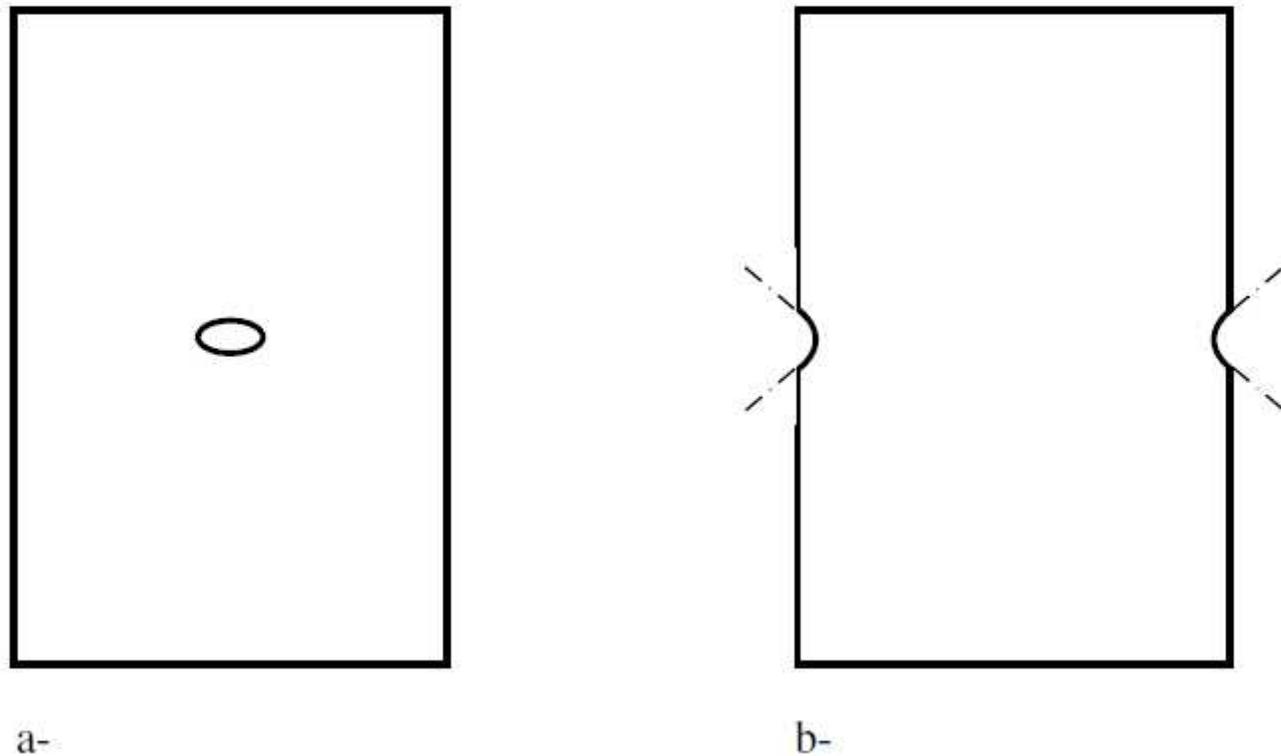


Figure III.2 a- Entaille elliptique et b- entaille hyperbolique

### III.2.1 Plaque uniformément chargée

La figure III.4 représente une plaque uniformément chargée, autrement dit, la contrainte  $\sigma^\infty$  appliquée à la plaque est perpendiculaire en tout point à ses extrémités. Cette plaque est percée d'un très petit trou elliptique.

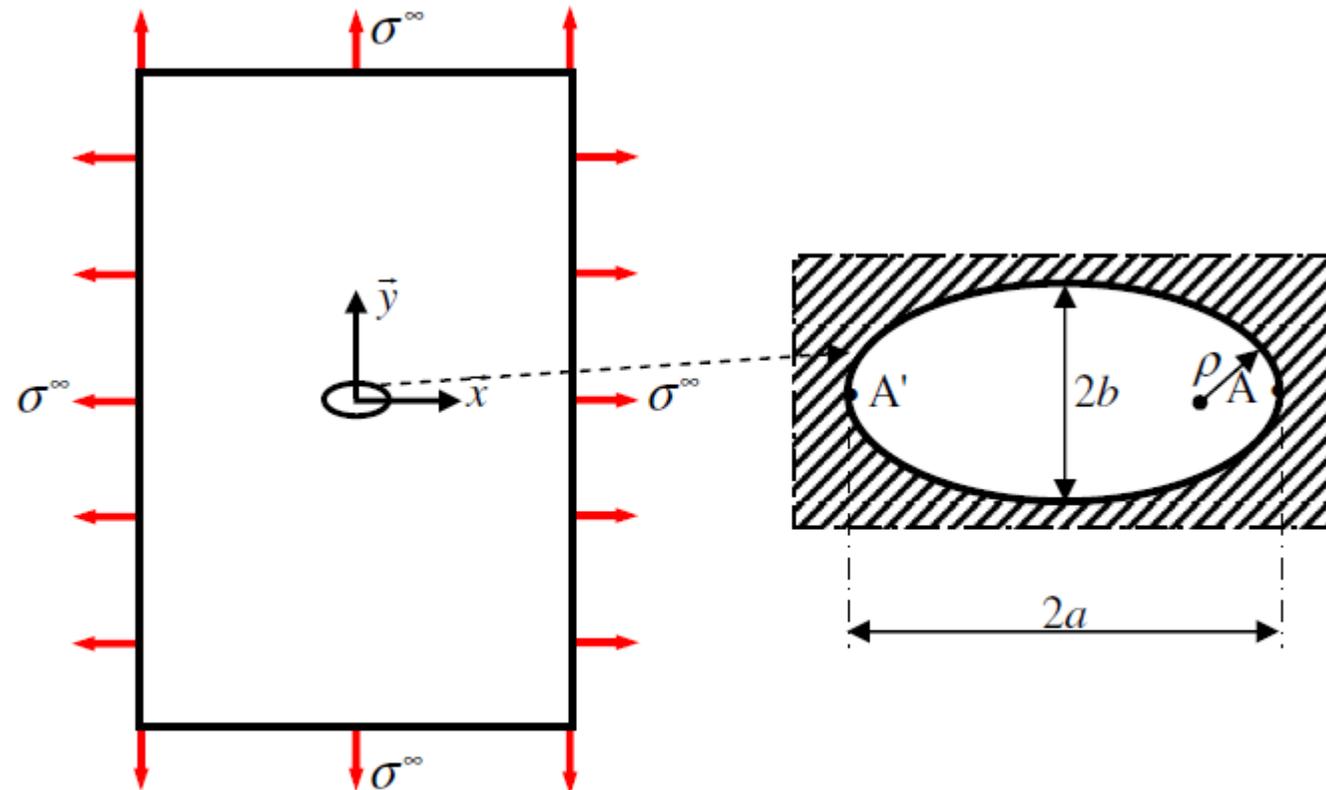


Figure III.4 Plaque uniformément chargée percée d'un trou elliptique de rayon à fond d'entaille  $\rho$

- Les conditions limites aux bords de la plaque, c'est-à-dire à l'infini compte tenu de la taille importante de la plaque comparée à celle du trou elliptique, sont données par :

$$\sigma_x^\infty = \sigma_y^\infty = \sigma^\infty \quad \text{et} \quad \sigma_{xy}^\infty = 0$$

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} = \frac{\sigma_\beta^{\max}}{\sigma^\infty} = 2 \frac{a}{b}$$

Le rayon  $\rho$  à fond d'une entaille elliptique de grand axe  $a$  et de petit axe  $b$  s'exprimant par  $\rho = b^2/a$ , le facteur  $K_t$  peut aussi s'écrire :

$$K_t = 2\sqrt{\frac{\rho}{a}}$$

Pour un trou circulaire, le facteur  $K_t$  vaut 2 et il tend vers l'infini lorsque  $b \ll a$  ou lorsque  $\rho$  tend vers 0, ce qui suggère que les contraintes sont infinies à l'extrémité d'une fissure dans un matériau élastique.

### III.2.2 Plaque percée d'un trou elliptique sollicitée en traction simple

- Les conditions limites aux bords de la plaque (figure III.5), sont données par :

$$\sigma_y^\infty = \sigma^\infty \quad \text{et} \quad \sigma_x^\infty = \sigma_{xy}^\infty = 0$$

- Les conditions limites aux extrémités d'un trou elliptique, c'est-à-dire pour  $\alpha = \alpha_0$ , sont comme dans le cas précédent (plaque uniformément chargée) données par les relations [II.3b].

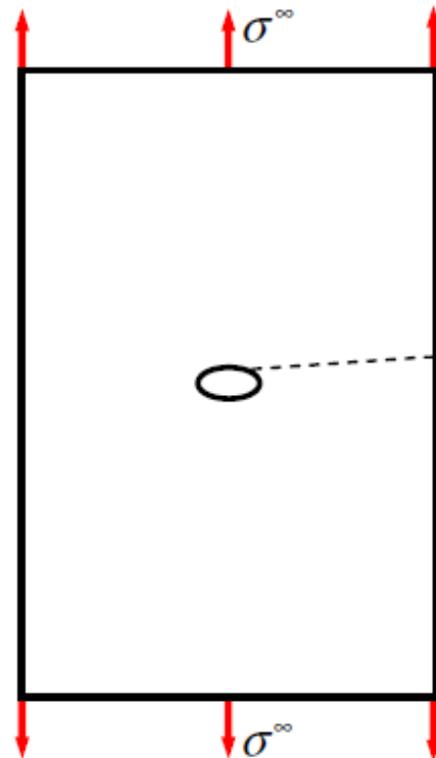
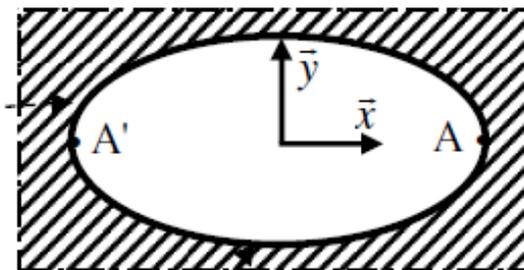


Figure III.5 Plaque chargée en traction simple, percée d'un trou elliptique de rayon à fond d'entaille  $\rho$



Ellipse  $\alpha = \alpha_0$

$$\sigma_{\beta}^{\max} = \sigma^{\infty} \left( 1 + 2 \frac{a}{b} \right)$$

et le facteur de concentration des contraintes est alors donné par :

$$K_t = 1 + 2 \frac{a}{b}$$

ou encore en fonction du rayon à fond d'entaille  $\rho$  :

$$K_t = 1 + 2 \sqrt{\frac{\rho}{a}}$$

Pour un trou circulaire, le facteur  $K_t$  vaut 3 et lorsque l'entaille tend vers la fissure ( $b \ll a$  ou  $\rho \rightarrow 0$ ), les contraintes sont infinies.

## Influence de la géométrie et du chargement sur le facteur de concentration des contraintes

La détermination théorique du facteur de concentration de contraintes du paragraphe précédent considère que les dimensions de l'entaille sont faibles par rapport à celles de la structure. Seules les dimensions de l'entaille ( $a$  et  $b$  pour une entaille elliptique et diamètre  $D$  lorsque l'entaille est circulaire) interviennent dans l'approche théorique.

Considérons à présent une plaque sollicitée en traction, de largeur  $W$  et de longueur  $L$ , percée en son centre d'un trou circulaire de diamètre  $D$ . La figure III.10 montre deux plaques avec cette configuration de chargement, de dimensions différentes, mais ayant les mêmes rapports  $D/W$  et  $D/L$ .

Le facteur de concentration des contraintes  $K_t$  est un rapport sans dimension, il ne peut donc dépendre que des rapports géométriques. Si toutes les dimensions de la plaque 2 sont par exemple doubles de celles de la plaque 1 (figure III.10), les déformations sont les mêmes et la répartition des contraintes est similaire dans les deux plaques : le facteur  $K_t$  et la contrainte maximale  $\sigma^{\max}$  atteinte à la racine de l'entaille sont les mêmes. Cependant, le gradient de contrainte, qui n'est pas sans dimension, est différent : ce paramètre est inversement proportionnel au rayon à fond d'entaille ( $\rho = D/2$  dans l'exemple de la figure III.10). Par conséquent la plaque 2, comparée à la plaque 1, a un plus grand volume adjacent à la racine de l'entaille et une plus grande surface d'entaille qui sont plus sollicités : la probabilité d'amorçage de fissure est donc plus grande pour la plaque 2. Ce constat permet d'appréhender les effets d'échelle en fatigue.

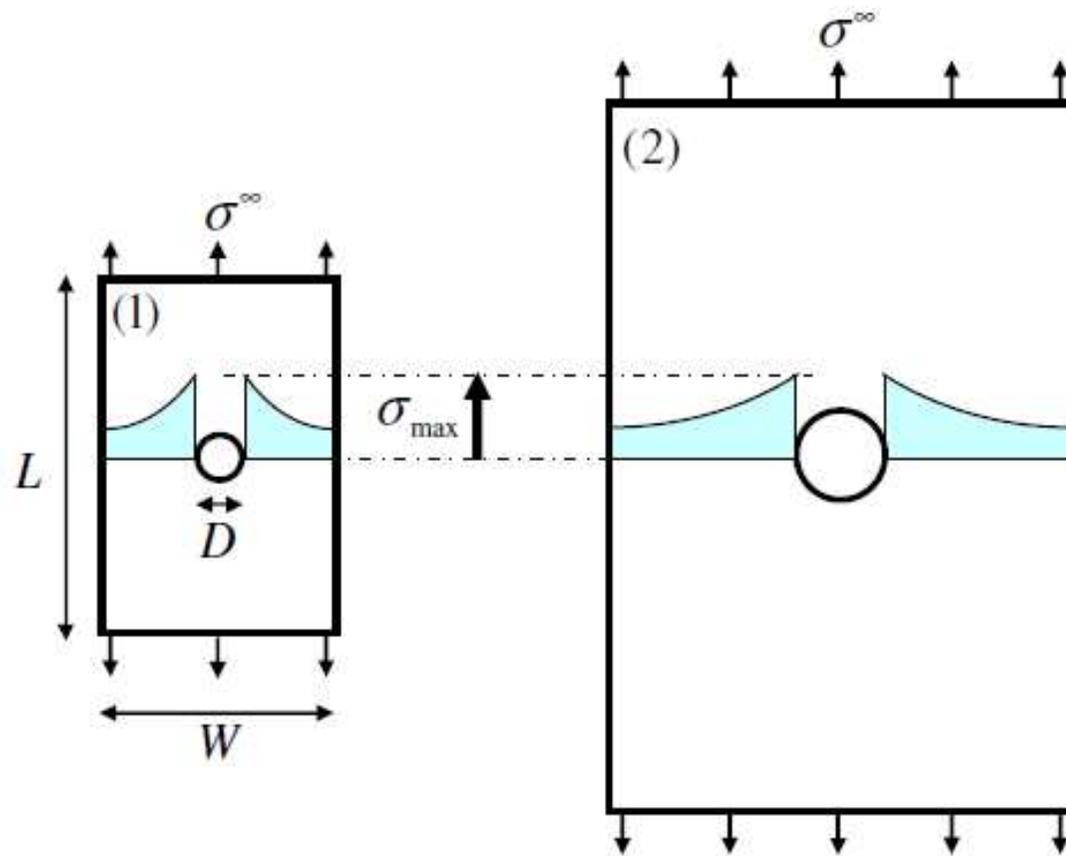


Figure III.10 Plaques similaires ayant le même  $K_t$  mais des gradients de contraintes différents

Plusieurs manuels spécialisés donnent les valeurs du facteur de concentration des contraintes pour un grand nombre de géométries d'entaille et de configurations de chargement<sup>4-5</sup>. On va examiner, dans le cadre de ce cours qui ne prétend pas à l'exhaustivité en la matière, quelques exemples illustrant l'effet de la forme de l'entaille et du chargement sur la concentration de la contrainte.

La figure III.11 montre la variation du facteur  $K_t$  dans une plaque, entaillée sur ses bords ou percée d'un trou circulaire, soumise à une traction simple : ces géométries sont fréquemment utilisées pour les essais de fatigue en laboratoire. Lorsque le rayon  $r$  de l'entaille augmente, le facteur  $K_t$  diminue, mais cette diminution est moins prononcée pour la plaque avec un trou central. Quand  $2r/W \rightarrow 1$ ,  $K_t \rightarrow 1$  dans la plaque entaillée sur ses bords alors que  $K_t \rightarrow 2$  quand l'entaille est centrale. La valeur du  $K_t$  peut aussi dépendre de la longueur  $L$  de la plaque mais cette influence est négligeable lorsque  $L \geq 2W$ .

<sup>4</sup> R. E. Peterson, « Stress concentrations Factors », John Wiley & Sons, New York, 1974

<sup>5</sup> « Stress concentrations Factors », ESDU Engineering Data, Structures, London, 1995

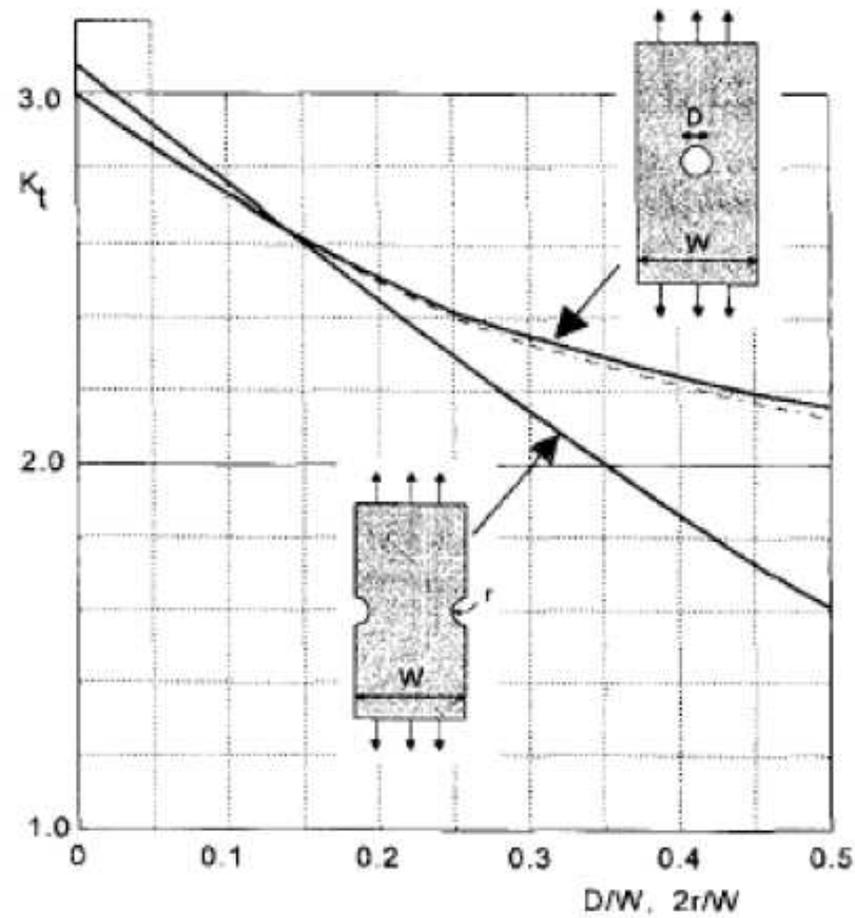


Figure III.11 Facteur  $K_t$  pour une plaque entaillée sur les bords ou percée d'un trou circulaire central

La variation de la courbe  $K_t(D/W)$  pour la plaque trouée au centre peut être décrite par une relation polynomiale simple proposée par Heywood<sup>6</sup> et donnant de façon assez précise la valeur du facteur de concentration des contraintes :

$$K_t = 2 + \left(1 - \frac{D}{W}\right)^3$$

Parmi les formules les plus connues permettant le calcul du  $K_t$ , on peut citer les formules de Neuber<sup>7</sup> adaptées à des éléments de structures très courants, tels des arbres avec gorge, ou épaulement, ou encore des plaques avec épaulement (figure III.12) :

$$K_t = 1 + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{aK_p}\right)^2 + \left(\frac{1}{bK_q}\right)^2}}$$

$$\text{où } K_p = \sqrt{1 + \frac{d}{2r}} - 1 \text{ et } K_q = \frac{1}{\sqrt{\frac{2r}{D-d}}}$$

<sup>6</sup> R.B. Heywood, « Designing against fatigue », Chapman and Hall, 1962

<sup>7</sup> H. Neuber, « Theory of notch stresses », J. D. Edwards and A. Arbor eds., 1946

Les coefficients  $a$  et  $b$  ont pour valeurs, selon l'élément de structure et le type de sollicitation :

a- Arbre avec gorge semi circulaire

Traction :	$a = 1,197$	$b = 1,871$
Flexion :	$a = 0,715$	$b = 2$
Torsion :	$a = 0,365$	$b = 1$

b- Arbre avec épaulement simple

Traction :	$a = 0,88$	$b = 0,843$
Flexion :	$a = 0,541$	$b = 0,843$
Torsion :	$a = 0,263$	$b = 0,843$

c- Arbre avec double épaulement

Si  $L > 2d$ , même valeur de  $a$  et  $b$  que le cas précédent

Sinon ( $L < 2d$ ), même valeur de  $a$  et  $b$  mais en remplaçant dans la relation [II.15]  $D$  par un diamètre équivalent,  $D_{eq}$ , donné par :

$$D_{eq} = d + 0,3L$$

d- Plaque avec épaulement simple

Traction :         $a = 1,938$          $b = 0,917$

Flexion :          $a = 0,653$          $b = 1,095$

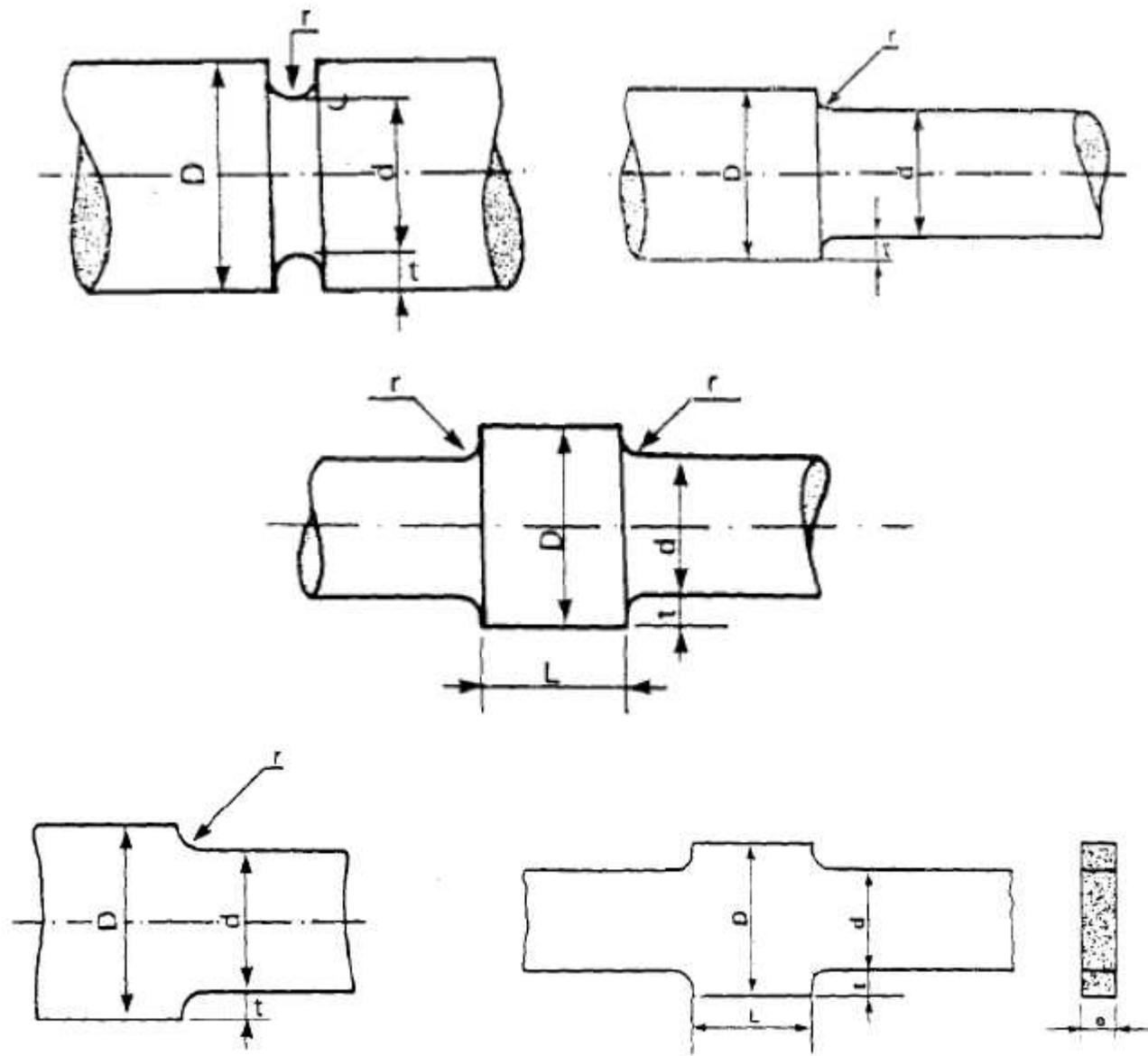
e- Plaque avec double épaulement

Si  $L > 2d$ , même valeur de  $a$  et  $b$  que le cas précédent

Sinon ( $L < 2d$ ), même valeur de  $a$  et  $b$  mais en remplaçant  $D$  par

$$D_{eq} = d + 0,3L.$$

Éléments de structures dont le  $K_f$  est donné par l'équation





# **Facteur d'intensité des contraintes**

**Voire TD n°03**

## Intensification des contraintes près des fissures

### Introduction

La concentration des contraintes au voisinage d'une entaille, étudiée dans le chapitre précédent, a permis d'introduire le facteur de concentration des contraintes  $K_t$ , un paramètre important pour caractériser la sévérité d'une entaille. Ce paramètre est défini pour une plaque percée d'un trou de forme elliptique à partir des longueurs  $2a$  et  $2b$  des petit axe et grand axe de l'ellipse, ou de  $a$  et du rayon à fond d'entaille  $\rho = b^2 / a$  :

$$K_t = 1 + 2\frac{a}{b} \quad \text{ou} \quad K_t = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

Une fissure peut être considérée comme une entaille elliptique très aplatie, c'est-à-dire avec  $b \ll a$  ou encore  $\rho \ll a$ . Dans ces conditions,  $K_t \rightarrow \infty$  et le concept de facteur de concentration des contraintes ne peut alors décrire la répartition des contraintes à l'extrémité d'une fissure. Il est donc nécessaire d'introduire un nouveau paramètre pour caractériser cette répartition : s'appuyant sur les travaux de Westergaard<sup>1</sup>, Irwin<sup>2</sup> proposa le concept de Facteur d'Intensité des Contraintes (FIC). L'application du concept de FIC à la description de la propagation des fissures est appelée communément *Mécanique Linéaire de La Rupture*.

L'utilisation du FIC comme paramètre unique pour décrire la répartition des contraintes au voisinage d'une fissure est justifiée par les similitudes que l'on peut observer entre différentes fissures soumises à des contraintes de traction. La figure IV.1 montre des clichés obtenus par la méthode photo-élastique pour trois fissures différentes dans une plaque chargée en traction. Ces clichés montrent des franges très similaires, ce qui suggère qu'il en est de même de la répartition des contraintes aux extrémités de ces fissures.

Le concept de FIC est présenté dans ce chapitre. Pour la détermination théorique du champ des contraintes et des déplacements à l'extrémité d'une fissure, on utilise l'approche de Westergaard qui s'appuie sur la méthode de fonction d'Airy décrite par les potentiels complexes étudiés au chapitre II.

L'approche de Westergaard considère une fissure dans un milieu infini et s'intéresse au voisinage immédiat de l'extrémité d'une fissure. Les champs de contraintes et de déplacements, valables uniquement dans ce voisinage immédiat, sont appelés champs asymptotiques.

<sup>1</sup> H.M. Westergaard, *Bearing pressures and cracks*, Journal of Applied Mechanics, p. A49-A53, 1939

<sup>2</sup> G.R. Irwin, *Analysis of Stresses and Strains near the end of a crack traversing a plate*, , Journal of Applied Mechanics, p. 361-364, 1957

## Modes de sollicitation des fissures

Si on considère une fissure dans un plan, on distingue selon la direction de sollicitation trois modes de déplacement des lèvres de la fissure. Ces modes indiqués sur la figure IV.2 correspondent à différentes cinématiques de déplacement des lèvres de la fissure :

- **Mode I ou mode d'ouverture** ; le champ de déplacement relatif des lèvres de la fissure est défini par :

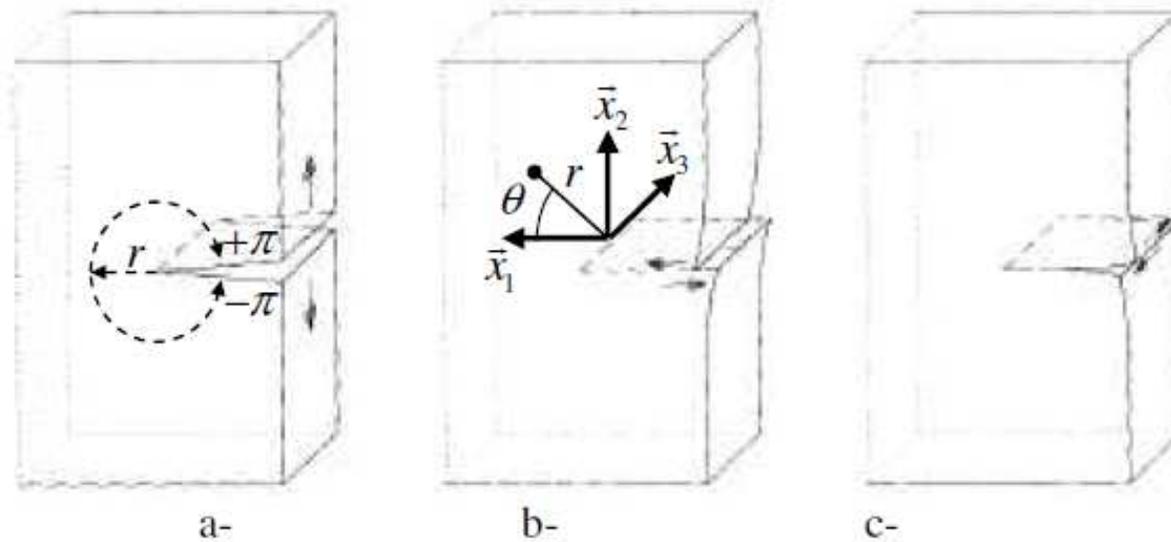
$$u_1 = 0, \quad u_2(x_1) \neq 0, \quad u_3 = 0$$

- **Mode II ou mode de cisaillement plan** ; le champ de déplacement relatif des lèvres de la fissure est défini par :

$$u_1(x_1) \neq 0, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = 0$$

- **Mode III ou mode de cisaillement antiplan** ; le champ de déplacement relatif des lèvres de la fissure est défini par :

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 0, \quad u_3(x_1) \neq 0$$



Modes de sollicitation d'une fissure : a- mode I ou mode d'ouverture  
 b- mode II ou de cisaillement plan c- mode III ou de cisaillement antiplan

Les modes I et II correspondent à des sollicitations planes, ce qui n'est pas le cas du mode III. Le mode I conduit à une discontinuité des déplacements selon la direction  $\bar{x}_2$  :  $u_2(r, -\pi) = -u_2(r, \pi)$  ; alors que dans le mode II, la discontinuité est selon la direction  $\bar{x}_1$  :  $u_1(r, -\pi) = -u_1(r, \pi)$ .

Les modes II et III se produisent lorsque les fissures sont soumises à des contraintes cycliques de cisaillement. Cependant, l'expérience montre que les fissures qui s'amorcent sous ces modes de sollicitations, ont tendance très rapidement à se propager perpendiculairement à la direction de sollicitation, c'est-à-dire en mode d'ouverture qui est le plus endommageant.

Les fissures en service ne se présentent pas toujours dans la configuration schématisée sur la figure .2. Lorsqu'elles sont suffisamment longues, elles traversent en général les structures minces telles des plaques, par exemple. Dans les structures plus épaisses, elles peuvent être de coin ou de surface. La figure 3 montre par exemple les différentes configurations de fissures que l'on peut observer au voisinage d'une entaille circulaire. Une fissure traversante avec un front bien défini est généralement traitée comme un problème bi dimensionnel. Pour les fissures de coin ou de surface, on a recours à des calculs tri dimensionnels pour déterminer les champs de contraintes et de déplacements.

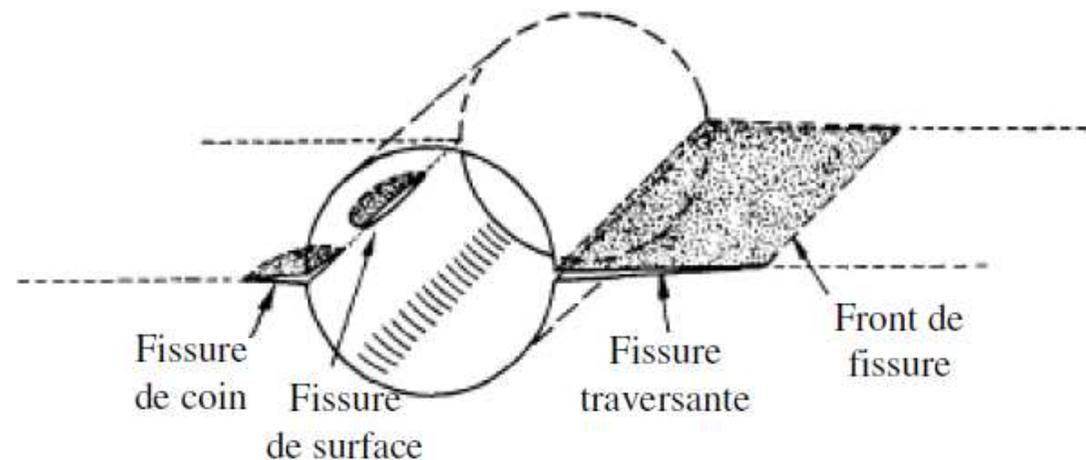
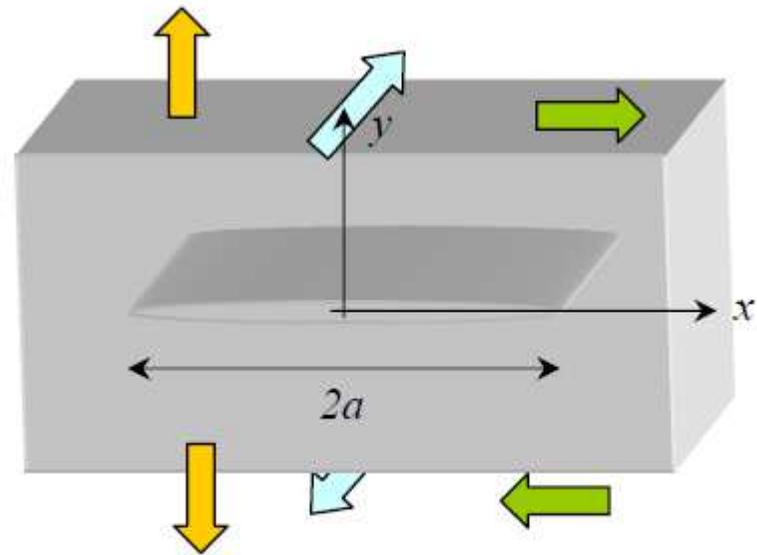


Figure .3 Différentes configurations de fissures au voisinage d'un trou circulaire



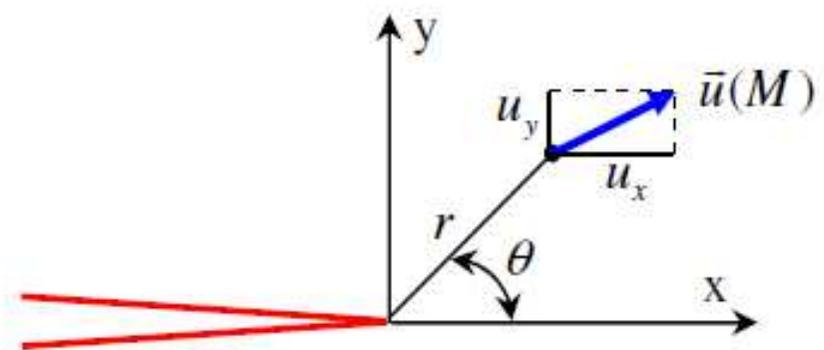
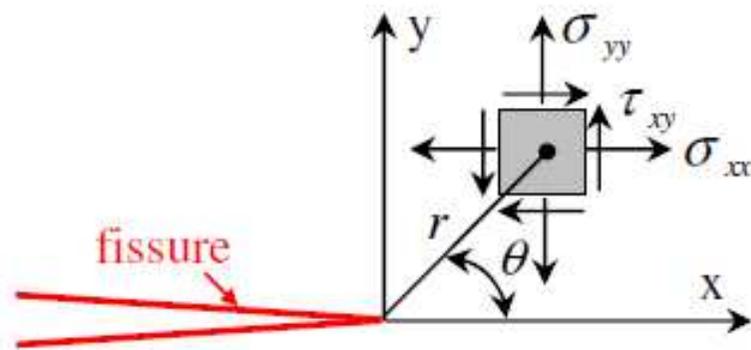
Définition des modes de sollicitation



## Expressions des contraintes et des déplacements

Les expressions des contraintes se diffèrent selon le mode de sollicitation. Les expressions des déplacements diffèrent également en fonction du mode de sollicitation et selon qu'on est en présence d'un état de déformations planes ou de contraintes planes.

## Contraintes et déplacements au voisinage de l'extrémité d'une fissure



## Mode I

### *Contraintes*

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{array} \right.$$

### *Déplacements*

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - 2\nu^* + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2(1 - \nu^*) - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{array} \right.$$

## Mode II

### *Contraintes*

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{array} \right.$$

### *Déplacements*

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2(1-\nu^*) + \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ u_y = \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - 2\nu^* - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{array} \right.$$

\*\*  $\nu^* = \nu$  ou  $\nu^* = \frac{\nu}{1+\nu}$  pour respectivement un état de déformations ou de contraintes planes.

$K_{III}$  est le facteur d'intensité des contraintes en mode III.

Les contraintes et le déplacement s'écrivent

$$\begin{cases} \sigma_{13} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \\ \sigma_{23} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \\ u_3 = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \end{cases}$$

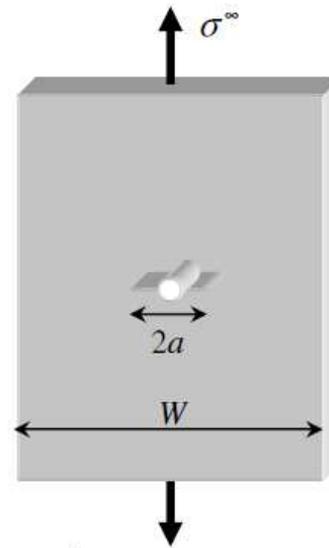
Les relations des contraintes et déformations montrent que les champs des contraintes et des déplacements sont décrits par un paramètre unique : le facteur d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$  ou  $K_{III}$  selon le mode de sollicitation. Il s'agit à présent de voir comment ce paramètre s'exprime en fonction des données globales : géométrie (longueur de la fissure et dimensions de la structure) et chargement appliqué à la structure. Généralement, les expressions du Fic  $K$  ont la forme suivante :

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad \text{MPa}\sqrt{m}$$

où  $\sigma$  est la contrainte appliquée à la structure,  $a$  la longueur (ou demi longueur) de la fissure,  $W$  une dimension (souvent la largeur ou la demi largeur) de la structure et  $f(a/W)$  un paramètre géométrique sans dimension appelé fonction complaisance ou facteur géométrique. Lorsque la structure est de dimension infinie par rapport à la taille de la fissure,  $f(a/W)$  prend une valeur constante.

La figure ci-dessous représente l'éprouvette CCT (Central Cracked Tension specimen) très utilisée pour les essais de fatigue en laboratoire. La fissure n'est pas de taille négligeable par rapport à la largeur  $W$  de la plaque et le facteur d'intensité des contraintes, calculé par éléments finis

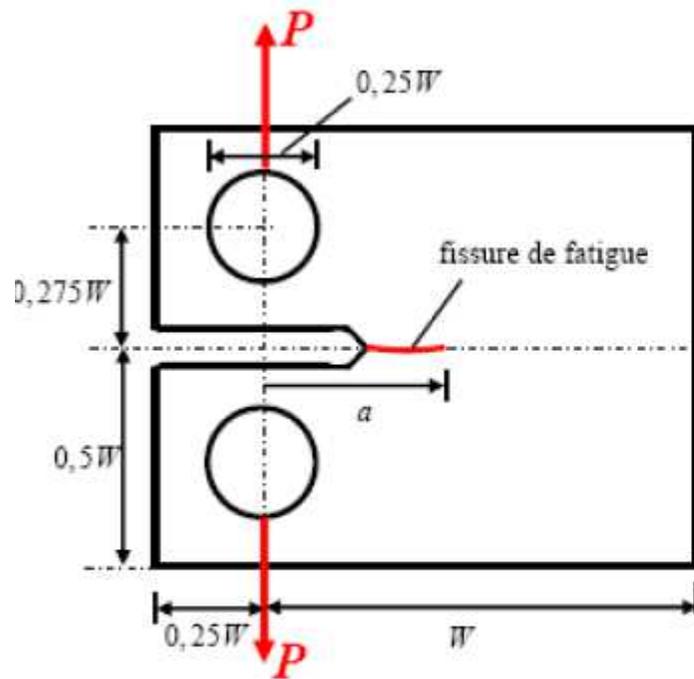
Fissure traversante de longueur  $2a$  dans une plaque finie



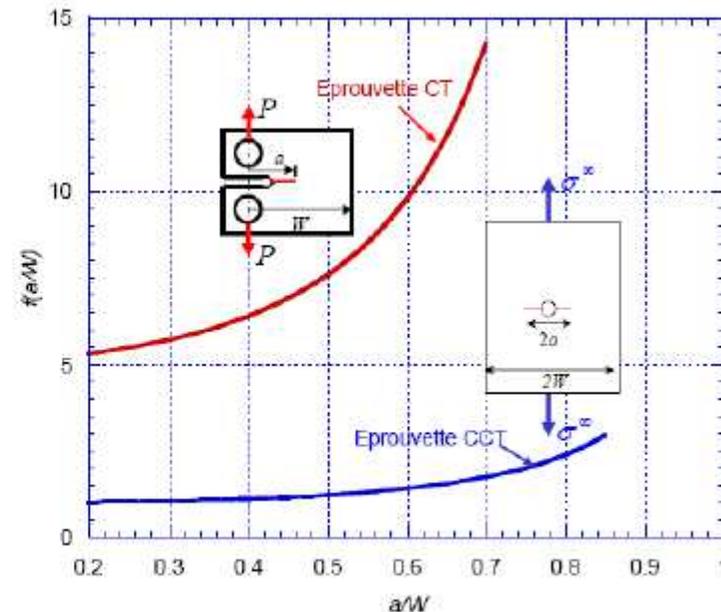
$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \left(\cos\frac{\pi a}{W}\right)^{-1/2} \left(1 - 0,1\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0,96\left(\frac{a}{W}\right)^4\right)$$

Une autre éprouvette très utilisée pour les essais de fatigue est l'éprouvette CT (Compact Tension specimen) représentée sur la figure cidessous. Le FIC  $K$  pour une épaisseur d'éprouvette  $t$ , est donné par une relation de type :

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{W}\right)$$



a-



b-

Comparaison des fonctions complaisance des éprouvettes CT et CCT

avec :

$$\sigma^{\infty} = \frac{P}{W_t}$$

et

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{\left(2 + \frac{a}{W}\right) \left(0,866 + 4,64\left(\frac{a}{W}\right) - 13,32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14,72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5,6\left(\frac{a}{W}\right)^4\right)}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2} \left(\frac{\pi a}{W}\right)^{1/2}}$$

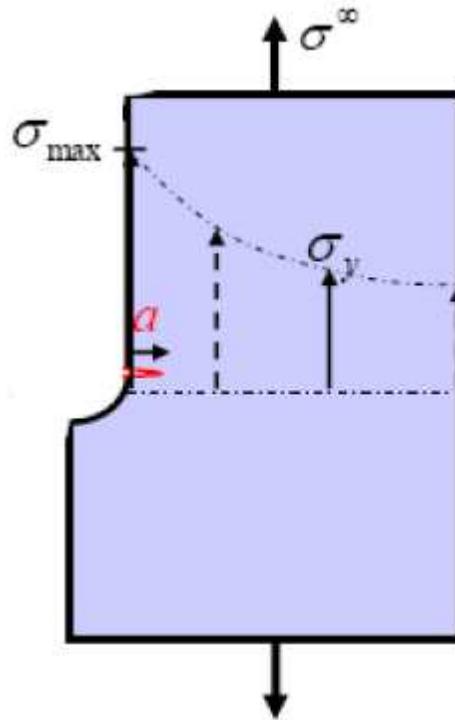
La fonction complaisance  $f(a/W)$  est constante et vaut dans ce cas 1,12. Lorsque la taille de la fissure n'est plus négligeable par rapport à la largeur de l'éprouvette,  $f(a/W)$  est donnée par<sup>4</sup> :

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \left( 1,12 - 0,23\left(\frac{a}{W}\right) + 10,55\left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21,71\left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30,38\left(\frac{a}{W}\right)^4 \right)$$

Pour une éprouvette fissurée sur ses deux bords avec la même longueur de fissure la fonction complaisance  $f(a/W)$  est donnée par<sup>5</sup> :

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \left( 1 - 2\frac{a}{W} \right)^{-1/2} \left( 1,12 - 1,12\left(\frac{a}{W}\right) - 0,06\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0,73\left(\frac{a}{W}\right)^3 \right)$$

Une configuration intéressante que l'on rencontre dans la pratique est celle schématisée sur la figure ci-dessous. Tant que la taille de la fissure est faible, celle-ci reste dans le champ du facteur de concentration de contrainte  $K_t$ , dû à la présence de l'entaille et le FIC  $K_f$  est donné en première approximation par :



configuration de fissures de bord



# **Facteur critique d'intensité des contraintes – Ténacité**

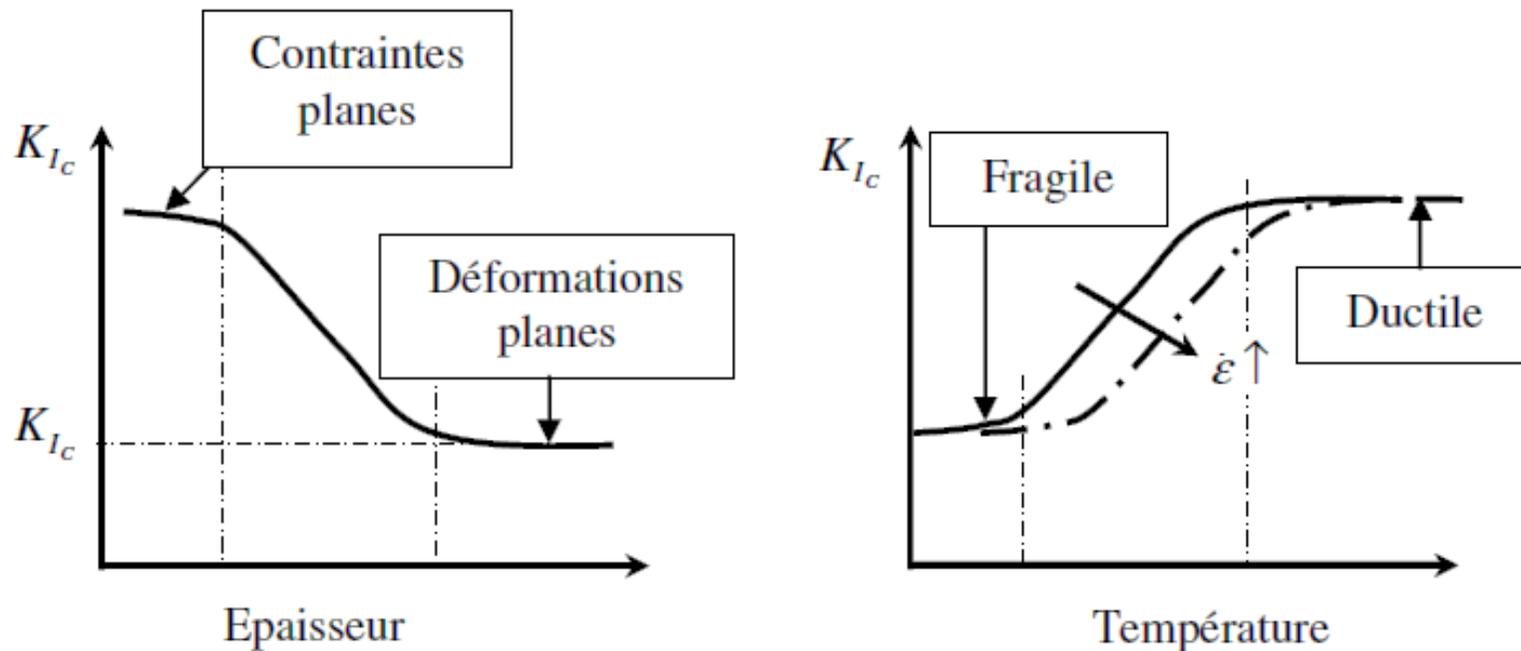
**Voire TD n°03**

## Facteur critique d'intensité des contraintes - Ténacité

Etant donné une fissure et un mode de sollicitation, l'expérience montre qu'il se produit une propagation brutale de la fissure lorsque le facteur d'intensité des contraintes atteint une valeur critique notée  $K_C$ . Cette valeur critique qui caractérise la capacité d'un matériau à résister à la propagation brutale d'une fissure, est appelée **ténacité**. Comme le mode d'ouverture est le plus endommageant, c'est la valeur critique  $K_{I_C}$  obtenue en mode I qui est généralement retenue pour caractériser la ténacité.

Le rôle de la **ténacité**  $K_{I_C}$  en mécanique de la rupture, est analogue à celui de la limite d'élasticité  $\sigma_E$  en mécanique classique.  $K_{I_C}$  dépend comme  $\sigma_E$  de la température d'essai et de la vitesse de déformation, mais aussi de l'épaisseur du matériau testé.

Les évolutions caractéristiques de  $K_{Ic}$ , obtenues à partir d'essais normalisés, sont représentées schématiquement sur la figure ci-dessous.



Variations caractéristiques de la ténacité  $K_{Ic}$



L'épaisseur influe sur l'état de contrainte. Dans les éprouvettes d'essais de faible épaisseur (plaques), chargées en mode I dans leur plan, l'état de contraintes planes est prédominant et la valeur critique du FIC est élevée, notamment dans les matériaux ductiles. Lorsque l'épaisseur augmente, on observe une transition vers un état de déformations planes, le FIC critique diminue et n'évolue plus au-delà d'une certaine épaisseur - c'est cette valeur minimale stabilisée du  $K_{IC}$  qui définit la ténacité du matériau.



Dans les alliages métalliques tels que les aciers, l'influence de la température se caractérise par une transition très significative entre un domaine fragile à basse température et faible ténacité, et un domaine ductile à haute température et forte ténacité. Cette zone de transition fragile-ductile se déplace vers les températures plus grandes lorsque la vitesse d'essai  $\dot{\epsilon}$  augmente. Lorsqu'il y a des risques d'explosion, ce comportement rend très délicat le dimensionnement des structures – tout simplement, parce qu'une explosion provoque une augmentation brutale de la vitesse de déformation de la structure.

Le vieillissement des matériaux influe, comme la vitesse de déformation, sur la ténacité : à mesure que les matériaux vieillissent, le domaine fragile s'étend aux dépens du domaine ductile avec translation de la zone de transition vers les températures plus grandes. Pour cette raison, certains vieux ponts de structure métallique sont fermés en périodes de gel, puisqu'ils deviennent alors très fragiles et menacent à tout moment de rompre.

### *Mesure standard de ténacité*

Les mesures de ténacité sont faites sur des éprouvettes normalisées préfissurées en fatigue. Pour une bonne mesure de la ténacité  $K_{Ic}$ , les normes ASTM<sup>11</sup> imposent les conditions suivantes :

$$a, e, (W - a) \geq 2,5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_E} \right)^2$$

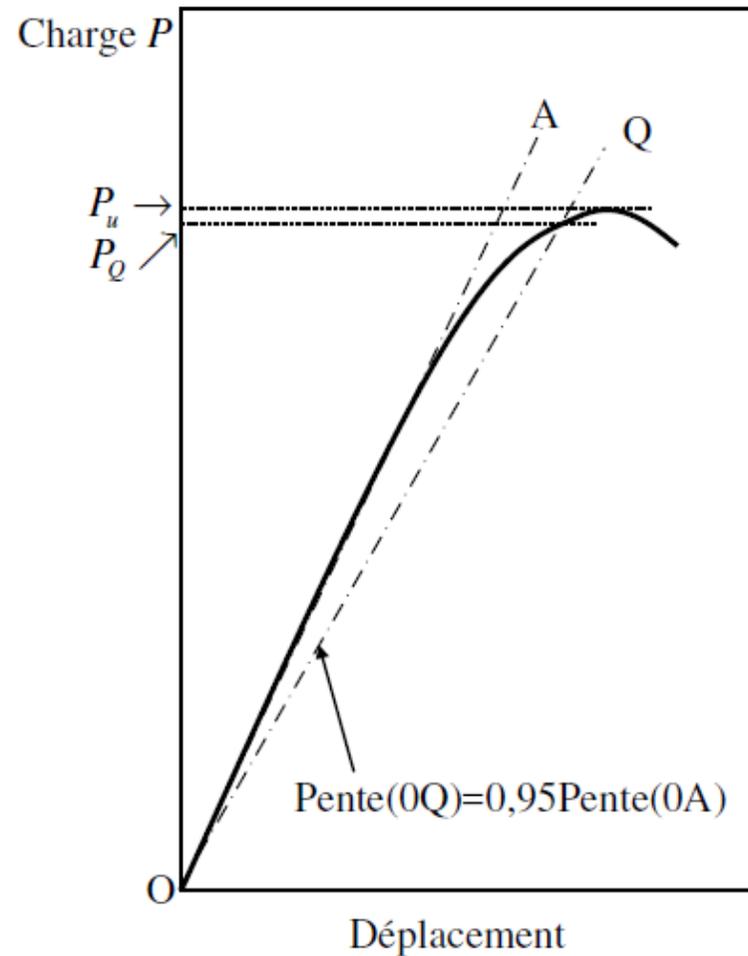
où  $\sigma_E$ ,  $a$ ,  $e$  et  $W$  sont respectivement la limite d'élasticité du matériau, la longueur de la fissure, l'épaisseur et la largeur de l'éprouvette ;  $W - a$  est la longueur du ligament non fissuré.

<sup>11</sup> Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials, Annual Book of ASTM Standards, Part 10, E399-81, American Society for Testing and Materials, pp. 592-621, 1981

En plus , les normes ASTM exigent, lors de l'essai de mesure du  $K_{Ic}$  , de s'assurer que :

- i.* les longueurs de la fissure mesurées sur chaque coté de la surface de l'éprouvette d'essai ne diffèrent pas de plus de 10% de la longueur moyenne mesurée à cœur d'éprouvette ;
- ii.* le  $K_I^{\max}$  auquel est soumise l'éprouvette dans la phase de préfissuration, ne dépasse pas  $0,6K_{Ic}$  , et qu'au cours du dernier stade de fissuration  $K_I / E < 0,32 \cdot 10^{-3} \sqrt{m}$  ;

- iii.  $P_u / P_Q < 1,1$  où les charges  $P_u$  et  $P_Q$  sont déterminées lors de la rupture de l'éprouvette selon la procédure graphique indiquée sur la figure
- iv.  $0,55MPa\sqrt{m}/s < \Delta K_I / t < 2,75MPa\sqrt{m}/s$  où  $\Delta K_I / t$  est la vitesse de chargement



Digramme charge-déplacement et  
procédure de détermination des charges  $P_Q$  et  $P^{\max}$



# Approche énergétique de Griffith

Voire:TD n°04

## Approche énergétique de Griffith

Dans un matériau, une extension  $\Delta a$  d'une fissure de longueur  $a$  (figure ci-dessous) s'accompagne des variations d'énergie suivantes :

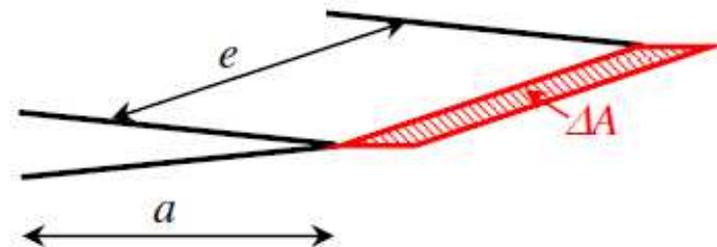
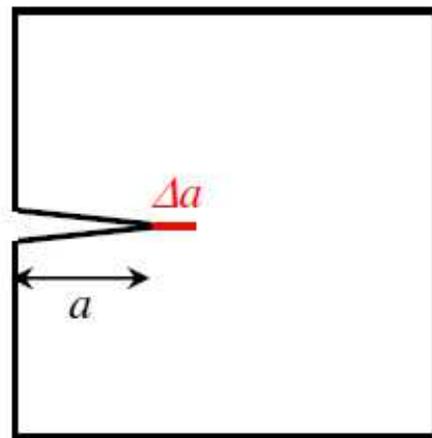
$$\Delta W_{ext} = \Delta W_{el} + \Delta U$$

avec

$\Delta W_{ext}$  la variation d'énergie appliquée (due aux forces extérieures),

$\Delta W_{el}$  la variation d'énergie élastique (emmagasinée),

$\Delta U$  l'énergie dépensée lors de la propagation de la fissure sur la longueur  $\Delta a$ .



Propagation d'une fissure sur une longueur  $\Delta a$

Dans la théorie de Griffith qui s'applique à la rupture fragile,  $\Delta U$  correspond à l'énergie nécessaire pour créer de nouvelles surfaces dans le matériau :  $\Delta U = \Delta W_{sep}$  où  $\Delta W_{sep}$  est l'énergie de séparation des surfaces. Griffith introduit à partir de  $\Delta U$  une énergie de propagation de la fissure par unité de surface, notée  $G$  et définie par :

$$G = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta A} = \frac{\partial U}{\partial A}$$

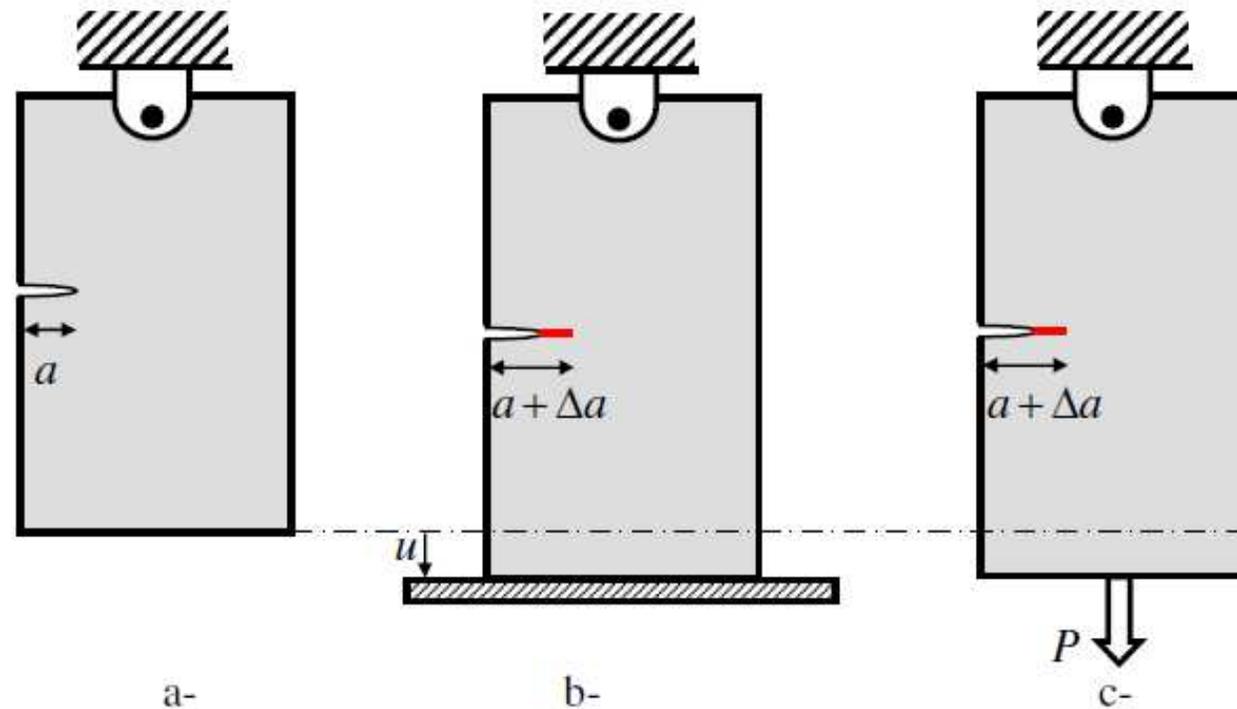
où  $\Delta A = e\Delta a$  est la surface fissurée lors de la propagation de la fissure sur une longueur  $\Delta a$  dans une éprouvette d'épaisseur  $e$  ;  $G$  est une énergie par unité de surface qui s'exprime en général en  $kJ / m^2$ .

Généralement, on suppose l'épaisseur unité ( $e = 1$ ) si bien que l'expression de l'énergie  $G$  rapportée à l'unité d'épaisseur devient :

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta a} = \frac{\partial U}{\partial a}$$

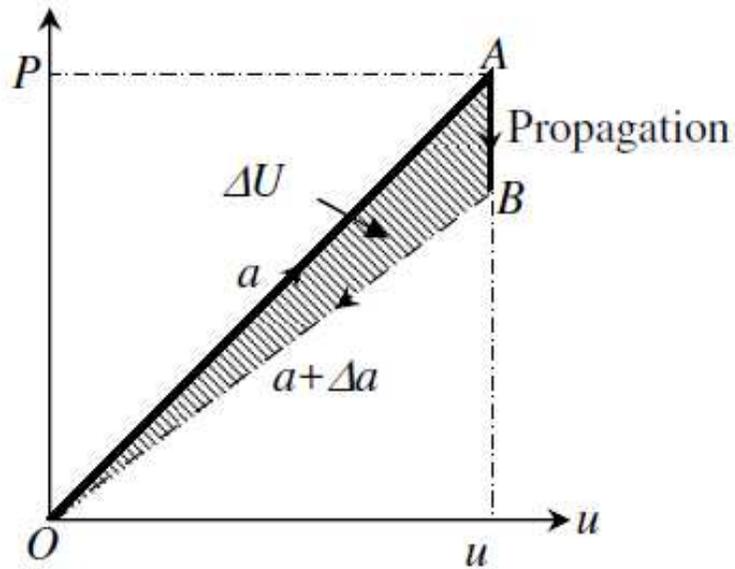
L'énergie  $G$  est appelée aussi *taux de restitution d'énergie* et pour bien comprendre cette signification, on va considérer la propagation (dans une éprouvette d'épaisseur unité) dans les deux cas classiques suivants :

- Propagation à déplacement  $u$  imposé (figure b)
- Propagation à force  $P$  imposée (figure c)

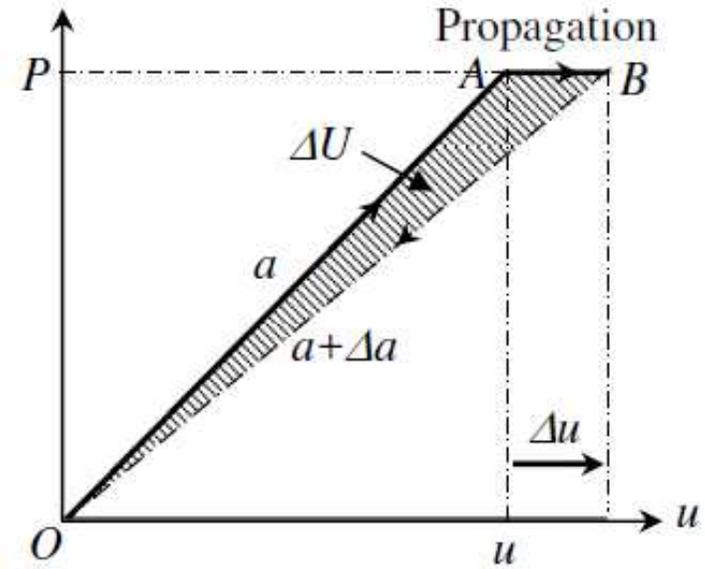


Propagation à déplacement ou a force imposés

Les diagrammes charge-déplacement pour les deux cas sont indiqués sur la figure ci-dessous.



a- Déplacement imposé



b- Force imposée

Diagrammes charge-déplacement

i. Propagation à déplacement imposé ( $u=\text{constante}$ )

$\Delta u = 0 \Rightarrow \Delta W_{ext} = 0$  et  $W_{el} = Pu/2$ , soit en introduisant la complaisance (c'est-à-dire l'inverse de la rigidité)  $C = u/P$  :

$$W_{el} = \frac{1}{2} CP^2 = \frac{u^2}{2C} \Rightarrow \Delta W_{el} = -\frac{u^2}{2C^2} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_u \Delta a$$

On constate dans ce cas que l'énergie élastique emmagasinée décroît.

Comme  $\Delta W_{ext} = 0 = \Delta U + \Delta W_{el} \Rightarrow \Delta U = -\Delta W_{el}$  et  $G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta U}{\Delta a} \right)$ , soit :

$$G = \frac{u^2}{2C^2} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_u = \frac{P^2}{2} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_u$$

ii. Propagation à force imposée ( $P$ =constante)

$$\Delta P = 0 \Rightarrow \Delta \left( \frac{u}{C} \right) = 0, \text{ soit } \frac{\Delta u}{u} = \frac{\Delta C}{C}$$

$$\Delta W_{ext} = P \cdot \Delta u = \frac{Pu}{C} \cdot \Delta C \approx P^2 \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_P \Delta a$$

$$W_{el} = \frac{1}{2} Pu = \frac{P^2}{2} C \text{ d'où } \Delta W_{el} = \frac{P^2}{2} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_P \Delta a$$

$$\Delta U = \Delta W_{ext} - \Delta W_{el} = \frac{P^2}{2} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_P \Delta a, \text{ et l'énergie de Griffith s'écrit alors :}$$

$$G = \frac{P^2}{2} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_P$$


$$G = \frac{P^2}{2} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_{u \text{ ou } P}$$

ou encore, si l'épaisseur de l'éprouvette n'est pas égale à l'unité :

$$G = \frac{P^2}{2e} \left( \frac{\partial C}{\partial a} \right)_{u \text{ ou } P}$$

Il apparaît dans les deux cas examinés (déplacement ou charge imposés), que l'énergie  $\Delta U$  est égale à l'aire du triangle  $OAB$  :  $\Delta U = Aire(OAB)$ . Pour réaliser ces cas de chargement, il faut une machine d'essai, soit de rigidité infinie pour imposer un déplacement, soit de rigidité nulle ou de souplesse infinie pour imposer une force. Ces cas correspondent donc à des conditions limites extrêmes. Dans la pratique des essais réels, on est entre ces deux cas limites et le diagramme charge-déplacement présente l'allure indiquée sur la figure ci-dessous pour différentes longueurs  $a_i$  de fissure.

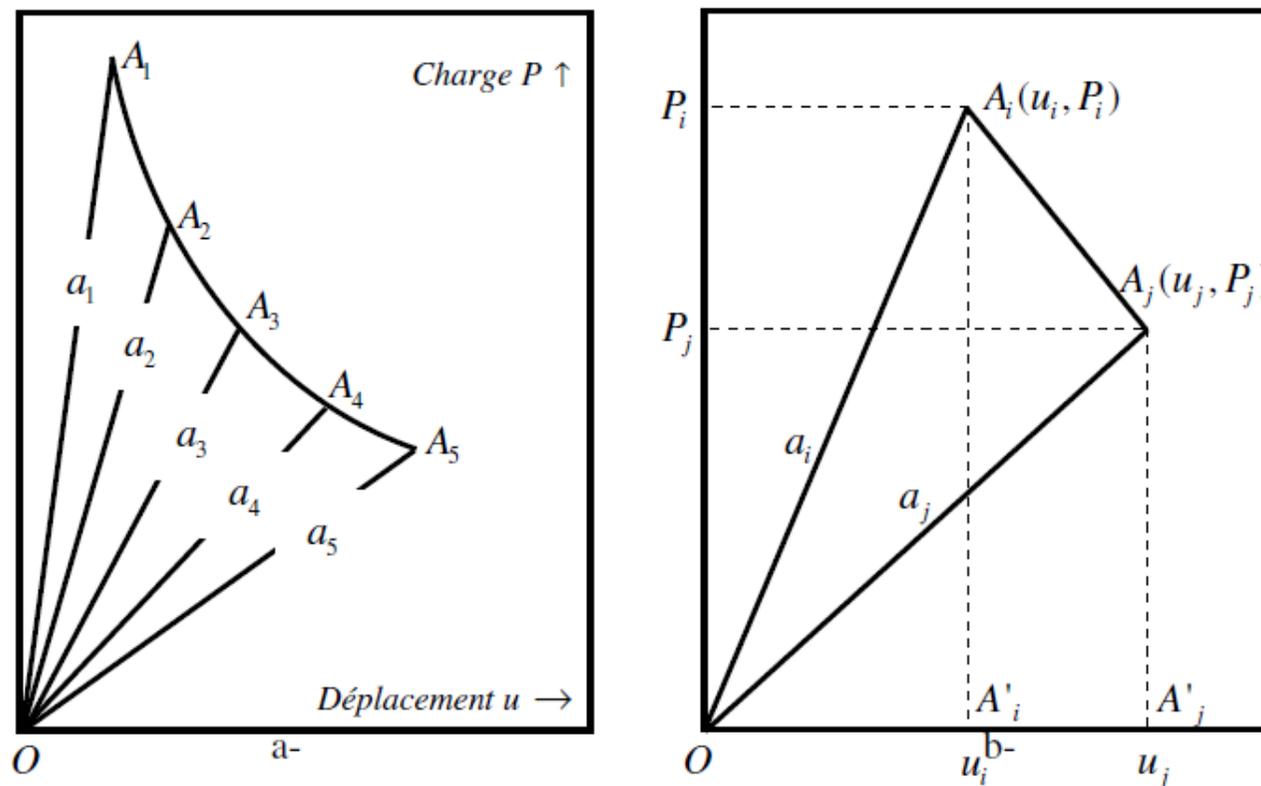


Diagramme charge-déplacement pour différentes longueurs de fissure

Considérons à présent deux longueurs de fissure  $a_i$  et  $a_j$  . L'énergie  $\Delta U$  correspond à l'aire du triangle  $OA_iA_j$  :

$$\Delta U = \text{Aire}(OA_iA_j) = \text{Aire}(OA_iA'_i) + \text{Aire}(A'_i A'_j A_jA_i) - \text{Aire}(OA_jA'_j)$$

soit

$$\Delta U = \frac{1}{2}(P_i u_j - P_j u_i)$$

et l'énergie de propagation de Griffith s'écrit alors :

$$G = \frac{P_i u_j - P_j u_i}{2e(a_j - a_i)}$$

## Energie de Griffith critique

Comme pour le FIC  $K$ , l'expérience montre que pour un mode de sollicitation donné (mode I, II ou III), la propagation brutale intervient lorsque l'énergie de Griffith atteint une valeur critique notée  $G_{Ic}$ ,  $G_{IIc}$  ou  $G_{IIIc}$ . En pratique, c'est la valeur critique  $G_{Ic}$  obtenue en mode I qui est retenue.  $G_{Ic}$  est également une caractéristique de la capacité d'un matériau à résister à la propagation brutale des fissures. C'est donc aussi une mesure de la ténacité. Elle s'exprime en  $KJ / m^2$  alors que la ténacité mesurée à partir du FIC s'exprime en  $MPa\sqrt{m}$ .



# Mécanique de la rupture en fatigue des matériaux

Voire:TD n°05

# Mécanique linéaire de la rupture en fatigue des matériaux

## Introduction

La fatigue est la modification des propriétés des matériaux consécutive à l'application de sollicitations cycliques. Elle produit en général des défaillances des structures qui conduisent à la fissuration et à la ruine des matériaux. Les composants mécaniques tels que les vilebrequins, les bielles, les pignons pour l'industrie automobile, les rails et essieux pour l'industrie ferroviaire ou encore les trains d'atterrissage, les aubes de turbines et de compresseurs pour l'industrie aéronautique, se détériorent souvent par fatigue.

L'endommagement par fatigue, associé à plus de 50% des cas de défaillances des systèmes mécaniques, se manifeste en général par l'amorçage et la propagation de fissures.

Dans la pratique des procédures de caractérisation du phénomène de fatigue, la période de l'amorçage (apparition de fissure) est traitée à l'aide d'essais sur des éprouvettes lisses (parfois entaillées) et l'on détermine alors une durée de vie en fonction d'une amplitude de contrainte ou de déformation.

La phase de propagation est quant à elle essentiellement étudiée à partir d'essais de fatigue sur des éprouvettes entaillées, la vitesse de fissuration est ensuite décrite en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K$ . C'est une des applications majeures du concept de FIC.

## Définitions des courbes d'endurance

### Cycle de contrainte

Un cycle de contrainte est caractérisé par une amplitude de contrainte  $\Delta\sigma$  et par une contrainte moyenne  $\sigma_m$  (figure .1). On utilise souvent pour décrire les résultats de fatigue l'amplitude de contrainte et le rapport, noté  $R$ , de la contrainte minimale sur la contrainte maximale :

$$R = \frac{\sigma^{\min}}{\sigma^{\max}} < 1$$

$$\Delta\sigma = \sigma^{\max} - \sigma^{\min} = \sigma^{\max} (1 - R)$$

$$\sigma^{\max} = \frac{\Delta\sigma}{1 - R}, \quad \sigma^{\min} = \frac{R\Delta\sigma}{1 - R}$$

$$\sigma^{\text{moy}} = \frac{1 + R}{2(1 - R)} \Delta\sigma$$

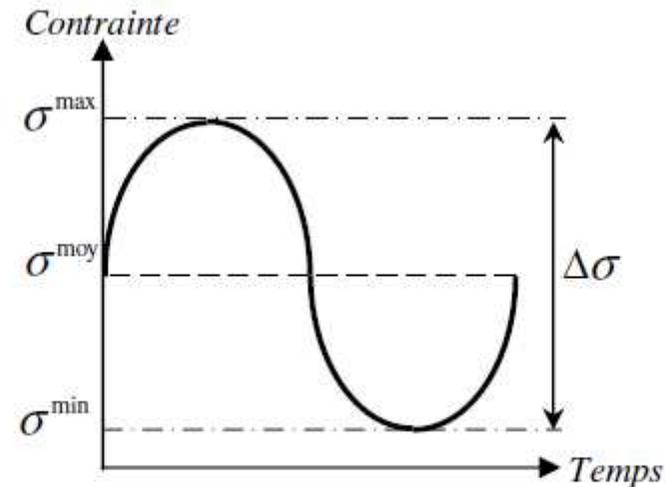


Figure .1 Caractéristiques d'un cycle de contrainte

## Courbes d'endurance

L'essai de fatigue le plus simple consiste à soumettre un lot d'éprouvettes non entaillées, à des cycles d'efforts périodiques, d'amplitude et de fréquence fixées, et à noter le nombre de cycles à rupture  $N_R$  pour chaque éprouvette. On obtient alors une courbe en échelle semi-logarithmique qui a l'allure représentée sur la figure .2.

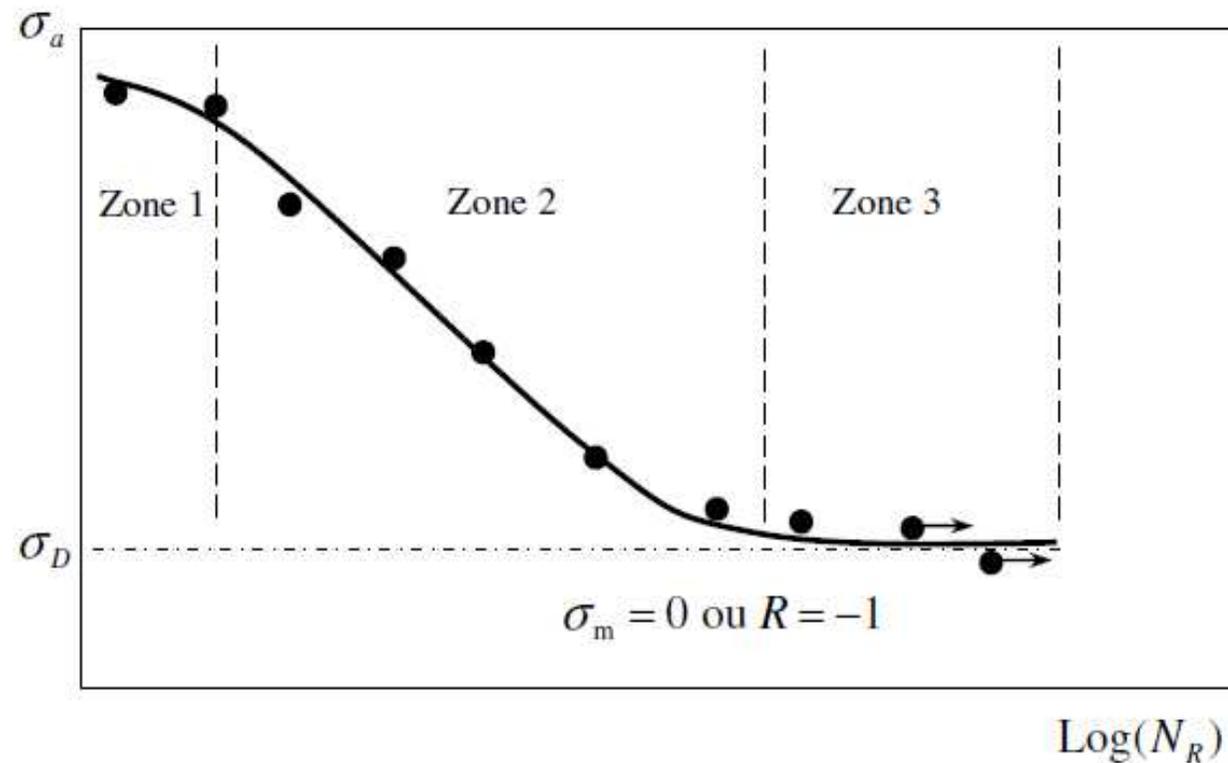


Figure .2 Courbe d'endurance ou de Wöhler



On peut distinguer sur cette courbe, connue sous les noms de *courbe d'endurance*, de *Wöhler* ou encore *courbe S-N (Stress - Number of cycles)*, trois domaines :

- une zone à faible nombre de cycles ou zone de fatigue oligocyclique (zone 1), sous forte contrainte, où la rupture qui intervient après un faible nombre de cycles, est précédée d'une déformation plastique significative ;
- une zone de fatigue ou d'endurance limitée (zone 2), où la rupture est atteinte après un nombre de cycles plus important, nombre qui croît lorsque la contrainte décroît ;
- une zone d'endurance illimitée ou zone de sécurité (zone 3), sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas avant un nombre donné de cycles généralement supérieur à  $10^6$  cycles pour les aciers et  $10^7$  cycles pour les alliages légers.

### *Essai de fissuration par fatigue*

Un essai de propagation de fissure de fatigue peut être conduit sur une simple plaque percée d'un trou central prolongé d'entailles aiguës pour faciliter l'amorçage (zoom de la figure V.15). Si  $W$  est la largeur de la plaque, des bonnes conditions d'essai exigent que son épaisseur soit environ égale à  $W/20$ , le diamètre du trou central de l'ordre de  $W/30$  et la longueur initiale  $2a_0$  (trou et entailles) d'environ  $W/10$ . Ce type d'éprouvette est appelé éprouvette CCT.

La photo sur la figure V.15 montre le dispositif de fixation de l'éprouvette CCT entre les mors de la machine de fatigue. La longueur de fissure est mesurée régulièrement à l'aide de méthodes optique ou électrique.

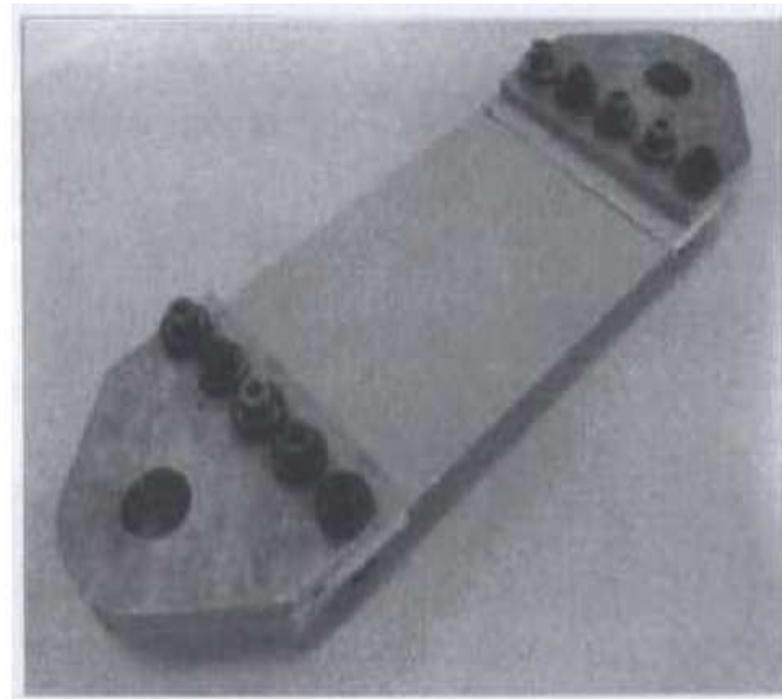
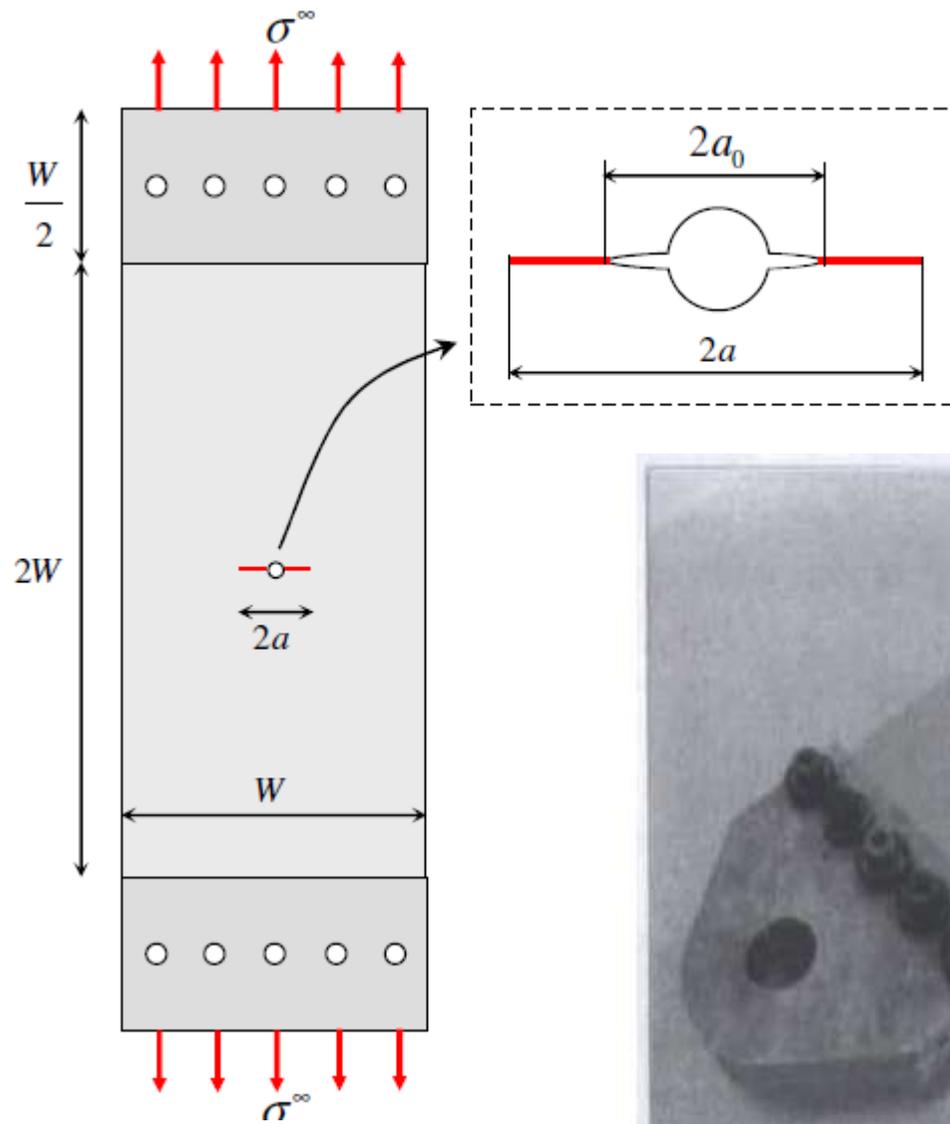


Figure V.15 Epreuve CCT pour essais de propagation de fissure de fatigue 2

Pour décrire la progression des fissures, on peut représenter la longueur  $a$  en fonction du nombre de cycles  $N$  subi par l'éprouvette d'essai (figure V.16), ou la vitesse de fissuration  $da/dN$  en fonction de  $a$  (figure V.17), ou encore  $da/dN$  en fonction de l'amplitude de l'intensité des contraintes  $\Delta K$  (figure V.18).

La figure V.16 représente deux essais sur des éprouvette CCT ( $W = 100mm$ ) sollicitées à des niveaux de chargements cycliques différents mais à même rapport de charge : la progression de fissure est tout naturellement plus rapide à l'amplitude de contrainte,  $\sigma_1$ , la plus forte. L'essai à amplitude  $\sigma_2 < \sigma_1$ , conduit à une rupture de l'éprouvette pour un nombre de cycles plus élevé.

La figure V.17 représente la variation de la vitesse de propagation  $da/dN$  en fonction de la longueur de fissure  $a$ . Cette vitesse est plus élevée à l'amplitude de contrainte  $\sigma_1 > \sigma_2$ .

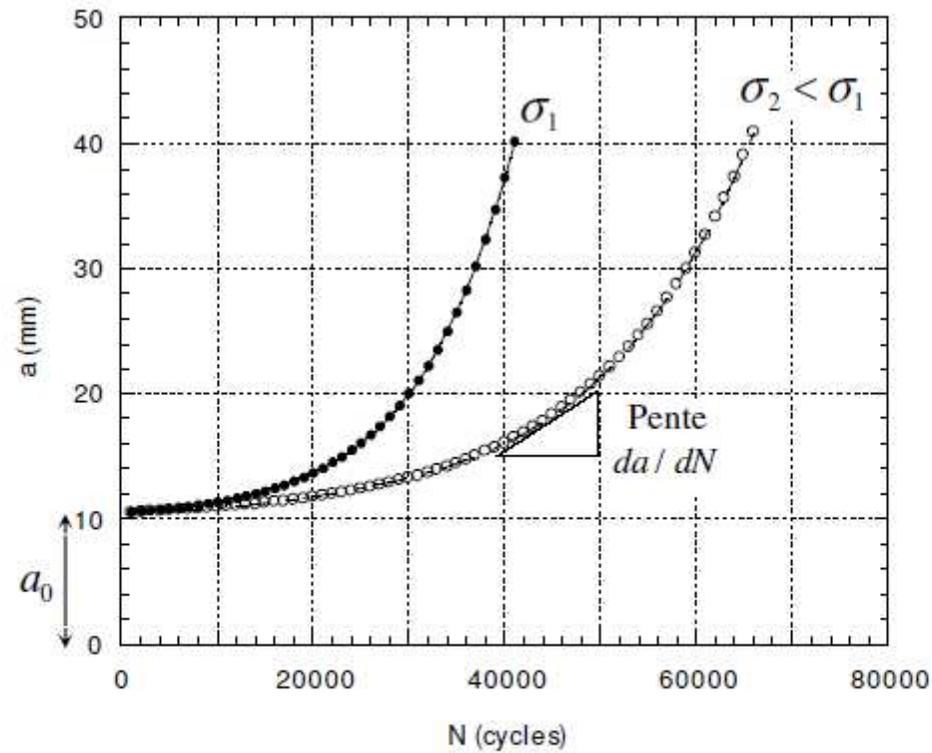


Figure V.16 Variations de la longueur de fissure  $a$  en fonction du nombre de cycles  $N$  pour deux amplitudes de contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

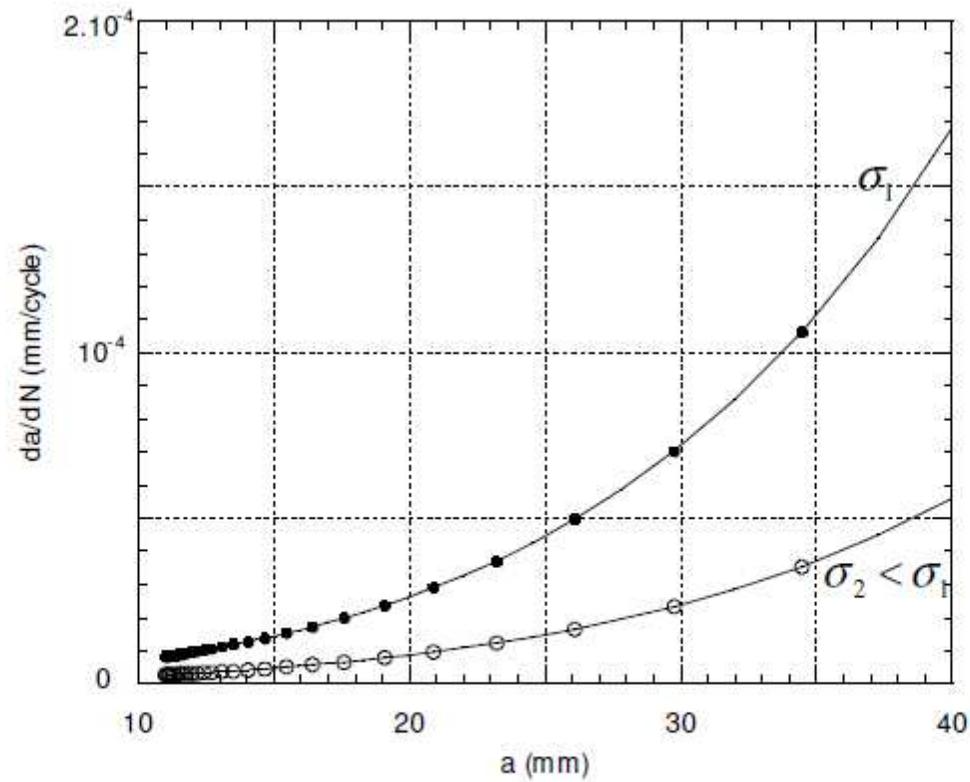


Figure V.17 Variations de la vitesse de fissuration  $da/dN$  en fonction de la longueur de fissure  $a$  pour deux amplitudes de contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

La figure V.18 montre l'évolution de la vitesse de propagation en fonction de l'amplitude de l'intensité des contraintes  $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$  : on aboutit à une courbe unique ce qui montre que le paramètre  $\Delta K$  est le plus approprié pour décrire la fissuration en fatigue.

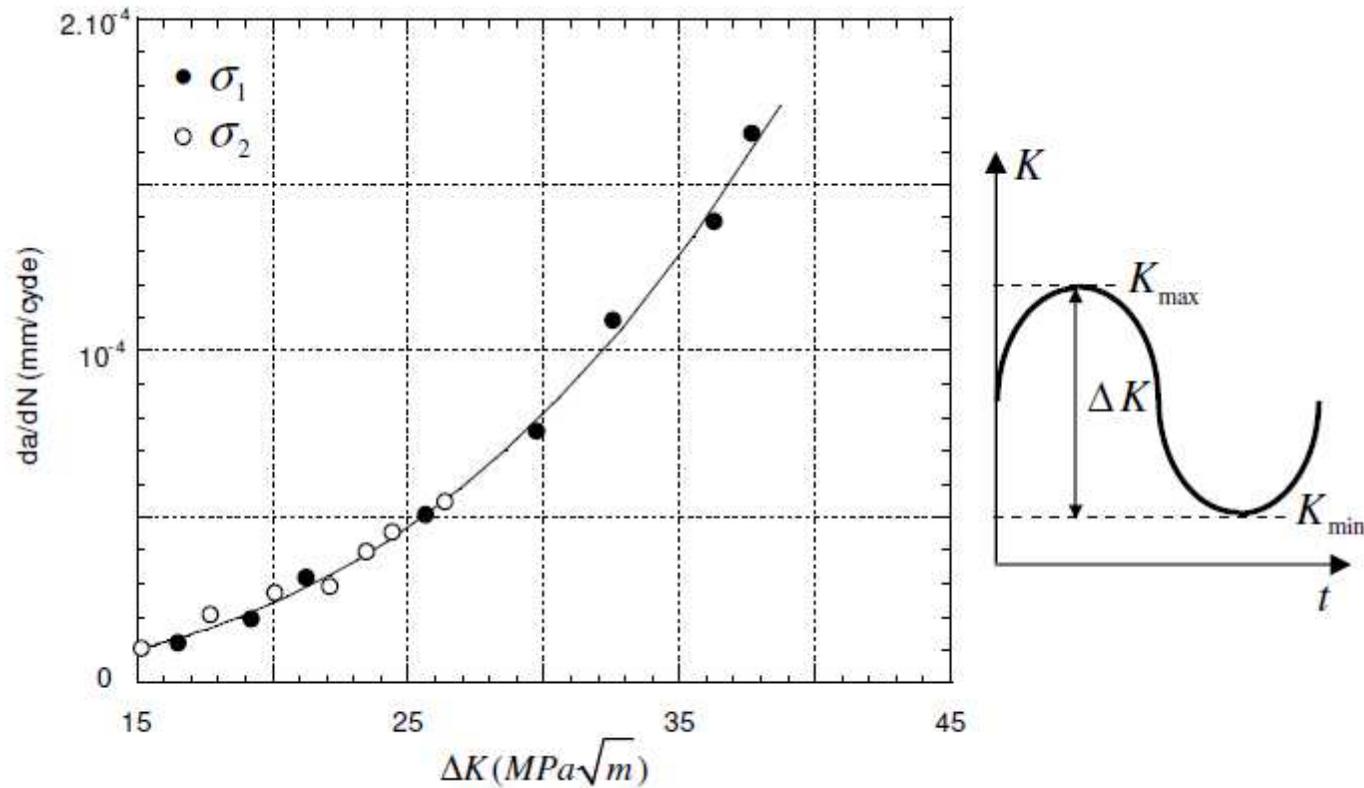


Figure V.18 Variations de la vitesse de fissuration  $da/dN$  en fonction de l'amplitude du FIC  $\Delta K$  pour deux amplitudes de contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

## **Références bibliographiques**

**[1] Abderrahim ZEGHLOUL, polycopie de cours, RUPTURE ET FATIGUE, Master Mécanique et ingénieries, Université Paul Verlaine- Metz; 2005-2006**

**[2] Guy Pluvinage, cours en ligne , Fatigue des matériaux et des structures (Mécanique de la rupture et endommagement par fatigue)**