1.2.2 Tensions et courants périodiques

a) Fonction périodique

Un signal $u(t)$ ou $i(t)$ est périodique, de période « T » si, quel que soit l'instant t, nous avons :

$$u(t) = u(t + T) \quad \text{ou} \quad i(t) = i(t + T)$$

La connaissance du signal sur une durée égale à T, c'est-à-dire la connaissance de l'évolution de la fonction qui représente le signal est suffisante pour le déterminer complètement.

- T est *la période* du signal exprimée en seconde (s) ; nous utilisons les multiples et sous-multiples de cette unité. Cette période représente le temps qui sépare deux passages successifs par la même valeur avec le *même sens de variation*.
- La fréquence « f » qui est exprimée en hertz (Hz) donne le nombre de périodes par seconde. Nous pouvons aussi utiliser surtout les multiples de cette unité : kHz, MHz et même des GHz dans le cas de l'hyperfréquence.

Nous pouvons aussi rencontrer dans des documentations anciennes le terme de *cycle par seconde* qui a été remplacé par le hertz.

$$f = 1/T \quad \text{en Hz (ou s}^{-1}\text{)}$$

En électronique, nous avons affaire fréquemment à des fonctions périodiques. Par exemple, le spot lumineux d'un téléviseur ou d'un oscilloscope doit se déplacer d'une façon linéaire, de gauche à droite et de haut en bas. Nous appliquons pour cela sur les plaques de déviation horizontale et sur les plaques de déviation verticale deux tensions triangulaires.

Nous utilisons aussi des signaux carrés (signaux d'horloge) pour commander des composants en électronique digitale (numérique).

La figure 1.13 représente trois cas particuliers de fonctions périodiques, à savoir :

- La fonction : tension sinusoïdale $u_1(t)$
- La fonction : tension dents de scie $u_2(t)$
- La fonction : tension carrée sans offset (tension de décalage) $u_3(t)$

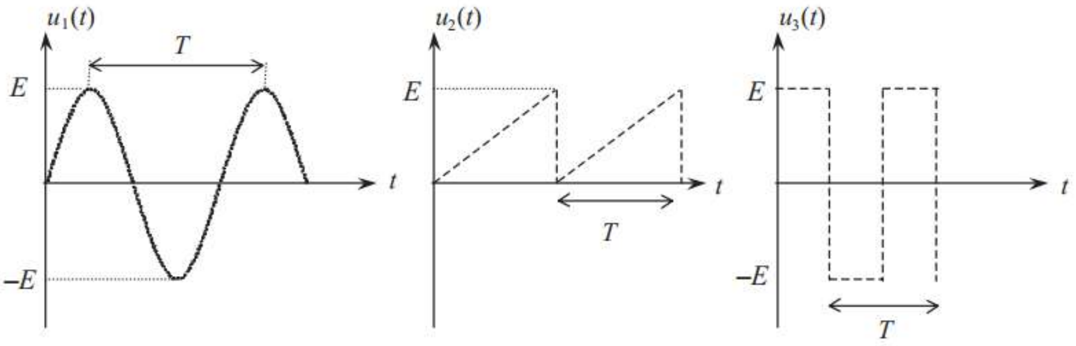

Figure 1.13 Exemples de fonctions périodiques de période T.

b) Fonction sinusoïdale

Le signal sinusoïdal est un signal périodique particulier. Sa loi d'évolution s'exprime à l'aide des fonctions sinus et cosinus. On dit qu'un réseau linéaire fonctionne en régime sinusoïdal ou régime harmonique si ses tensions et courants ont pour expressions algébriques :

$$s(t) = S_{\text{Max}} \cos(\omega t + \phi) \quad \text{ou} \quad s(t) = S_{\text{Max}} \sin(\omega t + \phi)$$

Pour des raisons de commodité, en vue de ce qui va suivre (représentation de Fresnel et représentation complexe), nous préférons définir le signal sinusoïdal par la première expression qui correspond à une cosinusoïde. Nous avons présenté à la figure 1.14 (a) le signal cosinusoïdal $s_1(t)$ et à la figure 1.14(b) le signal sinusoïdal $s_2(t)$:

$$s_1(t) = S_{\text{Max}} \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad s_2(t) = S_{\text{Max}} \sin(\omega t)$$

La variable temps « t » est supposée varier de « $-\infty$ » à « $+\infty$ », $s(t)$ est la valeur (ou amplitude) instantanée exprimée en volt ou en ampère.

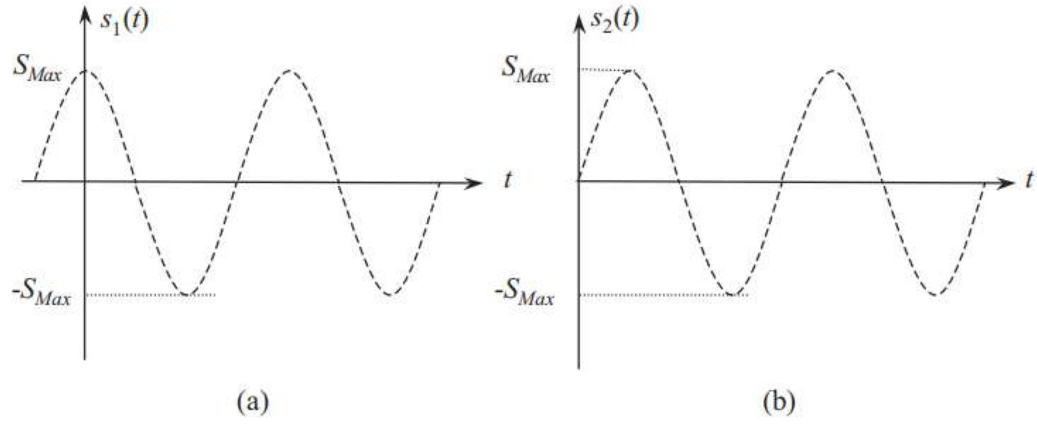

Figure 1.14 Représentation temporelle (cartésienne) d'un signal cosinusoïdal (a) et d'un signal sinusoïdal (b).

- $2S_{\text{Max}}$ représente la valeur *crête à crête* de $s(t)$;
- S_{Max} est la valeur maximale ou *crête* du signal $s(t)$;
- ω est la *pulsation* (appelée parfois vitesse angulaire) du signal. La pulsation est reliée à la fréquence et à la période T par :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{exprimée en radian par seconde (rad.s}^{-1}\text{)}$$

- $\omega t + \phi$ représente l'angle de phase instantanée appelé souvent *phase instantanée*, qui est exprimée généralement en radian et parfois en degré ;
- ϕ est l'angle de phase appelé souvent *phase à l'origine* exprimée en radian ou en degré.

c) Décalage et déphasage

Considérons par exemple un courant (ou une tension) sinusoïdal :

$$s(t) = S_{\text{Max}} \cos(\omega t + \phi) \ ;$$

ce courant passe dans un circuit électrique. La sortie obtenue est notée : $s'(t) = S'_{\text{Max}} \cos(\omega t + \phi')$. Nous notons les phases instantanées : θ et θ' avec : $\theta = \omega t + \phi$ et $\theta' = \omega t + \phi'$

Nous appelons différence de phase (ou déphasage) instantanée entre $s(t)$ et $s'(t)$ la quantité :

$$\theta' - \theta = (\omega t + \phi') - (\omega t + \phi) = \phi' - \phi$$

Cette différence de phase $\Delta\phi = \phi' - \phi$ est une constante. Nous pouvons alors écrire :

$$s'(t) = S'_{\text{Max}} \cos(\omega t \ + \phi' + \phi - \phi\ ) = S'_{\text{Max}} \cos(\omega(t - (\phi - \phi')/\omega) + \phi\ \ )$$

L'expression précédente montre que $s'(t)$ à l'instant t_1 se trouve dans la même situation que $s(t)$ à l'instant : $t_2 = t_1 - (\phi - \phi')/\omega$. Deux cas se présentent :

– si $\phi > \phi'$, t_2 est antérieur à t_1, le signal $s'(t)$ est en *retard de phase* sur $s(t)$. C'est le cas représenté à la figure 1.15 (a) ;

– si $\phi < \phi'$, t_1 est antérieur à t_2, le signal $s'(t)$ est en *avance de phase* sur $s(t)$. Ce cas est représenté à la figure 1.15 (b).

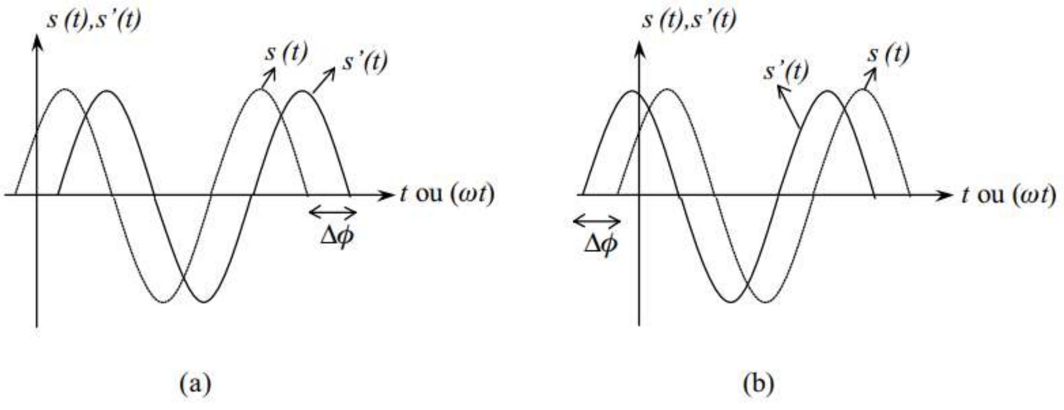

Figure 1.15 Représentation du déphasage entre $s(t)$ et $s'(t)$: $s'(t)$ est en retard de phase (a) ou en avance de phase (b) par rapport à $s(t)$.

Remarque 1 : Le raisonnement concerne deux signaux de même fréquence. Dans le cas contraire, nous ne pouvons plus utiliser la notion de déphasage.

Remarque 2 : Souvent, nous pouvons tracer $s(t)$ et $s'(t)$ en fonction du temps ou en fonction de ωt. Dans ce dernier cas, nous pouvons lire directement le déphasage sur l'axe des abscisses.

Nous voyons donc que la différence de phase $\phi - \phi'$ s'interprète physiquement comme étant, à une constante multiplicative près (qui est la pulsation ω), le retard compté algébriquement du signal $s'(t)$ sur le signal $s(t)$.

D'après la définition précédente, le déphasage peut être supérieur ou inférieur à 2π. Or un angle, donc un déphasage, est toujours défini à $2k\pi$ près. C'est le problème essentiel des mesures en régime sinusoïdal. Dans ce cas, le seul moyen d'apprécier réellement le déphasage est d'étudier le comportement du circuit en régime transitoire, c'est-à-dire lorsque la tension ou le courant passent brusquement d'une valeur à une autre.

d) Valeurs moyennes et valeurs efficaces

La valeur moyenne d'une fonction sinusoïdale $s(t) = S_{\text{Max}} \cos(\omega t + \phi)$ est :

$$S_{\text{moyenne}} = \langle s(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s(t)\, \mathrm{d}t = \frac{1}{T} \int_0^T S_{\text{Max}} \cos(\omega t)\, \mathrm{d}t$$
$$S_{\text{moyenne}} = \frac{S_{\text{Max}}}{\omega . T} \left[\sin(\omega t)\right]_0^T = 0$$

Puisque la valeur moyenne d'une fonction sinusoïdale pure est nulle, nous n'utilisons que rarement en électricité la notion de la valeur maximale S_{Max} d'une fonction *périodique*. En revanche, nous préférons lui substituer une grandeur plus significative S_{eff}, appelée valeur efficace, telle que :

$$S_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T s^2(t)\, \mathrm{d}t}$$

Si nous prenons le cas particulier d'un signal sinusoïdal $s(t)$ avec :

$$s(t) = S_{\text{Max}} \cos(\omega t + \phi),$$

la valeur efficace devient :

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t)\, \mathrm{d}t = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S_{\text{Max}}^2 \sin^2(\omega t)\, \mathrm{d}t = \frac{S_{\text{Max}}^2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2}\, \mathrm{d}t$$

$$S_{\text{eff}}^2 = \frac{S_{\text{Max}}^2}{2T} \left[t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega}\right]_{-T/2}^{T/2} = \frac{S_{\text{Max}}^2}{2} \qquad \text{soit : } \quad S_{\text{eff}} = \frac{S_{\text{Max}}}{\sqrt{2}}$$

Les forces électromotrices, les tensions et les courants d'un circuit électrique en *régime sinusoïdal* ont pour expression la forme suivante :

$$s(t) = \sqrt{2} S_{\text{eff}} \cos(\omega t + \phi) \quad \text{ou} \quad s(t) = \sqrt{2} S_{\text{eff}} \sin(\omega t + \phi)$$

Les grandeurs de ces variables sont toujours données (ou lues), sur la plupart des appareils, en valeurs efficaces. Une tension alternative dite de 220 volts, varie entre $\pm$ 220 $\sqrt{2}$ soit $\pm$ 310 volts en changeant de sens deux fois par période.

Remarque : Dans le cas général d'une tension périodique, la *valeur efficace vraie* connue sous le sigle TRMS (*True Root Mean Square*) est la valeur d'une tension continue qui produirait, dans une résistance identique, le même dégagement de chaleur dans le même temps, autrement dit une même dissipation de puissance. Dans le cas d'une sinusoïde, nous utilisons souvent juste les deux premiers mots « valeur efficace ».