



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



REPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DES FRÈRES MENTOURI CONSTANTINE 1
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNIQUES APPLIQUÉS

جامعة الاخوة منتوري قسنطينة ١
معهد العلوم والتقنيات التطبيقية

GÉNIE ÉLECTRIQUE

ÉLECTRICITÉ 1

Courant continu

Dr. Abdelfettah BOUSSAID

Table des matières

Objectifs du module	2
Compétences visées	3
Pré requis	4
1 Introduction	1
2 Éléments passifs et sources en régime continu	1
2.1 Loi d'Ohm	1
2.1.1 Charge électrique	1
2.1.2 La tension	2
2.1.3 Le courant	2
2.1.4 Résistance	3
2.1.5 Expression de la loi d'Ohm	4
2.2 Dipôles résistifs	5
2.2.1 Définition-Symbole	5
2.2.2 La loi de Joule	5
2.2.3 Résistance d'un corps	5
2.3 Générateurs et récepteurs	6
2.3.1 Convention récepteur	6
2.3.2 Convention générateur	6
2.4 Puissance et énergie	7
2.4.1 Puissance nominale	7
2.4.2 Calcul de puissance	7
2.4.3 Le coupe-circuit	7
2.4.4 L'énergie électrique	8
3 Théorèmes généraux	8
3.1 Loi de Kirchhoff	8
3.1.1 Définitions	8
3.1.2 Loi des nœuds	9
3.1.3 Loi des mailles	10
3.2 Diviseurs de courant et de tension	10
3.2.1 Diviseur de courant	10
3.2.2 Exemple d'application-diviseur de courant	12
3.2.3 Diviseur de tension	13
3.2.4 Exemple d'application-diviseur de tension	14
3.3 Théorème de Millman	15
3.3.1 Définitions	15
3.3.2 Exemple d'application	16
3.4 Théorème de Superposition	16
3.4.1 Définitions	16
3.4.2 Exemple d'application	16
3.5 Théorème de Thévenin	17
3.5.1 Définitions	17
3.5.2 Exemple d'application	19
3.6 Théorème de Norton	20
4 Associations des résistances	20
4.1 Association des résistances en série	20
4.2 Association des résistances en parallèle	20
Références	22

Objectifs du module

Compréhension et maîtrise des principes de base des circuits électriques alimentés en courant continu et en régime permanent.

Compétences visées

- ◇ Connaître et maîtriser les lois et théorèmes de base de l'électricité.
- ◇ Être capable d'analyser et calculer des circuits passifs simples en courant continu.
- ◇ Maitriser l'utilisation des appareils de mesures en courant continu : voltmètre, ampèremètre. Ohmmètre.

Pré requis

Niveau baccalauréat ou équivalent. Mathématiques de terminale.

1 Introduction

Lorsque l'on commence à explorer le monde de l'électricité et de l'électronique, il est essentiel de commencer par comprendre les bases de la tension, du courant et de la résistance. Ce sont les trois éléments de base nécessaires pour manipuler et utiliser l'électricité. Au début, ces concepts peuvent être difficiles à comprendre car nous ne pouvons pas les voir. On ne voit pas à l'œil nu l'énergie circulant dans un fil ou la tension d'une batterie assise sur une table. Même l'éclair dans le ciel, bien que visible, n'est pas vraiment l'échange d'énergie entre les nuages et la terre, mais une réaction dans l'air à l'énergie qui le traverse. Pour détecter ce transfert d'énergie, il faut utiliser des outils de mesure tels que les multimètres, les analyseurs de spectre et les oscilloscopes pour visualiser ce qui se passe avec la charge dans un système. Ne craignez pas, cependant, ce cours vous donnera la compréhension de base de la tension, du courant et de la résistance et comment les trois sont liés les uns aux autres et la compréhension des principes de base des circuits électriques alimentés en courant continu.

2 Éléments passifs et sources en régime continu

2.1 Loi d'Ohm

2.1.1 Charge électrique

L'électricité est le mouvement des électrons. Les électrons créent des charges, que nous pouvons exploiter pour faire le travail. Votre ampoule, votre chaîne stéréo, votre téléphone, etc..., tous ces équipements exploitent le mouvement des électrons pour pouvoir travailler. Ils fonctionnent tous avec la même source d'énergie de base : le mouvement des électrons.

Les trois principes de base pour cette partie peuvent être expliqués en utilisant des électrons, ou plus spécifiquement, la charge qu'ils créent :

La tension : est la différence de charge entre deux points.

Le courant : est le taux à laquelle la charge circule.

La résistance : est la tendance d'un matériau à résister le flux des charges (courant).

Alors, Lorsque nous parlons de ces termes, nous décrivons vraiment le mouvement de la charge, et donc le comportement des électrons. Un circuit est une boucle fermée qui permet à une charge de se déplacer d'un endroit à un autre. Les composants du circuit nous permettent de contrôler cette charge et de l'utiliser pour faire du travail.

Georg Ohm était un scientifique allemand qui a étudié l'électricité. Ohm commence par décrire une unité de résistance définie par le courant et la tension. Alors commençons par la tension et partons de là, Fig.(1).



FIGURE 1: Georg Ohm.

2.1.2 La tension

Nous définissons la tension comme la quantité d'énergie potentielle entre deux points sur un circuit. Un point a plus de charge qu'un autre. Cette différence de charge entre les deux points est appelée tension. Il est mesuré en **volts**, lequel, techniquement, est la différence d'énergie potentielle entre deux points qui transmettra un joule d'énergie par coulomb de charge qui la traverse (ne paniquez pas si cela n'a aucun sens, tout sera expliqué).

L'unité **volt** doit son nom au physicien italien **Alessandro Volta** qui a inventé ce qui est considéré comme la première batterie chimique. La tension est représentée dans les équations et les schémas par la lettre **V**.

En décrivant la tension, le courant et la résistance, une analogie commune est un réservoir d'eau. Dans cette analogie, la charge est représentée par la quantité d'eau, la tension est représentée par la pression de l'eau et le courant est représenté par le débit d'eau. Donc, pour cette analogie, rappelez-vous :

Eau = charge

Pression = tension

Flux = courant

Considérez un réservoir d'eau à une certaine hauteur au-dessus du sol. Au bas de ce réservoir il y a un tuyau, Fig.(2).

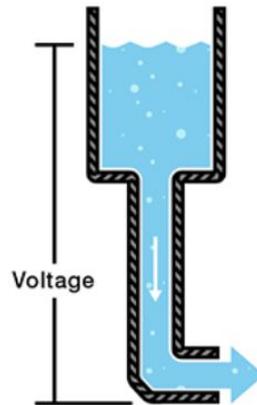


FIGURE 2: Représentation de la tension par la pression d'eau.

La pression à l'extrémité du tuyau peut représenter une tension. L'eau dans le réservoir représente la charge. S'il y a plus d'eau dans le réservoir, la charge est plus élevée, et la pression mesurée à l'extrémité du tuyau est plus.

Nous pouvons penser à ce réservoir comme une batterie, un endroit où nous stockons une certaine quantité d'énergie, puis la libérons. Si nous vidons notre réservoir d'une certaine quantité, la pression créée à l'extrémité du tuyau diminue. Nous pouvons penser à cela comme une tension décroissante, comme quand une lampe de poche devient plus faible lorsque les piles sont épuisées. Il y a également une diminution de la quantité d'eau qui circulera à travers le tuyau. Moins de pression signifie que moins d'eau coule, ce qui nous amène au courant.

2.1.3 Le courant

Nous pouvons penser à la quantité d'eau qui traverse le tuyau à partir du réservoir en tant que courant. Si la pression est élevée, le débit est élevé et inversement. Avec de l'eau, nous mesurerions le volume d'eau qui circule dans le tuyau pendant un certain temps. Avec l'électricité, nous mesurons la quantité de charge circulant dans le circuit sur une période donnée. Le courant est mesuré en ampères (généralement simplement appelés **ampères**). Un ampère est défini comme $6,241 \times 10^{18}$ électrons (1 Coulomb) par seconde passant par un point dans un circuit. Le courant est représenté dans les équations par la lettre **I**.

Disons maintenant que nous avons deux réservoirs, chacun avec un tuyau venant du bas. Chaque réservoir a exactement la même quantité d'eau, mais le tuyau d'un réservoir est plus étroit que le tuyau de l'autre, Fig.(3).

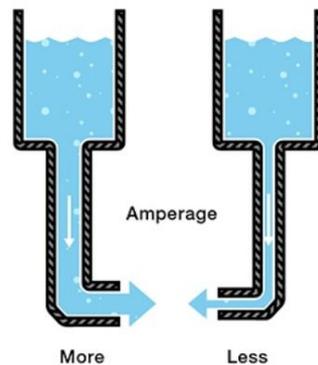


FIGURE 3: Explication de la notion du courant.

Nous mesurons la même quantité de pression à l'extrémité de chaque tuyau, mais lorsque l'eau commence à couler, le débit de l'eau dans le réservoir avec le tuyau le plus étroit sera inférieur au débit de l'eau dans le réservoir avec le tuyau le plus large. En termes électriques, le courant traversant le tuyau le plus étroit est inférieur au courant traversant le tuyau plus large. Si nous voulons que le débit soit le même à travers les deux tuyaux, nous devons augmenter la quantité d'eau (charger) dans le réservoir avec le tuyau le plus étroit, Fig.(4).

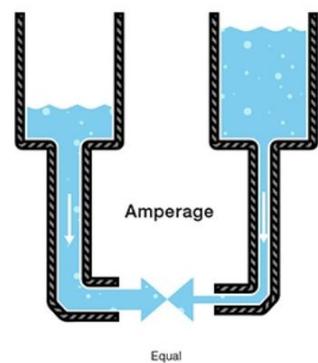


FIGURE 4: débit de l'eau dans différents réservoirs.

Cela augmente la pression (tension) à l'extrémité du tuyau le plus étroit, en poussant plus d'eau dans le réservoir. Ceci est analogue à une augmentation de la tension qui provoque une augmentation du courant.

Nous commençons maintenant à voir la relation entre la tension et le courant. Mais il y a un troisième facteur à considérer ici : la largeur du tuyau. Dans cette analogie, la largeur du tuyau est la **résistance**. Cela signifie que nous devons ajouter un autre terme à notre modèle :

- ◇ Eau = Charge (mesurée en Coulombs)
- ◇ Pression = Tension (mesurée en Volts)
- ◇ Débit = Courant (mesuré en ampères)
- ◇ **Largeur du tuyau = Résistance**

2.1.4 Résistance

Considérons encore nos deux réservoirs d'eau, l'un avec un tuyau étroit et l'autre avec un tuyau large, Fig.(5).

C'est raisonnable que nous ne pouvons pas adapter autant de volume à travers un tuyau étroit qu'un tube plus large à la même pression. C'est de la résistance. Le tuyau étroit **résiste** au flux d'eau qui le traverse même

si l'eau est à la même pression que le réservoir avec le tuyau plus large.

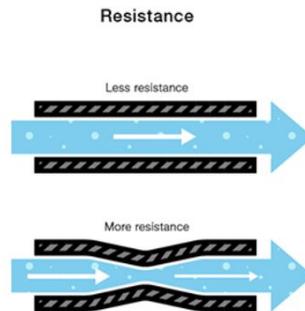


FIGURE 5: Explication de la notion d'une résistance.

En termes électriques, ceci est représenté par deux circuits avec des tensions égales et des résistances différentes. Le circuit avec une résistance plus élevée permettra à moins de charge de circuler, ce qui signifie que le circuit avec une résistance plus élevée a moins de courant qui le traverse.

Cela nous ramène à **Georg Ohm**. **Ohm** définit l'unité de résistance de «1 Ohm» comme la résistance entre deux points dans un conducteur où l'application de 1 volt poussera 1 ampère, soit $6,241 \times 10^{18}$ électrons. Cette valeur est généralement représentée en schématique avec la lettre grecque Ω , appelée oméga, et prononcée **ohm**.

2.1.5 Expression de la loi d'Ohm

En combinant les éléments tension, courant et résistance, **Ohm** a développé la formule :

$$V = R.I \quad (1)$$

Où :

- V=tension en volts
- I=courant en ampères
- R=résistance en ohms

Ceci s'appelle la **loi d'Ohm**. Disons, par exemple, que nous avons un circuit avec un potentiel de 1 volt, un courant de 1 ampère et une résistance de 1 ohm. En utilisant la loi d'Ohm, nous pouvons dire :

$$1V = 1R.1I \quad (2)$$

Disons que cela représente notre réservoir avec un tuyau large. La quantité d'eau dans le réservoir est définie comme 1 volt et le «rétrécissement» (résistance à l'écoulement) du tuyau est défini comme 1 ohm. En utilisant la loi d'Ohm, cela nous donne un débit (courant) de 1 ampère.

En utilisant cette analogie, Regardons maintenant le réservoir avec le tuyau étroit. Le tuyau étant plus étroit, sa résistance à l'écoulement est plus élevée. Définissons cette résistance comme 2 ohms, Fig.(6). La quantité d'eau dans le réservoir est la même que celle de l'autre réservoir, donc, en utilisant la loi d'Ohm, notre équation pour le réservoir avec le tuyau étroit est :

$$1V = 2R.?I \quad (3)$$

Mais, quel est le courant ? Comme la résistance est supérieure et que la tension est la même, cela nous donne une valeur de courant de 0,5 ampères :

$$1V = 2R.0.5I \quad (4)$$

Alors, le courant est plus faible dans le réservoir avec une résistance plus élevée. Maintenant, nous pouvons voir que si nous connaissons deux des valeurs de la loi d'Ohm, nous pouvons résoudre le troisième.

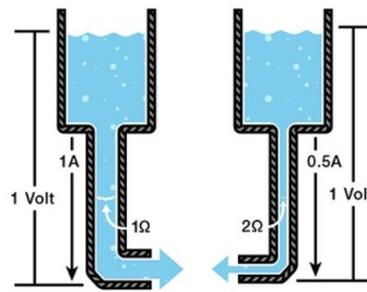


FIGURE 6: Explication de la loi d'ohm.

2.2 Dipôles résistifs

2.2.1 Définition-Symbole

Le **résistor** (ou élément résistif) est un dipôle permettant de limiter le courant dans un circuit électrique. Il se caractérise par sa **résistance** exprimée en **ohm** (Ω).

La **résistance** que l'on appelle également **conducteur ohmique**, est un dipôle récepteur dont le symbole est représenté dans Fig.(7) :



FIGURE 7: Symboles de la résistance.

2.2.2 La loi de Joule

James Prescott Joule était un physicien anglais du 19^e siècle, qui a beaucoup travaillé sur les échanges énergétiques et la chaleur. L'effet Joule est un phénomène physique qui explique que tout conducteur de résistance non nulle, produit de la chaleur lorsqu'il est parcouru par un courant électrique.

La puissance dissipée par un résistor est donc donné par la relation :

$$\begin{aligned} P &= U.I \\ P &= R.I^2 \\ P &= \frac{U^2}{R} \end{aligned} \quad (5)$$

- ◇ **U** = différence de potentiel en volt (V)
- ◇ **P** = puissance dissipée en watt (W)
- ◇ **I** = courant en ampère (A)

Les résistances sont donc des dipôles récepteurs qui convertissent l'énergie électrique qu'elles reçoivent en chaleur. C'est ce que l'on appelle l'effet Joule. Elles trouvent donc deux applications dans la vie courante :

- **Les résistances de protections** : qui font baisser l'intensité courant dans les circuits électriques en transformant une partie de l'énergie électrique en chaleur.
- **Les résistances chauffantes** : utilisées pour produire de la chaleur (radiateur, four, grille pain...).

2.2.3 Résistance d'un corps

La résistance d'un corps dépend de sa section, de sa longueur et de la résistivité du matériau employé, Fig.(8).

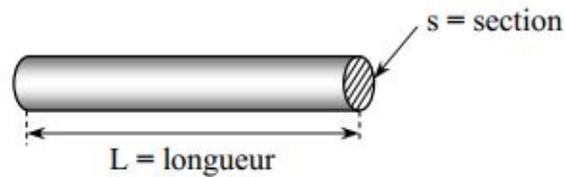


FIGURE 8: Résistance d'un corps.

$$R = \frac{\rho L}{s} \quad (6)$$

- ◇ R = résistance en ohm (Ω)
- ◇ ρ = résistivité en ohm.mètre ($\Omega.m$)
- ◇ L = longueur en mètre (m)
- ◇ s = section en mètre carré (m^2)

2.3 Générateurs et récepteurs

Il est possible de **raffiner** cette notion de puissance électrique en distinguant les composants **générateurs** de puissance de ceux qui se **contentent** de la recevoir.

2.3.1 Convention récepteur

considérons un dipôle que l'on qualifiera de **passif**, uniquement capable de recevoir de l'énergie électrique. On impose aux bornes de ce dipôle une ddp $V_2 - V_1$ avec $V_2 > V_1$. Les électrons, de charges négatives, vont se diriger vers le pôle de potentiel le plus élevé. Par conséquent, le courant sera positif dans le sens contraire. Il s'ensuit que l'on peut définir une **convention récepteur** pour les sens positifs des courant et tensions, comme suit, Fig.(9) :

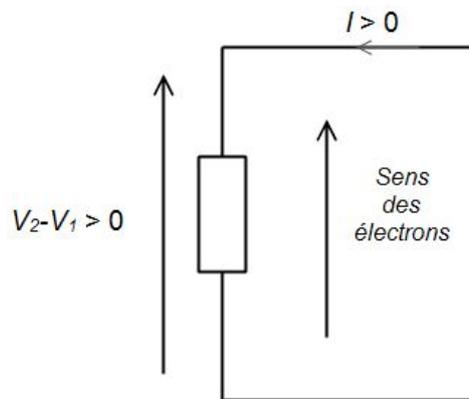


FIGURE 9: Convention récepteur.

On notera que la flèche de la tension et celle du courant sont de sens opposés.

2.3.2 Convention générateur

cette convention est la **duale** de la précédente. Il s'agit cette fois-ci pour le dipôle d'imposer la tension à ses bornes et l'intensité du courant qui le traverse. En fait, on définit la **convention générateur** d'après la convention récepteur. Si l'on veut pouvoir brancher l'un en face l'autre un récepteur et un générateur, il faut nécessairement que les conventions de signe pour ce dernier soient les suivantes, pour qu'il n'y ait pas d'incompatibilité entre les définitions :

On notera que cette fois-ci, les deux flèches sont dans le même sens, Fig.(10).

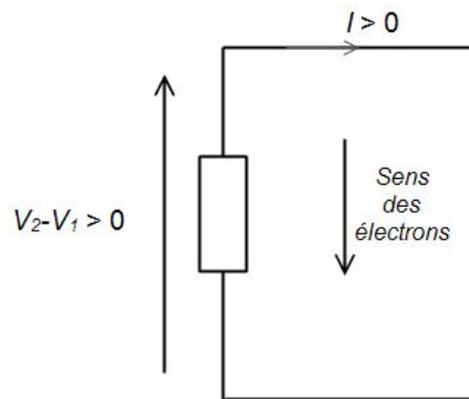


FIGURE 10: Convention générateur.

2.4 Puissance et énergie

2.4.1 Puissance nominale

La puissance nominale d'un appareil est la puissance électrique qu'il reçoit lorsqu'il est soumis à sa tension nominale (c'est à dire sa tension normale d'alimentation)

On utilise la lettre **P** pour noter les puissances et elles s'expriment en **Watt (W)**.

2.4.2 Calcul de puissance

- **En continu**

La puissance électrique dépend à la fois de la tension **U** d'alimentation et de l'intensité **I**. Pour tous les appareils alimentés en continu on a la formule :

$$P = U.I \quad (7)$$

- **En alternatif**

Pour un appareil de type résistif (composé de résistances, comme un four ou une lampe) alimenté en alternatif, la formule reste la même mais on effectue le calcul avec les valeurs efficaces de la tension et de l'intensité.

$$P = U_{eff}.I_{eff} \quad (8)$$

Si une installation (maison, usine,...) comporte plusieurs appareils électriques alors la puissance électrique totale consommée par l'installation est égale à la somme des puissances consommées par chaque appareil de l'installation.

2.4.3 Le coupe-circuit

Une mauvaise utilisation d'une installation électrique peut provoquer une **surintensité**. S'il y a surintensité, il peut y avoir échauffement des fils de connexion. Un échauffement trop important peut provoquer un incendie.

Cette surintensité peut avoir 2 causes principales :

- ◇ Trop d'appareils de grandes puissances branchés simultanément sur une multiprise.
- ◇ Les deux fils de la ligne (appelés fils de phase et de neutre) rentrent en contact accidentel. Il se produit alors un court-circuit.

Les fabricants indiquent sur tous les appareils une intensité maximale ou une **puissance maximale** de fonctionnement. ($P = U.I$ donc si le fabricant nous indique une puissance maximale, il suffit de la diviser par U pour avoir l'intensité maximale de fonctionnement : $I = P/U$). On appelle aussi cette intensité maximale de fonctionnement **valeur de sécurité**.

Si l'intensité qui circule dans le circuit dépasse cette valeur de sécurité, il y a **surintensité**.

Pour éviter que cela puisse arriver, on place dans les circuits électriques un dispositif afin de protéger l'installation. Ce dispositif ouvre le circuit dès que l'intensité dépasse la valeur de sécurité. On appelle ce dispositif un **coupe-circuit**. Ce coupe-circuit peut-être un fusible ou un disjoncteur différentiel.

2.4.4 L'énergie électrique

La puissance électrique est une grandeur **instantanée**, c'est à dire qu'elle permet de savoir ce que reçoit un appareil ou une installation à chaque instant. Par contre l'**énergie** tient compte de la **durée d'utilisation**.

On utilise la lettre **E** pour noter les énergies et elles s'expriment en **Joule (J)**.

Pour calculer l'énergie électrique consommée il suffit donc de multiplier la puissance électrique par le temps d'utilisation :

$$E = P \times t \quad (9)$$

En multipliant des watts par des secondes on obtient souvent des nombres très grands, pour éviter cet inconvénient on utilise parfois le kilowattheure (**kWh**) pour mesurer les énergies.

3 Théorèmes généraux

3.1 Loi de Kirchhoff

Les lois de **Kirchhoff** expriment la conservation de l'énergie et de la charge dans un circuit électrique. Elle portent le nom du physicien allemand qui les a établies en 1984 : **Gustav Kirchhoff**.

3.1.1 Définitions

◇ Nœud

Un **nœud** est un point du circuit auquel sont reliés au moins deux bornes de deux dipôles différents. Un **nœud** relie au moins de fils de connexion, Fig.(11).

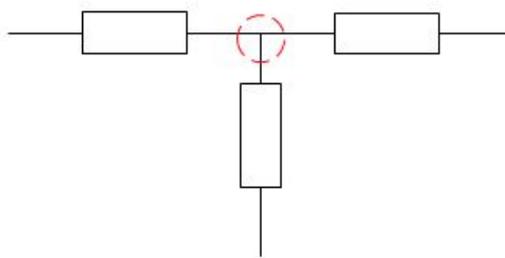


FIGURE 11: Exemple d'un nœud.

◇ Branche

Une **Branche** de circuit est une portion de circuit électrique située entre deux nœuds consécutifs, Fig.(12).

On distingue :

La Branche principale : qui est la branche comportant le générateur du circuit électrique.

La Branche secondaire : est la branche qui ne contiennent que des récepteurs.

◇ Maille

Une maille est un chemin fermé, dans un circuit électrique, le long duquel toutes les tensions sont annotées, Fig.(13).

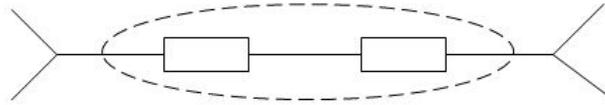


FIGURE 12: Exemple d'une branche.

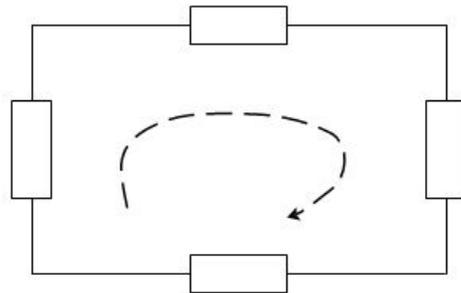


FIGURE 13: Exemple de maille orientée.

◇ Réseau

Un réseau, ou circuit, est un ensemble de composants reliés par des fils de connexion qui peut être analysé en termes de nœuds, branches et mailles.

3.1.2 Loi des nœuds

la somme algébrique des courants dirigés vers un nœud d'un circuit est nulle (en comptant positivement les courants dirigés vers le nœud et en comptant négativement ceux qui en sortent). Cette loi exprime le fait qu'il ne peut pas y avoir accumulation de charges en un point quelconque d'un conducteur du réseau. C'est une conséquence de la conservation de la charge électrique, Fig.(14).

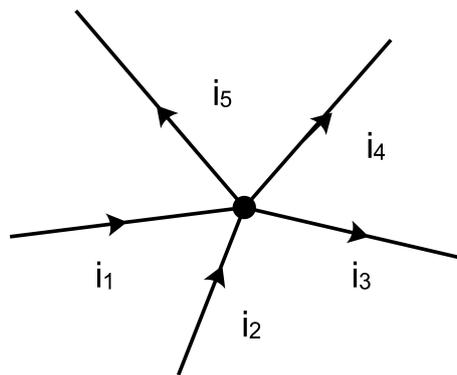


FIGURE 14: Illustration de la loi des nœuds.

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

Plus généralement la loi des nœuds s'écrit :

$$\sum \xi_k i_k = 0$$

ξ_k vaut (+1) si le courant i_k aboutit au nœud et (-1) s'il en repart.

On pourrait tout aussi bien utiliser la convention inverse et noter $(-)$ les courants qui arrivent à un nœud et $(+)$ les courants qui en partent, on obtiendrait la même équation !

3.1.3 Loi des mailles

La somme algébrique des différences de potentiel le long d'une maille obtenue en parcourant la maille dans un sens donné, Fig.(15), est nulle. Les différences de potentiel orientées dans le même sens que le sens de parcours de la maille sont comptées positivement. Les différences de potentiel orientées dans le sens opposé au sens de parcours de la maille sont comptées négativement.

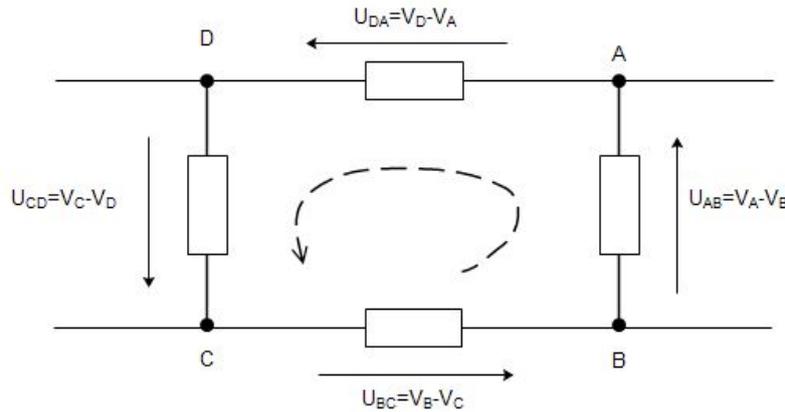


FIGURE 15: Illustration de la loi des mailles.

Ainsi, dans notre exemple :

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$

$$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

$$(V_A - V_A) = 0$$

Plus généralement la loi des mailles s'écrit :

$$\sum \xi_k u_k = 0$$

ξ_k vaut $(+1)$ si la tension u_k est orientée dans le sens de la maille et (-1) dans le cas contraire.

On peut tout aussi bien orienter la maille dans le sens inverse. Cela revient à changer tous les signes et le résultat est le même ! C'est pour cela qu'on dit que l'orientation sur la maille est choisie **arbitrairement**.

3.2 Diviseurs de courant et de tension

3.2.1 Diviseur de courant

Analysons un circuit parallèle simple, en déterminant le courant de chaque résistance, Fig.(16) :

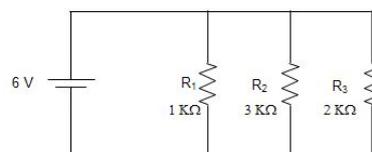


FIGURE 16: Circuit de trois résistance en parallèle.

Sachant que les tensions entre tous les composants d'un circuit parallèle sont identiques, nous pouvons remplir notre tableau de tension-courant-résistance, Tab.(1) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E	6	6	6	6	Volts
I					Amps
R	1K	3K	2K		Ohms

TABLE 1: Tableau de tension-courant-résistance.

En utilisant la loi d'Ohm ($I = E/R$), nous pouvons calculer le courant de chaque branche, Tab.(2) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E	6	6	6	6	Volts
I	6 m	2 m	3 m		Amps
R	1K	3K	2K		Ohms

TABLE 2: Calcul des courants de chaque branche.

Sachant que les courants de chaque de branche s'additionnent dans les circuits parallèles pour égaler au courant total, on peut obtenir le courant total en additionnant $6mA$, $2mA$ et $3mA$, Tab.(3) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E	6	6	6	6	Volts
I	6 m	2 m	3 m	11 m	Amps
R	1K	3K	2K		Ohms

TABLE 3: Calcul des courant totale.

La dernière étape consiste bien entendu à déterminer la résistance équivalente. Cela peut être fait avec la loi d'Ohm ($R = E/I$) dans la colonne **total**, ou avec la formule des résistances en parallèle. De toute façon, nous aurons la même réponse, Tab.(4) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E	6	6	6	6	Volts
I	6 m	2 m	3 m	11 m	Amps
R	1K	3K	2K	545.45	Ohms

TABLE 4: Calcul de la résistance totale.

Une fois encore, il devrait être évident que le courant traversant chaque résistance est lié à sa résistance, étant donné que la tension entre toutes les résistances est la même. Plutôt que d'être directement proportionnelle, la relation ici est une relation inverse. Par exemple, le courant passant par R1 est deux fois plus important que le courant passant par R_3 , qui a deux fois la résistance de R_1 .

Si nous devons changer la tension d'alimentation de ce circuit, nous trouverions Ces rapports proportionnels ne changent pas, Tab.(5) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E	24	24	24	24	Volts
I	24 m	8 m	12 m	44 m	Amps
R	1K	3K	2K	545.45	Ohms

TABLE 5: Changement de la tension d'alimentation.

Le courant traversant R_1 est toujours exactement le double de celui de R_3 , malgré le fait que la tension de source ait changé. La proportionnalité entre les courants de différents branches est strictement fonction des résistances.

Malgré la multiplication par quatre de la tension d'alimentation, le rapport entre le courant de chaque branche et le courant total reste inchangé :

$$\frac{I_{R_1}}{I_{total}} = \frac{6mA}{11mA} = \frac{24mA}{44mA} = 0.54545 \quad (10)$$

$$\frac{I_{R_2}}{I_{total}} = \frac{2mA}{11mA} = \frac{8mA}{44mA} = 0.18182 \quad (11)$$

$$\frac{I_{R_3}}{I_{total}} = \frac{3mA}{11mA} = \frac{12mA}{44mA} = 0.27273 \quad (12)$$

Pour cette raison, un circuit parallèle est souvent appelé un **diviseur de courant** pour sa capacité à proportionner ou à diviser le courant total en parties fractionnaires. Avec un peu d'algèbre, nous pouvons dériver une formule pour déterminer le courant de résistance parallèle en donnant rien de plus que le *courant total*, la *résistance individuelle* et la *résistance totale* :

Courant à travers n'importe quelle résistance :

$$I_n = \frac{E_n}{R_n} \quad (13)$$

Tension dans un circuit parallèle :

$$E_{total} = E_n = I_{total} \cdot R_{total} \quad (14)$$

La substitution de l'Eq.(14) dans l'Eq.(13), on trouve le courant à travers chaque résistance parallèle :

$$I_n = I_{total} \cdot \frac{R_{total}}{R_n} \quad (15)$$

Le rapport entre la résistance totale et chaque résistance est le même que le courant de chaque branche par rapport au courant total. Ceci est connu comme la formule de **diviseur de courant**, et c'est une méthode simplifiée pour déterminer les courants de chaque branche dans un circuit parallèle lorsque le courant total est connu.

3.2.2 Exemple d'application-diviseur de courant

En utilisant le circuit parallèle précédent à titre d'exemple, Fig.(16), nous pouvons recalculer les courants de chaque branche en utilisant cette formule, si nous avons le courant total et la résistance totale comme donnés :

$$I_{R_1} = 11mA \cdot \frac{545.45\Omega}{1K\Omega} = 6mA \quad (16)$$

$$I_{R_2} = 11mA \cdot \frac{545.45\Omega}{3K\Omega} = 2mA \quad (17)$$

$$I_{R_3} = 11mA \cdot \frac{545.45\Omega}{2K\Omega} = 3mA \quad (18)$$

3.2.3 Diviseur de tension

Analysons un circuit simple en déterminant les chutes des tensions de chaque résistances, Fig.(17) :

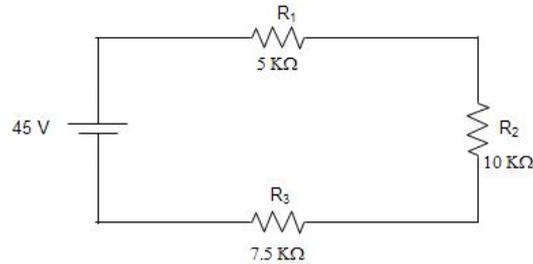


FIGURE 17: Circuit de trois résistance en série.

A partir des valeurs données de chaque résistance , nous pouvons déterminer une résistance totale du circuit, sachant que les résistances ajoutent en série, Tab.(6) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E				45	Volts
I					Amps
R	5K	10K	7.5K	22.5	Ohms

TABLE 6: Calcul de la résistance équivalente.

À partir de là, nous pouvons utiliser la loi d'Ohm ($I = E/R$) pour déterminer le courant total, qui nous le savons, sera identique à celui de chaque résistance, les courants étant égaux dans toutes les parties d'un circuit en série, Tab.(7) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E				45	Volts
I	2 m	2 m	2 m	2 m	Amps
R	5K	10K	7.5K	22.5	Ohms

TABLE 7: Calcul des courants de chaque branche.

Maintenant, sachant que le courant du circuit est de 2 mA, nous pouvons utiliser la loi d'Ohm ($E = IR$) pour calculer la tension aux bornes de chaque résistance, Tab.(8) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E	10	20	15	45	Volts
I	2 m	2 m	2 m	2 m	Amps
R	5K	10K	7.5K	22.5	Ohms

TABLE 8: Calcul des tensions de chaque résistance.

Il devrait être évident que la chute de tension à travers chaque résistance est proportionnelle à sa résistance, étant donné que le courant est le même à travers toutes les résistances. Notez que la tension aux bornes de R₂ est le double de celle aux bornes de R₁, tout comme la résistance R₂ est le double à celle de R₁.

Si nous devons changer la tension totale, nous trouverions que la proportionnalité des chutes de tension reste constante, Tab.(9) :

	R_1	R_2	R_3	Totale	
E	40	80	60	180	Volts
I	8 m	8 m	8 m	8 m	Amps
R	5K	10K	7.5K	22.5	Ohms

TABLE 9: Changement de la tension.

La tension aux bornes de R2 est toujours le double à celle de R1, malgré le fait que la source de tension a changé. La proportionnalité des chutes de tension (rapport entre elles) est strictement en fonction des valeurs de résistance.

Avec un peu plus d'observation, il devient évident que la chute de tension aux bornes de chaque résistance est également une proportion fixe de la tension d'alimentation. la tension aux bornes de R1, par exemple, était de 10 volts lorsque l'alimentation était de 45 volts. Lorsque la tension d'alimentation a été augmentée à 180 volts (4 fois plus), la chute de tension de R1 a également été multipliée par 4 (de 10 à 40 volts). Le rapport entre la chute de tension de R1 et la tension totale n'a cependant pas changé :

$$\frac{E_{R_1}}{E_{total}} = \frac{10V}{45V} = \frac{40V}{180V} = 0.2222 \quad (19)$$

De même, aucun des autres rapports de chute de tension n'a changé avec l'augmentation de la tension d'alimentation :

$$\frac{E_{R_2}}{E_{total}} = \frac{20V}{45V} = \frac{80V}{180V} = 0.4444 \quad (20)$$

$$\frac{E_{R_3}}{E_{total}} = \frac{15V}{45V} = \frac{60V}{180V} = 0.3333 \quad (21)$$

Pour cette raison, un circuit en série est souvent appelé un **diviseur de tension** pour sa capacité à diviser la tension totale en fractions de rapport constant.

Avec un peu d'algèbre, nous pouvons dériver une formule pour déterminer la chute de tension d'une résistance en série étant donné uniquement la tension totale, la résistance individuelle et la résistance totale :

Chute de tension aux bornes de chaque résistance :

$$E_n = I_n \cdot R_n \quad (22)$$

Courant dans un circuit en série :

$$I_{total} = \frac{E_{total}}{R_{total}} \quad (23)$$

En remplaçant $\frac{E_{total}}{R_{total}}$ pour I_n dans (Eq.22), on obtient le chut de tension aux bornes chaque résistance en série :

$$E_n = E_{total} \cdot \frac{R_n}{R_{total}} \quad (24)$$

3.2.4 Exemple d'application-diviseur de tension

En utilisant cette formule, nous pouvons ré-analyser le circuit précédent (Fig.17) pour obtenir les chutes de tension de chaque résistance.

3.3 Théorème de Millman

3.3.1 Définitions

Le théorème de Millman s'applique à un circuit électrique constitué de n branches en parallèle. Chacune de ces branches comprenant un générateur de tension parfait en série avec un élément linéaire (comme une résistance par exemple), Fig.(18).

Ca s'applique aussi bien en continu comme en alternatif sinusoïdal.

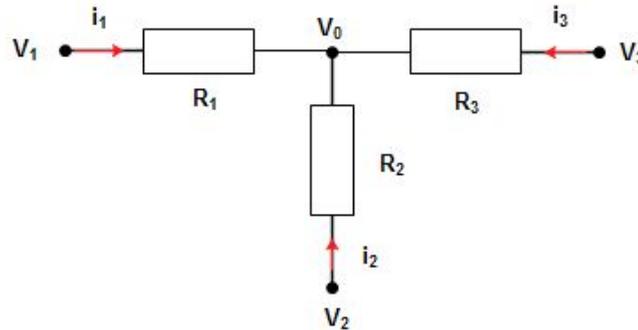


FIGURE 18: Calcul du potentiel V_0 .

Analyse du circuit

$$V_1 - V_0 = R_1 \cdot i_1$$

$$V_2 - V_0 = R_2 \cdot i_2$$

$$V_3 - V_0 = R_3 \cdot i_3$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

◇ $U = R \cdot I$ pour chaque branche

$$i_1 = \frac{V_1 - V_0}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V_2 - V_0}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{V_3 - V_0}{R_3}$$

◇ la somme des courants=0

$$\frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3} = 0$$

◇ Maintenant, on regroupe les V_0 :

$$V_0 \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3}$$

on conclut :

$$V_0 = \frac{\sum \frac{V_i}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_i}}$$

Utile pour calculer un réseau électrique constitué de plusieurs branches en parallèle, Fig.(19).

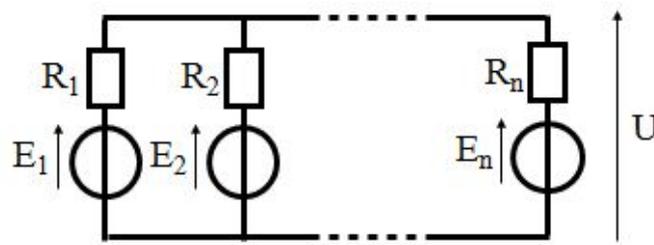


FIGURE 19: Circuit constitué de plusieurs branches en parallèle.

$$U = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{V_i}{R_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

3.3.2 Exemple d'application

Calculer la tension aux bornes des points **A** et **B** de la Fig.(20).

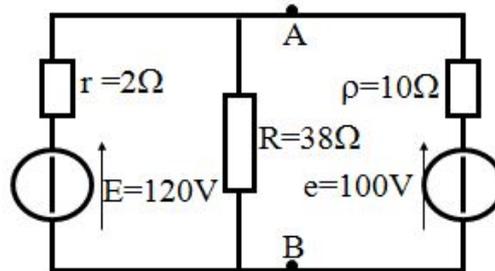


FIGURE 20: Circuit parallèle.

$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{120}{2} + \frac{0}{38} + \frac{100}{10}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} + \frac{1}{38} + \frac{1}{10}}$$

alors,

$$U_{AB} = 111,76V$$

Ensuite on calcule facilement les courants dans chaque branche. Par exemple,

$$I_r = 111,76 \div 38 = 2,941A$$

3.4 Théorème de Superposition

3.4.1 Définitions

Dans un réseau linéaire alimenté par plusieurs sources indépendantes, le courant circulant dans une branche est la somme algébrique des courants produits par les différentes sources agissant séparément, Fig.(21).

Soit un circuit linéaire comportant plusieurs sources autonomes de tension et de courant. Le courant dans une branche (ou la tension aux bornes d'une branche) est égal à **la somme algébrique des courants (ou des tensions) produits séparément par chaque source autonome, toutes les autres sources autonomes étant éteintes.**

3.4.2 Exemple d'application

Calculer les courants, Fig.(22) :

$$E = 12V, e = 100V, r = 2\Omega; R = 38\Omega, \rho = 10\Omega$$

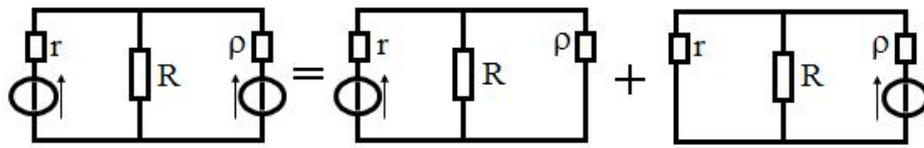


FIGURE 21: Superposition de plusieurs source d'alimentation.

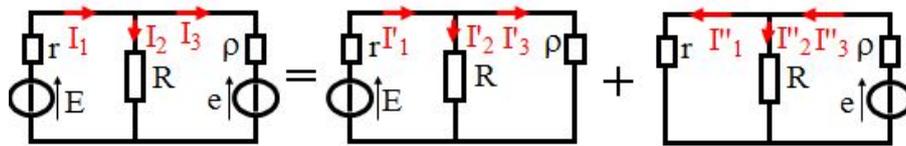


FIGURE 22: Circuit avec plusieurs source d'alimentation.

$I_1 = I'_1 - I''_1 = 4,12 \text{ A}$ $I_2 = I'_2 + I''_2 = 2,94 \text{ A}$ $I_3 = I'_3 - I''_3 = 1,18 \text{ A}$	$I'_1 = \frac{E}{r + \frac{R \cdot \rho}{R + \rho}} = 12,1 \text{ A}$ $I'_2 = I'_1 \cdot \frac{R}{R'_{\text{eq}}} = 2,52 \text{ A}$ $I'_3 = I'_1 \cdot \frac{R'_{\text{eq}}}{\rho} = 9,58 \text{ A}$	$I''_3 = \frac{e}{\rho + \frac{R \cdot r}{R + r}} = 8,40 \text{ A}$ $I''_1 = I''_3 \cdot \frac{r}{R'_{\text{eq}}} = 7,98 \text{ A}$ $I''_2 = I''_3 \cdot \frac{R'_{\text{eq}}}{R} = 0,42 \text{ A}$
---	--	---

3.5 Théorème de Thévenin

3.5.1 Définitions

Tout circuit linéaire peut être modélisé par une source de tension en série avec une résistance. générateur de tension

Soit une source de tension de f.e.m. E_G et de résistance interne R_G , le courant est orienté en **convention générateur**, Fig.(23).

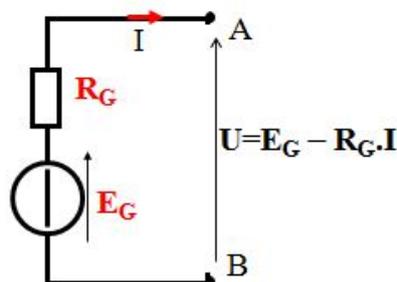


FIGURE 23: Convention générateur.

En **convention récepteur** : pareil mais le sens positif choisi pour la courant est orienté en sens inverse. Si I était positif, il devient négatif. On change I en $-I$, Fig.(24).

Une partie du circuit entre les bornes A et B est considérée comme un générateur, qui peut être modélisé par une **f.e.m. équivalente** E_{Th} . Et sa **résistance interne équivalente** R_{Th} .

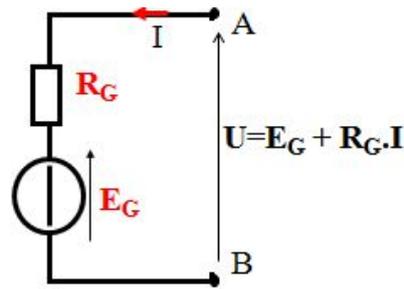


FIGURE 24: Convention récepteur.

Le théorème de **Thévenin** nous indique comment calculer E_{Th} et R_{Th} , Fig.(25).

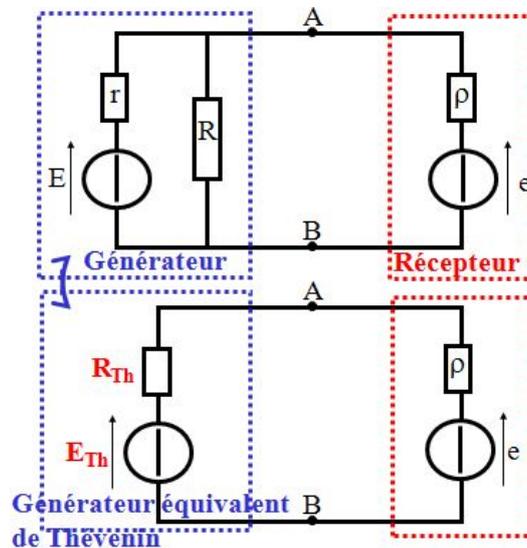


FIGURE 25: Générateur équivalent de Thévenin avec le récepteur.

1-Calcul de la f.e.m. du générateur équivalent de Thévenin

On ne garde que la partie du circuit considérée comme générateur.

$$V_A - V_A = E_{Th}$$

Exemple de calcul

Sur la Fig.(26), on voit que :

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E_{Th}}{R}, \text{ alors,}$$

$$E_{Th} = E \cdot \frac{R}{R+r}$$

2-Calcul de la résistance interne du générateur équivalent de Thévenin

On supprime la (ou les) *f.e.m.* et on calcule la résistance vue entre les bornes **A** et **B** : Dans cet exemple on obtient, Fig.(27) :

$$R_{Th} = R // r = \frac{R \cdot r}{R+r}$$

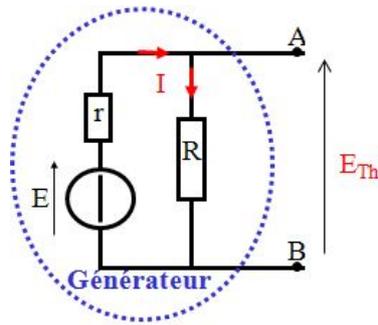


FIGURE 26: Générateur équivalent de Thévenin.

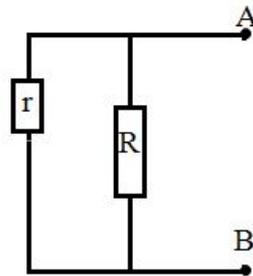


FIGURE 27: Résistance équivalente de Thévenin.

3.5.2 Exemple d'application

Dans le circuit suivant, calculer R_{Th} , E_{Th} et le courant de la résistance ρ , Fig.(28)

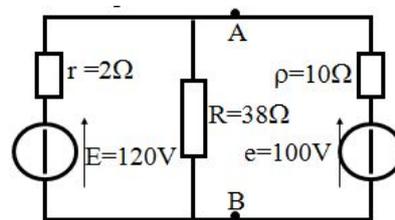


FIGURE 28: Circuit parallèle.

$$R_{Th} = \frac{2 \times 38}{2 + 38} = 1,9\Omega$$

$$E_{Th} = E \cdot \frac{R}{R+r} = 114V$$

Ce circuit est équivalent au circuit suivant, Fig.(29). Une seule boucle :

$$E_{Th} - R_{Th} \cdot I_M - \rho \cdot I_M - e = 0$$

qui s'écrit aussi,

$$E_{Th} - e = I_M \cdot (R_{Th} + \rho)$$

$$I_M = \frac{114 - 100}{1,9 + 10}$$

$$I_M = 1,176A$$

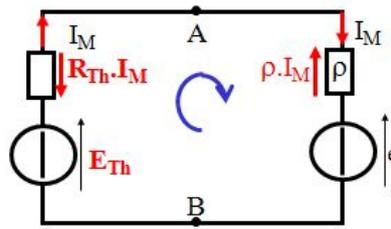


FIGURE 29: Circuit équivalent.

3.6 Théorème de Norton

Tout circuit linéaire peut être modélisé par une source de courant en parallèle avec une résistance.

Les conditions étant les mêmes que pour l'application du théorème de Thévenin, mais cette fois la partie du circuit considérée comme le générateur est modélisée par une source de courant en parallèle avec sa résistance interne ρ , Fig.(30).

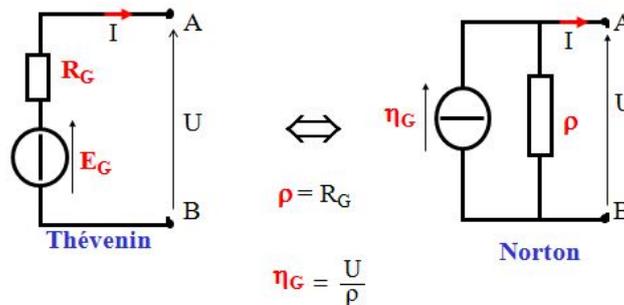


FIGURE 30: Circuit équivalent au Théorème de Norton.

4 Associations des résistances

4.1 Association des résistances en série

La résistance équivalente de plusieurs résistances placées en série dans un montage est égale à la somme des résistances, Fig.(31).

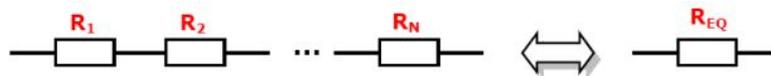


FIGURE 31: Association des résistances en série.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

4.2 Association des résistances en parallèle

La résistance équivalente de plusieurs résistances placées en parallèle est donnée par la relation ci-dessous, Fig.(32).

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

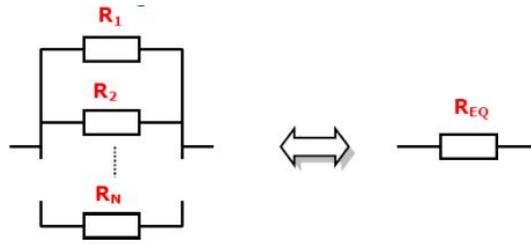


FIGURE 32: Association des résistances en parallèle.

Cas particulier de 2 résistances en parallèle

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Références

- [1] Tony R Kuphaldt. Lessons in electric circuits, volume i–dc. *Vol. Fifth Edition. Open Book Project*, 2006.
- [2] Rosario Bartiromo and Mario De Vincenzi. Direct current circuits. In *Electrical Measurements in the Laboratory Practice*, pages 27–51. Springer, 2016.
- [3] C Taylor. Voltage, current, resistance, and ohm’s law–electricity basics. sparkfun, 2016.
- [4] Théodore Wildi and Gilbert Sybille. *électrotechnique*. De Boeck Supérieur, 2000.