

Chapitre 1 : Concepts de Base des écoulements diphasiques (suite) :

1.2 La masse volumique du mélange diphasique : elle est définie comme étant la masse moyenne par unité le volume:

$$\rho = \frac{\int_{V_\ell} \rho_\ell dV + \int_{V_v} \rho_v dV}{V_\ell + V_v} \quad (3)$$

Si la masse volumique de chaque phase est considérée constante, la relation suivante peut être obtenue en employant l'expression de α :

$$\rho = (1 - \alpha)\rho_\ell + \alpha\rho_v \quad (4)$$

1.2 La vitesse de la phase : elle représente la vitesse moyenne de chaque phase et elle est définie comme étant le débit volumique de cette phase (Q_ℓ ou Q_v) traversant la section correspondante à chaque phase (A_ℓ ou A_v). Cette vitesse devrait également être considérée comme étant une moyenne temporelle de la vitesse afin d'éliminer les fluctuations aléatoires, c'est-à-dire :

(5)

$$\begin{aligned} \langle w_\ell \rangle^\ell &= \frac{Q_\ell}{A_\ell} \\ \langle w_v \rangle^v &= \frac{Q_v}{A_v} \end{aligned} \quad (6)$$

1.3 La vitesse superficielle (le flux volumique) de chaque phase : elle représente le rapport le débit volumique de cette phase divisé par la section totale traversée par les deux phases en question, c'est-à-dire :

(7)

$$\begin{aligned} j_\ell &= \frac{Q_\ell}{A_\ell + A_v} \\ j_v &= \frac{Q_v}{A_\ell + A_v} \end{aligned} \quad (8)$$

La vitesse superficielle de chaque phase définie par (7) et (8) est égal à la vitesse que chaque phase aurait si elle devait s'écouler seule dans la conduite à son débit massique spécifié.

La relation qui relie la vitesse superficielle à la vitesse de la phase dans le cas de la phase liquide peut être obtenue en combinant des équations. (5) et (7) et en utilisant la définition de la fraction de vide α dans l'équation. (2), on obtient donc,

$$j_\ell = w_\ell(1 - \alpha) \quad (9)$$

D'une façon similaire,

$$j_v = w_v \alpha \quad (10)$$

Étant donné que la fraction de vide dans un écoulement diphasique se situe toujours entre zéro et un, il peut être vu à partir des eqs. (9) et (10) que les vitesses de phase de chaque phase sont supérieures au flux volumiques correspondants. Le flux volumique total du mélange diphasique, j , peut être exprimé comme suit :

$$j = j_\ell + j_v \quad (11)$$

1.4 La fraction volumique β : elle est définie comme étant le débit volumique de la vapeur divisée par le débit volumique total:

$$\beta = \frac{j_v}{j_\ell + j_v} = \frac{Q_v}{Q_\ell + Q_v} \quad (12)$$

qui est une quantité pratique pour l'expérience étant donné que les débits volumiques peuvent être facilement calculés ou mesurés.

L'expérience a montré que pour un écoulement unidimensionnel la vitesse de phase de la vapeur est normalement supérieure à la vitesse de phase du liquide dans les systèmes diphasiques en écoulement.

1.5 Le rapport de glissement : est défini comme le rapport de vitesse de phase de la vapeur à celle du liquide, c'est-à-dire,

$$S = \frac{w_v}{w_\ell} \quad (13)$$

Pour un écoulement homogène, les vitesses des phases liquide et vapeur sont identiques et donc le rapport de glissement $S = 1$, c'est-à-dire,

$$w_v = w_\ell \quad (14)$$

La substitution des équations (9) et (10) dans l'équation (14) donne :

$$\frac{j_v}{\alpha} = \frac{j_\ell}{1-\alpha} \quad (15)$$

La fraction du vide pour un écoulement homogène est donc :

$$\alpha = \frac{j_v}{j_\ell + j_v} \quad (16)$$

Qui indique que pour un écoulement homogène : $\alpha = \beta$

1.6 La qualité : est définie comme étant la teneur en vapeur (gaz) de l'écoulement diphasique. C'est un paramètre qui identifie la sécheresse ou l'humidité du système diphasique.

$$x = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_\ell + \dot{m}_v} \quad (17)$$

où \dot{m} est le débit massique de la phase liquide ou vapeur (gaz), obtenu à partir des relations suivantes :

(18)

$$\begin{aligned} \dot{m}_\ell &= \rho_\ell w_\ell A_\ell \\ \dot{m}_v &= \rho_v w_v A_v \end{aligned} \quad (19)$$

1.7 Le flux massique superficiel : appelé aussi la vitesse massique du liquide et de la vapeur, sont définis par :

(20)

$$\begin{aligned} G_\ell &= \frac{\dot{m}_\ell}{A} = \rho_\ell j_\ell = \rho_\ell w_\ell (1 - \alpha) \\ G_v &= \frac{\dot{m}_v}{A} = \rho_v j_v = \rho_v w_v \alpha \end{aligned} \quad (21)$$

Le flux massique total dans l'écoulement diphasique est donc donné par :

$$\dot{m}'' = G_\ell + G_v = \rho_v j_v + \rho_\ell j_\ell = \rho_v w_v \alpha + \rho_\ell w_\ell (1 - \alpha) \quad (22)$$

La qualité x est donnée aussi par :

$$x = \frac{G_v}{\dot{m}''} \quad (23)$$

Si on substitue cette équation dans (20), on aura

(24)

$$\begin{aligned} j_\ell &= \frac{\dot{m}''(1 - x)}{\rho_\ell} \\ j_v &= \frac{\dot{m}''x}{\rho_v} \end{aligned} \quad (25)$$

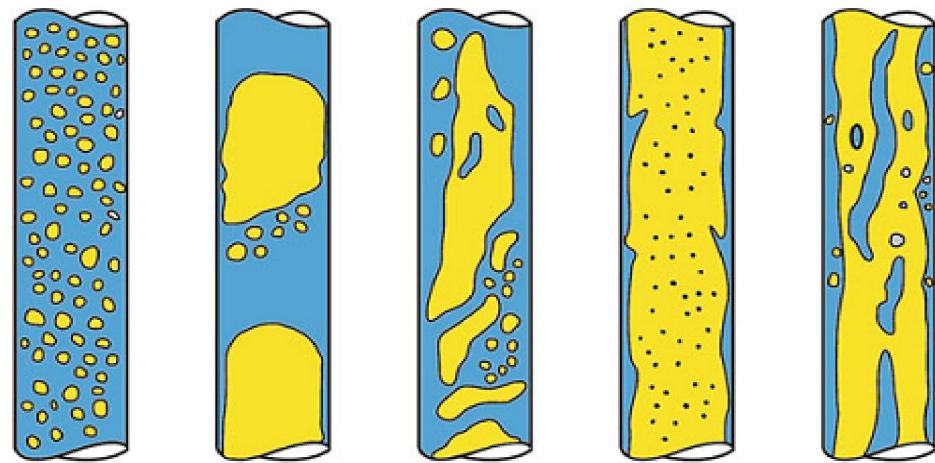
Chapitre 2 : Régimes (modèles) d'écoulements diphasiques

2.1. Modèles (régimes) d'écoulement dans un canal vertical :

L'écoulement diphasique dans un canal vertical a tendance à être plus symétrique, car les forces de gravité agissent d'une manière identique dans les directions circonférentielles. La force gravitationnelle joue un rôle prédominant dans la phase liquide (et donc dans l'ensemble de l'écoulement diphasique) dans un canal vertical. La figure 1 montre les structures d'écoulements rencontrés dans un écoulement vertical ascendant

- **Écoulement à bulles** : Les bulles de vapeur sont dispersées dans la phase liquide continue. La taille des bulles varie largement mais elle est généralement faible par rapport au diamètre du tube.
- **Écoulement avec bouchons** : A mesure que la taille des bulles augmente et qu'elles commencent à se consolider, des bouchons peuvent être formés. Les bouchons prennent souvent la forme d'une balle dans un écoulement ascendant et peuvent être séparés par des régions occupées par le liquide avec une dispersion de bulles de petites tailles. Ces bouchons en forme de balles sont communément appelés «Bulles de Taylor» après une instabilité de Taylor.
- **Écoulement à forte coalescence** : également appelé écoulement semi-annulaire. À mesure que les bulles grossissent, elles commencent à se casser conduisant ainsi à un écoulement plus aléatoire et instable. Bien que la phase vapeur s'écoule en continu vers le haut, la phase liquide peut subir des mouvements intermittents vers le haut et vers le bas, car la force de cisaillement de la phase vapeur peut juste équilibrer le gradient de pression imposé et la force de gravité descendante. Ce modèle oscillatoire est appelé **l'écoulement à forte coalescence**, et c'est un régime intermédiaire entre l'écoulement à bouchons et l'écoulement annulaire. Si le diamètre du tube vertical est petit, le type d'écoulement peut passer directement d'un écoulement à bouchons à un écoulement annulaire sans passer par ce modèle.
- **Écoulement annulaire** : A une valeur de qualité relativement élevée, la mince couche liquide s'écoule le long de la paroi intérieure du tube et le noyau central de l'écoulement est constitué de la phase vapeur (gaz). L'écoulement annulaire se produit lorsque le cisaillement interfacial sur le film liquide (relatif à la vitesse importante du gaz ou de la vapeur) domine sur la gravité. Le liquide est ensuite expulsé du centre du tube pour former un film liquide sur la paroi de ce dernier. Puisque la vitesse de la phase vapeur (au cœur du tube) est beaucoup plus élevée que la vitesse de la phase liquide, le noyau de vapeur peut onduler la couche liquide et former des vagues au sein du film liquide. Il est également possible qu'une partie de la phase liquide soit entraînée en forme de petites gouttelettes dans le noyau de gaz, ou que certaines bulles peuvent être entraînées dans le film liquide.
- **Écoulement annulaire avec brouillard** : À un des valeurs importantes du débit de liquide, la concentration des gouttelettes dans le noyau de vapeur (gaz) augmente. La

fusion de ces gouttelettes liquides peut entraîner des ruptures ou des mèches de liquide dans le noyau de gaz.



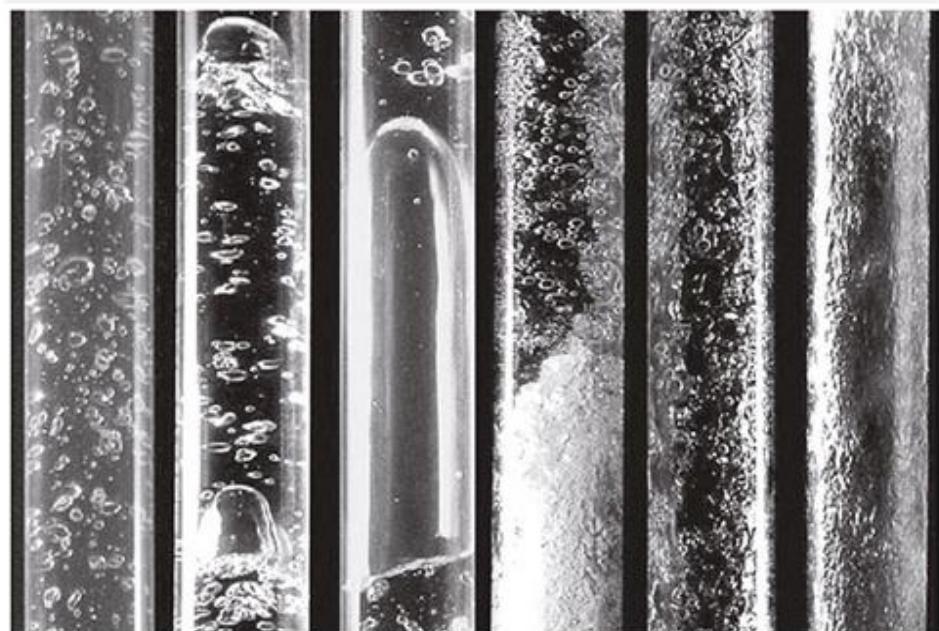
(1)

(2)

(3)

(4)

(5)



à Bulles

avec Bouchons

Annulaire

Figure 1. Types d'écoulements dans un canal vertical : (1) Écoulement à bulles, (2) Écoulement avec bouchons, (3) Ecoulement à forte coalescence, (4) Écoulement annulaire, (5) Écoulement annulaire avec brouillard

La carte du régime d'écoulement est généralement fournie en termes de vitesses superficielles ou d'autres paramètres généralisés de l'écoulement du liquide et de vapeur. Les

différents régimes sont séparés par des lignes qui représentent les conditions de transition entre les régimes d'écoulement. Une carte de régime d'écoulement proposée par Hewitt et Roberts (1969), qui représente une gamme assez large de données expérimentales pour un écoulement diphasique ascendant, est présentée sur la Fig. 2. Le système des coordonnées de la carte sont respectivement les quantités de mouvement superficielle des phases liquide et vapeur. On peut constater que les conditions des différents régimes d'écoulement et les limites qui les séparent peuvent être exprimées comme une combinaison des flux de quantité de mouvement superficielle des phases liquide et vapeur. Les frontières entre les différents régimes d'écoulements sont les critères qui identifient les points de transition du régime d'écoulement et sont souvent intéressants dans les applications pratiques

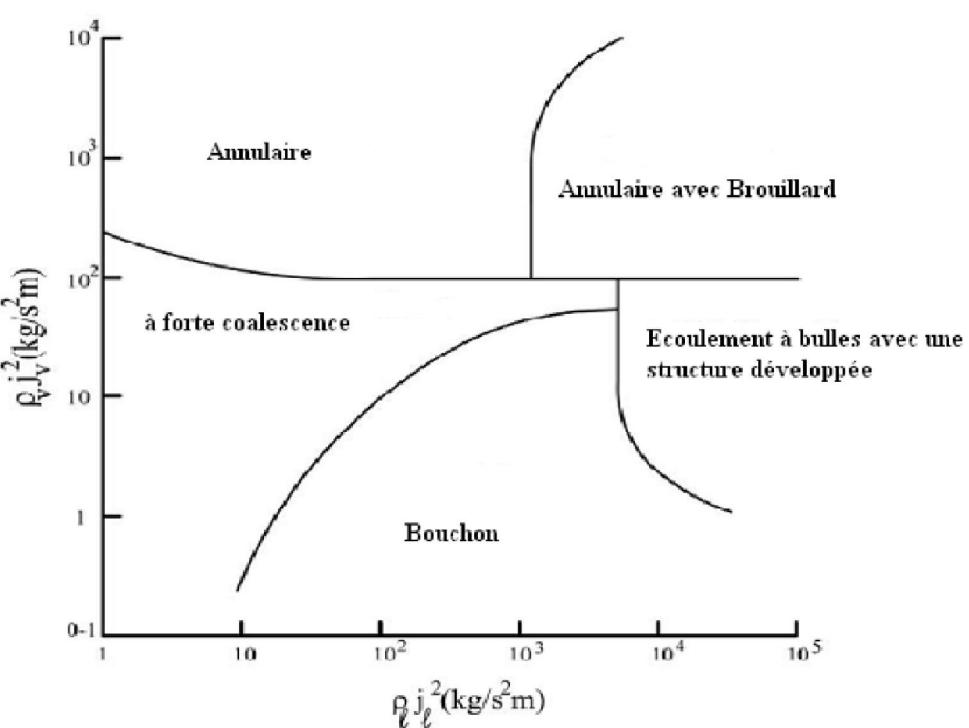


Figure .2. Carte du régime d'écoulement obtenue par Hewitt et Roberts (1969) pour un écoulement vertical à deux phases ascendant.

2.2. Modèles (régimes) d'écoulement dans un canal horizontal :

L'écoulement diphasique horizontal présente des configurations d'écoulement différentes de ceux rencontrées dans l'écoulement vertical écoulement, en raison des forces de gravité qui agissent perpendiculairement à la direction de l'écoulement. L'écoulement diphasique dans un canal horizontal est plus complexe par rapport à l'écoulement diphasique vertical, car l'écoulement n'est pas souvent axisymétrique, en raison des effets de la gravité. Les types d'écoulements rencontrées dans un écoulement diphasique horizontal sont définis comme suit (Hewitt, 1998; Thome, 2004) et ils sont illustré sur la figure 3

- **Ecoulement à bulles dispersées :** La phase vapeur (gaz) apparaît sous forme de bulles distinctes dans la phase liquide continue. Les bulles ont tendance à monter au sommet de l'écoulement en raison des effets de flottabilité. Lorsque la vitesse du liquide est

importante, les bulles peuvent être réparties d'une manière uniforme dans le liquide, comme dans le cas d'un écoulement vertical.

- **Écoulement avec bouchons** : Une augmentation en qualité se traduit par une plus grande taille de bulle de vapeur (gaz) et la formation de bouchons en forme de balles, qui ont tendance à rester au sommet du canal en raison des forces de flottabilité.
- **Écoulement stratifié** : Les vitesses de liquide et de vapeur (gaz) dans ce régime sont relativement petites et la qualité est relativement importante. Le liquide s'écoule le long du fond du canal à cause des effets de la gravité tandis que la phase vapeur (gaz) s'écoule en haut. Il est également possible qu'une couche très mince de liquide se forme en haut du canal d'écoulement.
- **Écoulement stratifié avec vagues** : A mesure que la vitesse de la vapeur (gaz) augmente dans l'écoulement stratifié, les forces de cisaillement de la phase vapeur (gaz) provoquent des ondulations en dessus de la phase liquide et entraînent la formation d'ondes (vagues) au niveau de l'interface liquide-vapeur (gaz). Les vagues grimpent sur les côtés du canal et la couche liquide au fond commence à s'étirer et devient mince.
- **Écoulement avec vagues moutonnantes** : L'amplitude des vagues formées augmente au fur et à mesure que le débit du liquide augmente. Les crêtes peuvent ainsi couvrir tout le canal, et un pont commence à se développer, séparant les structures ainsi formées (les bouchons) les unes des autres. Cependant, une quantité importante de la phase liquide reste et la gravité la tire au fond du canal. Le haut du le canal est toujours mouillé par un film de liquide relativement mince.
- **Écoulement annulaire dispersé**, semblable à la configuration de l'écoulement vertical, la couche liquide s'écoule près de la paroi interne du canal et la vapeur (gaz) dans le noyau central. Reste que la couche liquide en bas du canal est plus épaisse que celle au sommet en raison des effets de la gravité.

La carte d'écoulements la plus utilisée pour les écoulements diphasiques horizontaux, proposé par Taitel et Dukler (1976), est illustré dans la figure 3. Cette carte est basée sur une méthode semi-théorique, et elle est plus difficile à utiliser (d'un point de vue de calcul) par rapport à d'autres cartes d'écoulements. La coordonnée horizontale de la carte de Taitel et Dukler (1976) est le paramètre Martinelli défini par :

$$X = \left[\frac{(dp_F/dz)_\ell}{(dp_F/dz)_v} \right]^{1/2} \quad (26)$$

Tel que : $(dp_F/dz)_\ell$ et $(dp_F/dz)_v$ représentent les gradients de pression des phases liquides et vapeurs s'écoulant dans le canal. La coordonnée verticale de la carte de Taitel et Dukler (1976) sont définies comme suit :

(27)

$$F = \sqrt{\frac{\rho_v}{\rho_\ell - \rho_v}} \frac{j_v}{\sqrt{Dg \cos \theta}}$$

$$K = \left[\frac{\rho_v j_v^2}{(\rho_\ell - \rho_v) D g \cos \theta} \frac{D j_\ell}{v_\ell} \right]^{1/2}$$

$$T = \left[\frac{(dp/dz)_\ell}{(\rho_\ell - \rho_v) g \cos \theta} \right]^{1/2}$$

(29)

Où D est le diamètre du canal et θ est l'angle d'inclinaison du canal/l'horizontale. On peut voir que la détermination du régime d'écoulement à l'aide la carte de Taitel et Dukler (1976) requiert le gradient de pression des phases liquide et vapeur phases en écoulement le long du canal, qui doivent être déterminées à l'aide des modèles d'écoulement appropriés.

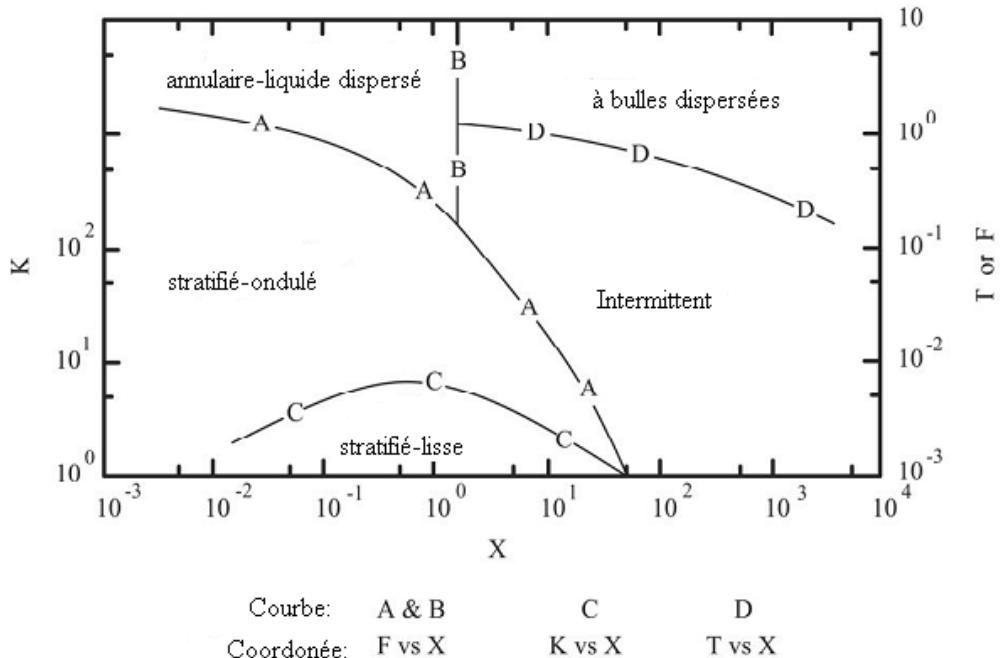


Figure 3. Carte du régime d'écoulement pour un écoulement diphasique horizontal (Taitel et Dukler, 1976).

Il convient de noter que les cartes d'écoulement présentées sur les Fig. 2, et 3 ont été obtenues pour un écoulement diphasique adiabatique; mais les limites de transition entre les différents régimes d'écoulement dépendent du flux de chaleur. Cependant, ces cartes sont souvent utilisées pour déterminer les régimes d'écoulement d'évaporation et condensation à l'intérieur d'un canal pour lequel un chauffage ou un refroidissement externe est requis.

L'application de ces cartes d'écoulement à l'ébullition ou à la condensation (cas de la convection forcée) à l'intérieur d'un canal peut ne pas donner des résultats fiables.

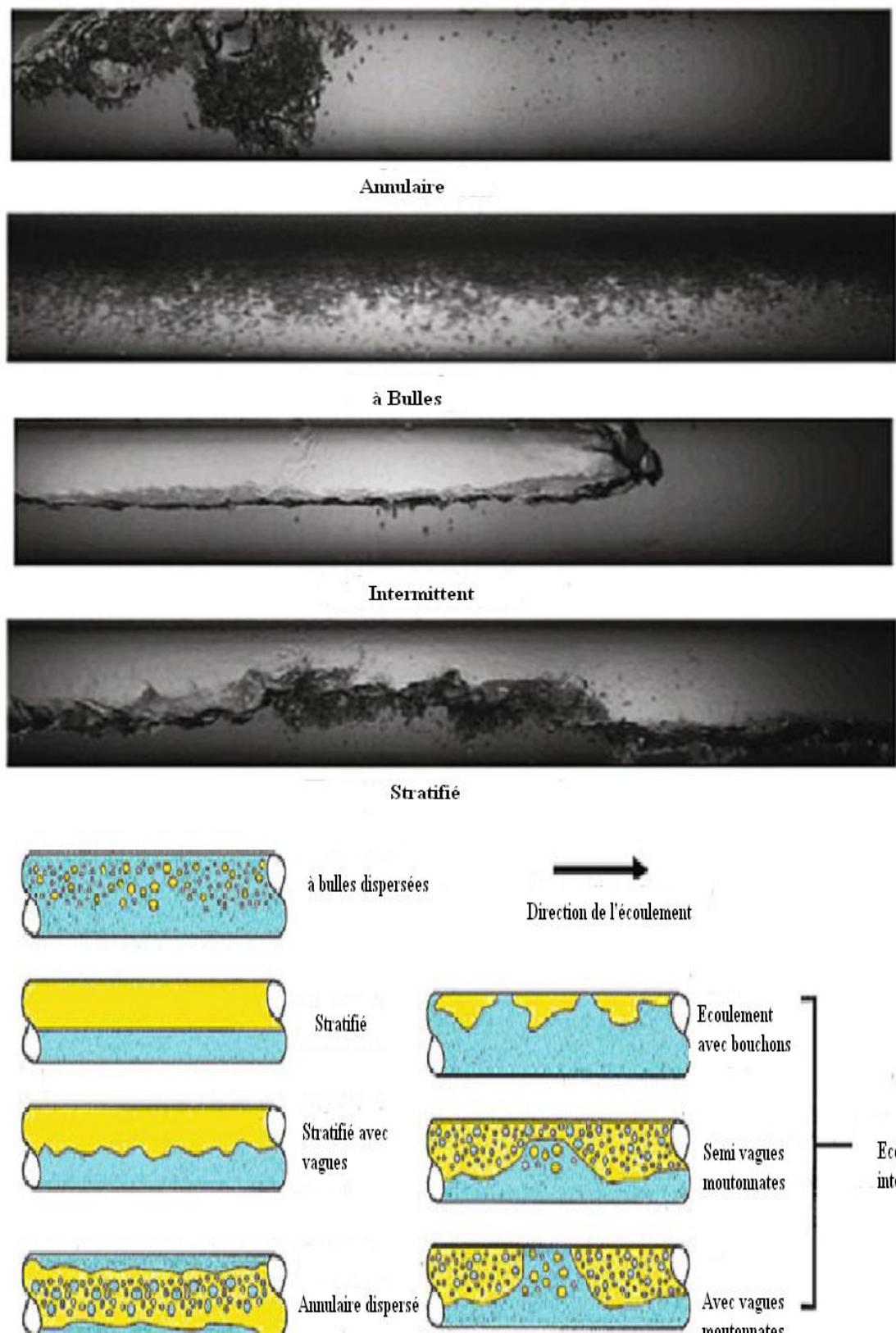


Figure 4. Types d'écoulements dans un canal horizontal

Chapitre 3 : Modélisation des écoulements diphasiques

Un certain nombre de modèles ont été proposés pour calculer la perte de charge et le transfert de chaleur dans les écoulements diphasiques. Ces modèles fournissent une représentation précise des régimes d'écoulement. Les modèles les plus utilisés sont le modèle homogène et le modèle d'écoulement séparé. Ce dernier est une version simple du modèle multi-fluides, il permet à deux phases d'avoir des propriétés et des vitesses monodimensionnelles différentes, tandis que les équations de conservation sont écrites pour l'écoulement combiné. La principale différence entre ces deux modèles est la façon dont la vitesse de phase est abordée.

Le modèle homogène regroupe les deux phases ensemble pour fournir un écoulement homogène, et le comportement de l'écoulement homogène est alors déterminé. Dans le modèle d'écoulement séparé, en revanche, l'écoulement de chaque phase est déterminé indépendamment et les effets des deux phases sont par la suite additionnés.

Le modèle d'écoulement homogène offre une approche plus simple pour déterminer les propriétés et les comportements de l'écoulement, mais il sous-estime la chute de pression, particulièrement pour les valeurs de pression modérées. De plus, le modèle homogène est moins précis lorsque les conditions de la vitesse et de l'écoulement pour les deux phases sont plus dispersé. En revanche, le modèle d'écoulement séparé est un peu plus complexe mais tend à donner des résultats plus précis. Les modèles monodimensionnels pour l'écoulement homogène et l'écoulement séparé sont présentés dans les sections suivantes.

3.1. Le modèle d'écoulement homogène :

L'hypothèse centrale du modèle d'écoulement homogène est que les deux phases vapeur (gaz) et liquide se déplacent avec les mêmes vitesses et se mélagent bien; par conséquent, ils peuvent être traités comme s'il y a une seule phase. Ce modèle fonctionne mieux près du point critique du mélange, où les différences entre les propriétés du liquide et de la vapeur sont insignifiantes, ou lorsque la vitesse massique de l'écoulement diphasique est très élevée, de sorte que le régime d'écoulement est celui à bulles ou avec brouillard. En arrivant au modèle homogène pour l'écoulement diphasique, le moyennage de la surface est effectué pour les deux phases et les équations gouvernantes qui en résultent deviennent de nature monodimensionnelle. La densité du mélange homogène satisfait la relation :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{x}{\rho_v} + \frac{1-x}{\rho_\ell} \quad (30)$$

i.e.,

$$\rho = \frac{\rho_v \rho_\ell}{\rho_\ell x + \rho_v (1-x)} \quad (31)$$

Les débits massiques des phases liquide et vapeur définis en éqs. (11.18) et (11.19) deviennent :

(32)

$$\begin{aligned}\dot{m}_\ell &= \rho_\ell w A_\ell \\ \dot{m}_v &= \rho_v w A_v\end{aligned}\quad (33)$$

La substitution des équations (32) and (33) dans l'eq. (2) , donne:

$$\alpha = \frac{\dot{m}_v / \rho_v}{\dot{m}_v / \rho_v + \dot{m}_\ell / \rho_\ell} \quad (34)$$

Si on considère la définition de la qualité dns l'équation (7), la fraction du vide (taux de vide) devient :

$$\alpha = \frac{x}{x + (1-x)\rho_v / \rho_\ell} \quad (35)$$

Le flux de masse total dans le canal devient:

$$\dot{m}'' = \frac{\dot{m}_\ell + \dot{m}_v}{A} = \frac{\rho_\ell w A_\ell + \rho_v w A_v}{A} = \rho w \quad (36)$$

The governing equations for the homogeneous model include continuity, momentum and energy equations, which are listed below

Les équations qui gouvernent le modèle homogène comprend l'équation de continuité, de quantité de mouvement et celle d'énergie, et elle sont décrites ci-dessous :

$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\dot{m}'' A) = 0 \quad (37)$$

$$A \frac{\partial \dot{m}''}{\partial t} + \frac{\partial (\dot{m}''^2 A / \rho)}{\partial z} = - \frac{\partial (pA)}{\partial z} - \rho g \cos \theta A - \tau_w P \quad (38)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(h + \frac{w^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho w A \left(h + \frac{w^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] = \frac{P}{A} q_w'' + q''' + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (39)$$

P représente le périmètre, p est la pression, q_w'' est le flux de chaleur à la paroi et q''' est la génération de chaleur dans le fluide par unité de volume.

Si on substitut l'équation (36) dans (39), l'équation d'énergie devient :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (\dot{m}'' Ah) \\ &= \frac{P}{A} q''_w + q''' - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\dot{m}''^3 A}{2\rho^2} \right) - g \dot{m}'' \cos \theta - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\dot{m}''^2}{2\rho} \right) + \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad (40)$$

Pour un écoulement diphasique en régime permanent dans un canal circulaire de section constante, l'équation de la quantité de mouvement (38) se réduit à :

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{4\tau_w}{D} + \frac{\partial(\dot{m}''^2 / \rho)}{\partial z} + \rho g \cos \theta \quad (41)$$

Les trois termes du coté droit de cette équation représentent respectivement,

- La chute de pression due aux frottements dp_F / dz
- L'accélération dp_a / dz ,
- La gravité dp_g / dz ,

Donc l'équation précédente peut s'écrire :

$$-\frac{dp}{dz} = -\frac{dp_F}{dz} - \frac{dp_a}{dz} - \frac{dp_g}{dz} \quad (42)$$

- La chute de pression due aux frottements dp_F / dz peut être obtenue en utilisant les corrélations appropriées.

L'équation d'énergie (y compris l'énergie mécanique et thermique) pour un écoulement diphasique permanent dans un canal circulaire de section constante peut être obtenu en simplifiant l'éq. (40) :

$$\frac{dh}{dz} = \frac{4q''_w}{\dot{m}'' D} + \frac{q'''}{\dot{m}''} - \frac{\dot{m}''^2}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{\rho^2} \right) - g \cos \theta \quad (43)$$

L'enthalpie du mélange diphasique peut être exprimée comme $h = h_\ell + x(h_v - h_\ell)$
 Pour un écoulement diphasique avec condensation ou évaporation, où l'énergie cinétique et l'énergie potentielle ainsi que la génération de la chaleur interne peuvent être négligées, l'éq. (43) se réduit à :

$$\frac{dx}{dz} = \frac{4q''_w}{\dot{m}'' D h_{fv}} \quad (44)$$

3.2. Le modèle d'écoulement séparé :

Par rapport au modèle homogène, le modèle d'écoulement séparé a été utilisé plus largement, car il fournit une meilleure prédition du comportement de l'écoulement avec un niveau de complexité gérable. Le modèle d'écoulement séparé suppose que chaque phase montre des propriétés différentes et s'écoule à des vitesses différentes.

Les débits massiques des phases liquide et vapeur sont obtenus à partir des équations. (18) et (19). La section du canal occupée par le liquide et la vapeur peut être obtenue en réarrangeant les équations. (18) et (19), c'est-à-dire,

$$\begin{aligned} A_\ell &= \dot{m}_\ell / (\rho_\ell w_\ell) \\ A_v &= \dot{m}_v / (\rho_v w_v) \end{aligned} \quad (45)$$

La fraction du vide (taux de vide) de l'écoulement diphasique peut être obtenue en substituant les équations.(45) et (46) dans l'équation (2), c'est-à-dire,

$$\alpha = \frac{\dot{m}_v / (\rho_v w_v)}{\dot{m}_v / (\rho_v w_v) + \dot{m}_\ell / (\rho_\ell w_\ell)} \quad (47)$$

Considérant la définition de la qualité dans l'éq. (11.17), la fraction de vide devient :

$$\alpha = \frac{x}{x + (1-x) \frac{\rho_v w_v}{\rho_\ell w_\ell}} \quad (48)$$

On peut voir que lorsque la vitesse de la vapeur, w_v , est supérieur à la vitesse du liquide, w_ℓ (ce qui est souvent le cas pour les écoulements verticaux ascendants et horizontaux co-courants), le modèle homogène surestime la fraction du vide. D'autre part, lorsque la vitesse de vapeur w_v est inférieure à la vitesse du liquide w_ℓ comme cela se produit dans les écoulements verticaux descendants, le modèle homogène sous-estime la fraction du vide.

Les équations régissant l'écoulement diphasique transitoire sont présentées ici. Les équations de continuité pour les phases vapeur et liquide sont respectivement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \alpha A) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_v w_v \alpha A) &= \dot{m}_v''' \\ \frac{\partial}{\partial t} [\rho_\ell (1-\alpha) A] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho_\ell w_\ell (1-\alpha) A] &= \dot{m}_\ell''' \end{aligned} \quad (49)$$

où m_v''' et m_l''' sont les taux de production massique de vapeur et de liquide dus au changement de phase dans le système diphasique. La conservation de la masse exige que la somme de m_v''' et m_l''' soit égale à zéro, donc l'équation de continuité pour le système diphasique peut être obtenue en sommant les équations. (49) et (50) ensemble, c'est-à-dire,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_v w_v \alpha A + \rho_l w_l (1-\alpha) A] = 0 \quad (51)$$

Où ρ représente la masse volumique du mélange diphasique (éq. (4)). Compte tenu de la définition du flux massique en éq. (20) - (22), l'équation de continuité peut être réécrite comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial z}(\dot{m}'' A) = 0 \quad (52)$$

Les équations de quantité de mouvement pour les phases vapeur et liquide sont :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_v w_v \alpha A) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_v w_v^2 \alpha A) \\ &= -\alpha A \frac{\partial p}{\partial z} - g \rho_v \alpha A \cos \theta - \tau_{w,v} P_{w,v} + F_{\ell,v} \\ & \frac{\partial}{\partial t}[\rho_l w_l (1-\alpha) A] + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_l w_l^2 (1-\alpha) A] \\ &= -(1-\alpha) A \frac{\partial p}{\partial z} - g \rho_l (1-\alpha) A \cos \theta - \tau_{w,\ell} P_{w,\ell} + F_{v,\ell} \end{aligned} \quad (53)$$

Où :

$\tau_{w,v}$ et $\tau_{w,\ell}$ sont des contraintes de cisaillement à la paroi pour la vapeur et le liquide, respectivement.

$P_{w,v}$ ou $P_{w,\ell}$ est la proportion du périmètre qui est en contact avec la vapeur ou le liquide, respectivement.

$F_{\ell,v}$ et $F_{v,\ell}$ sont les forces d'interaction entre les phases liquide et vapeur, qui satisfont $F_{\ell,v} = F_{v,\ell}$ comme le stipule la troisième loi de Newton. En supposant une contrainte de cisaillement τ_w de paroi constante sur la périphérie du canal, l'équation de quantité de mouvement du système diphasique peut être obtenue en sommant les équations (53) et (54), c'est-à-dire,

$$A \frac{\partial \dot{m}''}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}[\rho_v w_v^2 \alpha A + \rho_l w_l^2 (1-\alpha) A] = -A \frac{\partial p}{\partial z} - g \rho A \cos \theta - \tau_w P \quad (55)$$

La substitution des équations (20) et (21) dans l'équation (55), l'équation de quantité de mouvement devient :

$$A \frac{\partial \dot{m}''}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ A \left[\frac{G_v^2}{\rho_v \alpha} + \frac{G_\ell^2}{\rho_\ell (1-\alpha)} \right] \right\} = -A \frac{\partial p}{\partial z} - g \rho A \cos \theta - \tau_w P \quad (56)$$

Considérant que le flux massique de la vapeur peut être exprimé par la relation $G_v = x \dot{m}''$ (équation 23) et le flux massique du liquide aussi par : $G_\ell = \dot{m}'' - G_v = (1-x) \dot{m}''$, l'équation de quantité de mouvement dans le modèle d'écoulement séparé devient :

$$\frac{\partial \dot{m}''}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \dot{m}'' A \left[\frac{x^2}{\rho_v \alpha} + \frac{(1-x)^2}{\rho_\ell (1-\alpha)} \right] \right\} = -\frac{\partial p}{\partial z} - g \rho \cos \theta - \frac{\tau_w P}{A} \quad (57)$$

Les équations d'énergie pour les phases vapeur et liquide sont :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_v \alpha A \left(h_v + \frac{w_v^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_v w_v \alpha A \left(h_v + \frac{w_v^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] \\ &= P_v q_w'' + q''' \alpha A + \alpha A \frac{\partial p}{\partial t} + q_{\ell,v}''' \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_\ell (1-\alpha) A \left(h_\ell + \frac{w_\ell^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho_\ell w_\ell (1-\alpha) A \left(h_\ell + \frac{w_\ell^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] \\ &= P_\ell q_w'' + q''' (1-\alpha) A + (1-\alpha) A \frac{\partial p}{\partial t} + q_{v,\ell}''' \end{aligned} \quad (59)$$

Où le flux de chaleur à la surface du canal q_w''' est supposé être le même pour le périmètre du canal qu'il soit en contact du liquide ou de la vapeur.

$q_{v,l}'''$ et $q_{l,v}'''$ représentent le transferts de chaleur interphase où $q_{v,l}''' = -q_{l,v}'''$. L'équation d'énergie pour le mélange diphasique est alors obtenue en sommant (58) et (59), c.-à-d. :

$$\begin{aligned} & A \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_v \alpha \left(h_v + \frac{w_v^2}{2} + gz \cos \theta \right) + \rho_\ell (1-\alpha) \left(h_\ell + \frac{w_\ell^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left\{ A \left[\rho_v w_v \alpha \left(h_v + \frac{w_v^2}{2} + gz \cos \theta \right) + \rho_\ell w_\ell (1-\alpha) \left(h_\ell + \frac{w_\ell^2}{2} + gz \cos \theta \right) \right] \right\} \\ &= P q_w'' + q''' A + A \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \quad (60)$$

La substitution des équations (20) et (21) dans l'équation (60) donne :

$$\begin{aligned}
& A \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_v \alpha \left(h_v + \frac{G_v^2}{2\rho_v^2 \alpha^2} + gz \cos \theta \right) + \rho_\ell (1-\alpha) \left(h_\ell + \frac{G_\ell^2}{2\rho_\ell^2 (1-\alpha)^2} + gz \cos \theta \right) \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ A \left[G_v \left(h_v + \frac{G_v^2}{2\rho_v^2 \alpha^2} + gz \cos \theta \right) + G_\ell \left(h_\ell + \frac{G_\ell^2}{2\rho_\ell^2 (1-\alpha)^2} + gz \cos \theta \right) \right] \right\} \\
& = P q_w'' + q''' A + A \frac{\partial p}{\partial t}
\end{aligned} \tag{61}$$

Puisque $G_v = x \dot{m}'' G_l = \dot{m}'' - G_v = (1-x) \dot{m}''$, l'équation (61) peut être modifiée comme suit :

$$\begin{aligned}
& A \frac{\partial}{\partial t} [\rho_v h_v \alpha + \rho_\ell h_\ell (1-\alpha)] + \frac{\partial}{\partial z} \{ \dot{m}'' A [x h_v + (1-x) h_\ell] \} \\
& = P q_w'' + q''' A - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\dot{m}'''^3 A}{2} \left[\frac{x^3}{\rho_v^2 \alpha^2} + \frac{(1-x)^3}{\rho_\ell^2 (1-\alpha)^2} \right] \right\} - \dot{m}'' A g \cos \theta \\
& - A \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\dot{m}''^2}{2} \left[\frac{x^2}{2\rho_v \alpha} + \frac{(1-x)^2}{2\rho_\ell (1-\alpha)} \right] \right\} + A \frac{\partial p}{\partial t}
\end{aligned} \tag{62}$$

Pour un écoulement diphasique en régime permanent dans un canal circulaire à section constante ($A = Cst$), l'équation de continuité (52) donne : $d\dot{m}''/dz = 0$. L'équation de quantité de mouvement (11,51) se réduit à :

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{4\tau_w}{D} + \dot{m}'' \frac{d}{dz} \left[\frac{x^2}{\rho_v \alpha} + \frac{(1-x)^2}{\rho_\ell (1-\alpha)} \right] + g \rho \cos \theta \tag{63}$$

Les trois termes à droite de l'éq. (63) représentent les chutes de pression dues aux frottement, $d\rho_F/dz$, à l'accélération, $d\rho_a/dz$, et à la gravité, $d\rho_g/dz$. Pour prédire la chute de pression d'un écoulement diphasique en utilisant le modèle d'écoulement séparé, des corrélations empiriques pour le frottement et la fraction de vide sont nécessaires, comme cela est évident d'après l'équation. (63).

L'équation d'énergie dans le modèle d'écoulement séparé pour un écoulement diphasique en régime permanent dans un canal circulaire à section constante peut être obtenu en simplifiant l'éq. (62), c'est-à-dire,

$$\frac{d}{dz} [x h_v + (1-x) h_\ell] = \frac{4q_w''}{\dot{m}'' D} + \frac{q'''}{\dot{m}''} - \frac{\dot{m}''^2}{2} \frac{d}{dz} \left[\frac{x^3}{\rho_v^2 \alpha^2} + \frac{(1-x)^3}{\rho_\ell^2 (1-\alpha)^2} \right] - g \cos \theta \tag{64}$$

Pour un écoulement diphasique avec condensation ou évaporation, où l'énergie cinétique et potentielle, ainsi que la génération interne de chaleur, peuvent être négligées, éq. (64) se réduit également à l'éq. (44). Par conséquent, les équations d'énergie pour le modèle homogène et le modèle d'écoulement séparé sont les mêmes si l'énergie cinétique et potentielle, ainsi que la génération interne de chaleur, peuvent être négligées.

Chapitre 4 : La Chute de pression par frottements dans les écoulements diphasiques

La chute de pression est très importante pour la conception des systèmes diphasiques, car elle détermine la puissance de pompe nécessaire pour entraîner le fluide. Comme il est indiqué dans les équations. (41) et (63), la chute de pression comprend trois contributions: frottements, accélération et gravitation. Les termes liés à l'accélération et la gravitation en éq. (41) et (63) peuvent être calculés sur la base des propriétés physiques et de la fraction de vide. La chute de pression par frottement pour un écoulement diphasique en régime permanent dans un canal circulaire peut être calculée avec la relation suivante :

$$-dp_F/dz = 4\tau_w/D \quad (65)$$

La chute de pression due aux frottements pour un écoulement diphasique doit être prise en compte en utilisant une corrélation empirique, qui peut être basée sur le modèle d'écoulement homogène ou le modèle d'écoulement séparé. Alors que le premier suppose que le liquide et le gaz se déplacent à la même vitesse (rapport de glissement S est 1) (également appelé modèle à glissement nul), le dernier permet au liquide et au gaz de se déplacer à des vitesses différentes.

4.1. Les corrélations basées sur le modèle homogène :

Comme le modèle homogène traite les deux phases du mélange comme un écoulement pseudo-monophasé, le gradient de pression du aux frottements peut être calculé par (Beattie et Whalley, 1982) :

$$-\frac{dp_F}{dz} = \frac{4\tau_w}{D} = \frac{2f \dot{m}''^2}{D\rho} \quad (66)$$

où f est le coefficient de frottement diphasique, qui peut être déterminé par une corrélation empirique pour un écoulement monophasique. Pour de nombreux considérations d'écoulements diphasiques homogènes, en particulier dans les régimes annulaire et à bulles, l'équation suivante est proposée pour déterminer le facteur de frottement f :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 3.48 - 4 \log_{10} \left[\frac{2\kappa}{D} + \frac{9.35}{(\text{Re} \sqrt{f})} \right] \quad (67)$$

où le terme κ/D représente le rapport rugosité de la surface/diamètre. Le nombre de Reynolds peut être calculé sur la base d'un écoulement homogène en utilisant :

$$\text{Re} = \frac{\dot{m}'' D}{\mu} \quad (68)$$

La viscosité homogène du mélange diphasique est obtenue par :

$$\frac{1}{\mu} = \frac{x}{\mu_v} + \frac{1-x}{\mu_\ell} \quad (69)$$

4.2. Les corrélations basées sur le modèle d'écoulement séparé:

Le gradient de pression du aux frottements d'un écoulement diphasique peut être lié à celui de la phase vapeur ou liquide s'écoulant seule dans le canal (Lockhart et Martinelli, 1949; Chisholm, 1967). Les gradients de pression dus aux frottements de l'écoulement de la phase vapeur ou liquide dans le canal, avec leurs débits et leurs propriétés réels, peut être défini comme :

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dp_F}{dz}\right)_v &= \frac{2f_v \dot{m}''^2 x^2}{D\rho_v} \\ -\left(\frac{dp_F}{dz}\right)_\ell &= \frac{2f_\ell \dot{m}''^2 (1-x)^2}{D\rho_\ell} \end{aligned} \quad (70)$$

où f_v et f_ℓ sont, respectivement, les coefficients de frottement pour les phases vapeur et liquide avec leur flux massiques réels circulant seuls dans le canal.

De même, le gradient de pression du aux frottements dans le canal - avec le même débit massique total de l'écoulement diphasique, mais avec les propriétés de la phase vapeur ou liquide - peut être définie comme :

$$\begin{aligned} -\left(\frac{dp_F}{dz}\right)_{vo} &= \frac{2f_{v0} \dot{m}''^2}{D\rho_v} \\ -\left(\frac{dp_F}{dz}\right)_{lo} &= \frac{2f_{\ell0} \dot{m}''^2}{D\rho_\ell} \end{aligned} \quad (72)$$

(73)

où f_{v0} est le coefficient de frottement de la phase vapeur si celle-ci avec le flux massique \dot{m}'' occupe tout le canal, alors que $f_{\ell0}$ est le facteur de frottement de la phase liquide si le canal est occupé par la phase liquide seule avec un flux massique \dot{m}'' .

Grâce aux équations standards et diagrammes de l'écoulement monophasique, les coefficients définis en équations. (70) - (73) peuvent être liés aux nombres de Reynolds respectifs:

(74)

$$\begin{aligned}
\text{Re}_v &= \frac{\dot{m}'' x D}{\mu_v} \\
\text{Re}_\ell &= \frac{\dot{m}'' (1-x) D}{\mu_\ell} \\
\text{Re}_{vo} &= \frac{\dot{m}'' D}{\mu_v} \\
\text{Re}_{\ell o} &= \frac{\dot{m}'' D}{\mu_\ell}
\end{aligned} \tag{77}$$

Les relations entre le coefficient de frottement et le nombre de Reynolds sont différents pour l'écoulement laminaire et turbulent.

$$f = \begin{cases} \frac{16}{\text{Re}} & \text{Re} < 2000 \\ 0.079 \text{Re}^{-0.25} & \text{Re} > 2000 \end{cases} \tag{78}$$

Le gradient de pression du aux frottements de l'écoulement diphasique peut être lié à ceux défini dans les équations. (70) - (73) à travers des multiplicateurs de chute de pression définis comme :

$$\begin{aligned}
\phi_v^2 &= \frac{dp_F / dz}{(dp_F / dz)_v} \\
\phi_\ell^2 &= \frac{dp_F / dz}{(dp_F / dz)_\ell} \\
\phi_{vo}^2 &= \frac{dp_F / dz}{(dp_F / dz)_{vo}} \\
\phi_{\ell o}^2 &= \frac{dp_F / dz}{(dp_F / dz)_{\ell o}}
\end{aligned} \tag{79}$$

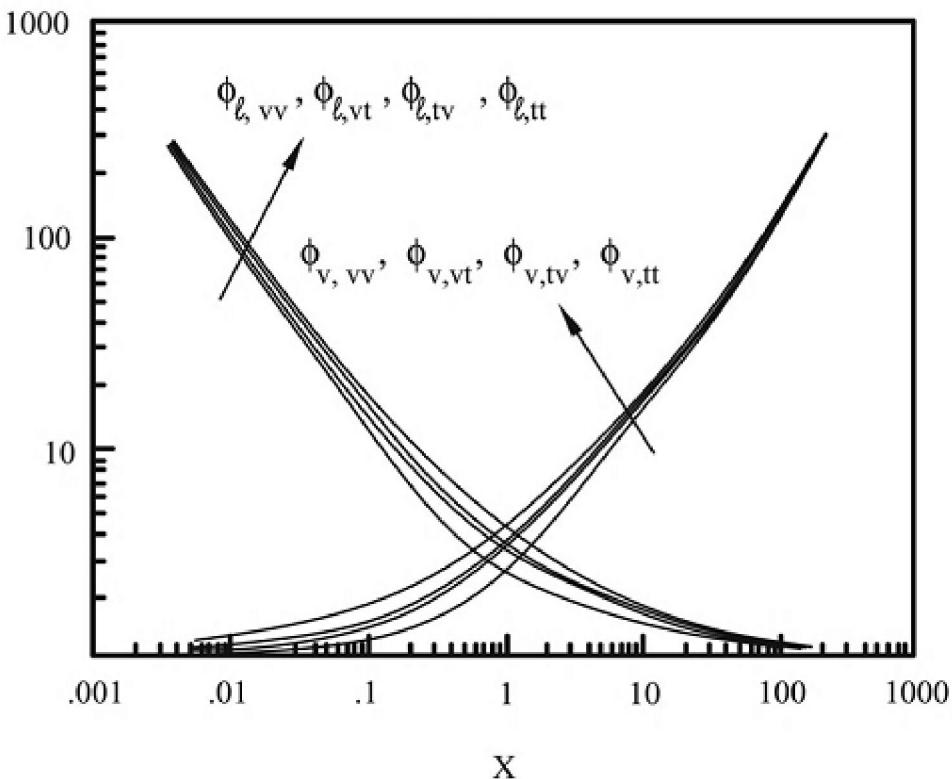


Figure 5 : Corrélations de Lockhart-Martinelli pour la chute de pression (Hewitt, 1998)

Deux paramètres couramment utilisés dans l'investigation des écoulements diphasiques sont le paramètre de Martinelli X , qui a été défini dans l'équation (26), et le paramètre de Chisholm Y .

$$Y = \left[\frac{(dp_F/dz)_{lo}}{(dp_F/dz)_{vo}} \right]^{1/2} \quad (83)$$

Le paramètre Martinelli, est un rapport des termes de pertes de charge de l'écoulement monophasique. Comme on peut le voir à partir des eqs. (79) - (82), la chute de pression dans l'écoulement diphasique peut être déterminée si l'un des quatres multiplicateurs est connu. Une méthode généralisée pour déterminer le multiplicateur de gradient de pression du aux frottements était proposé par Lockhart et Martinelli (1949), qui ont relié les multiplicateurs ϕ_v et ϕ_l au paramètre de Martinelli X comme il est montré sur la Fig. 5.

On peut voir que les tendances de ϕ_v et ϕ_l sont différentes parce que ϕ_v augmente avec X , ce qu'il est le contraire pour ϕ_l . Les courbes des multiplicateurs dépendent du fait que l'écoulement en phase liquide seule et l'écoulement en phase vapeur seule sont laminaires ou turbulents. Il existe quatre courbes pour ϕ_v et ϕ_l et chacun correspond à la combinaison d'écoulement laminaire (visqueux) et turbulent pour la phase vapeur ou liquide qui s'écoule seule dans le canal.

Par exemple, $\phi_{l,vt}$ représente le multiplicateur de chute de pression dans le liquide seul pour les cas où la phase liquide qui s'écoule toute seule dans le canal est en régime laminaire (visqueux) alors que la phase vapeur qui s'écoule toute seule dans le canal est en régime turbulent. Chisholm (1967) a corrélé les courbes de Lockhart et Martinelli (1949) et a recommandé les relations suivantes:

$$\phi_\ell^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2} \quad (84)$$

$$\phi_v^2 = 1 + CX + X^2 \quad (85)$$

Tableau 1 Valeur des équations C dans les équations (84) et (85)

Liquide	Vapeur	indices	C
Turbulent	Turbulent	tt	20
Laminaire	Turbulent	vt	12
Turbulent	Laminaire	tv	10
Laminaire	Laminaire	vv	5

Où C est une constante adimensionnelle qui dépend de la combinaison des écoulements naturels et en phase seule. La valeur de la constante C recommandée par Chisholm (1967) se trouve dans le tableau 11.1. La corrélation de Lockhart et Martinelli (1949) peut fournir une bonne prédiction lorsque $\mu_l/\mu_v > 1000$ et $\dot{m}'' < 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$. Des corrélations alternatives doivent être utilisées lorsque l'écoulement diphasique se trouve en dehors de ces plages.

Pour le cas où $\mu_l/\mu_v > 1000$ et $\dot{m}'' > 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$, la corrélation suivante proposée par Chisholm (1973) doit être utilisée :

$$\phi_{\ell 0}^2 = 1 + (Y^2 - 1)[Bx^{(2-n)/2}(1-x)^{(2-n)/2} + x^{2-n}] \quad (86)$$

Où n représente l'exposant dans la relation suivante : $fRe^n = Cst$. Selon l'équation (78), $n = 1$ pour un écoulement laminaire et $n = 0.25$ pour un écoulement turbulent. Le paramètre B est donné par :

$$B = \begin{cases} \frac{55}{\sqrt{\dot{m}''}} & 0 < Y < 9.5 \\ \frac{520}{Y\sqrt{\dot{m}''}} & 9.5 < Y < 28 \\ \frac{15000}{Y^2\sqrt{\dot{m}''}} & Y > 28 \end{cases} \quad (87)$$

Pour le cas où $\mu_l/\mu_v < 1000$, la corrélation suivante développée par Friedel (1979) utilisant une base de données de 25 000 points peut fournir une meilleure prédiction:

$$\phi_{\ell 0}^2 = C_1 + \frac{3.24C_2}{\text{Fr}^{0.045}\text{We}^{0.035}} \quad (88)$$

Où :

(89)

$$\begin{aligned}
 C_1 &= (1-x)^2 + X^2 \left(\frac{\rho_\ell}{\rho_v} \right) \left(\frac{f_{v0}}{f_{\ell0}} \right) \\
 C_2 &= x^{0.78} (1-x)^{0.24} \left(\frac{\rho_\ell}{\rho_v} \right)^{0.91} \left(\frac{\mu_v}{\mu_\ell} \right)^{0.19} \left(1 - \frac{\mu_v}{\mu_\ell} \right)^{0.7} \\
 \text{Fr} &= \frac{\dot{m}''^2}{g D \rho^2} \\
 \text{We} &= \frac{\dot{m}''^2 D}{\rho \sigma}
 \end{aligned} \tag{92}$$

4.3. Limites sur l'écoulement diphasique :

L'avantage des corrélations de chute de pression basées sur le modèle d'écoulement séparé est qu'il est applicable à tous les régimes (modèles) d'écoulements. Cette flexibilité s'accompagne souvent par une faible précision. Awad et Muzychka (2005) ont développé des limites rationnelles pour gradients de pression diphasiques. La limite inférieure de la chute de pression par frottements est :

$$\left(\frac{dp}{dz} \right)_{F,lower} = \frac{0.158 \dot{m}''^{1.75} (1-x)^{1.75} \mu_\ell^{0.25}}{D^{1.25} \rho_\ell} \left[1 + \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.7368} \left(\frac{\rho_\ell}{\rho_v} \right)^{0.4211} \left(\frac{\mu_v}{\mu_\ell} \right)^{0.1053} \right]^{2.375} \tag{93}$$

D représente le diamètre du canal.

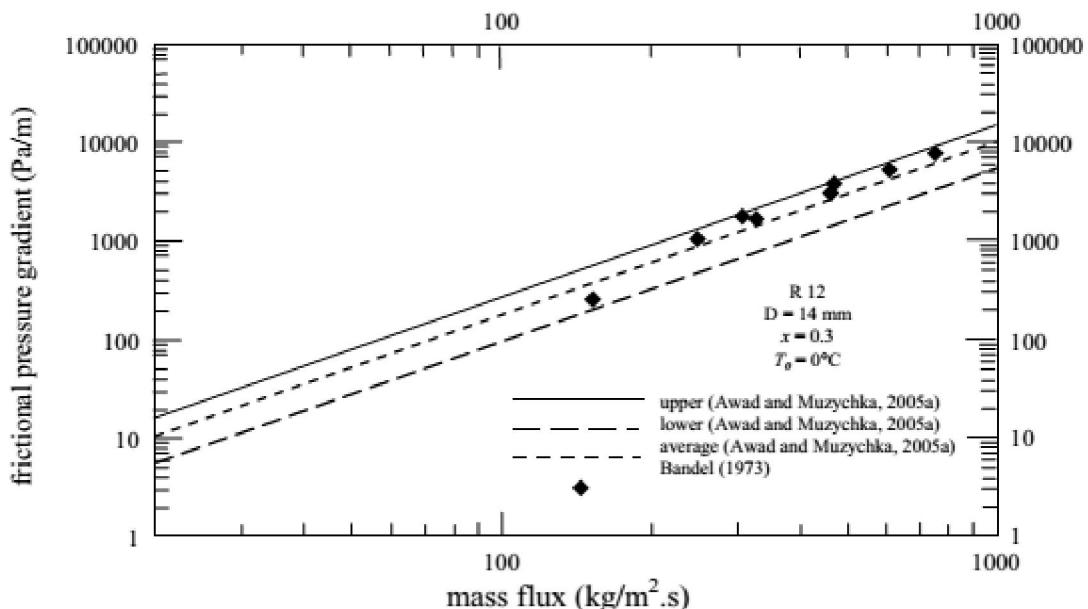


Figure 6 Gradient de pression en fonction du flux massique (Awad et Muzychka, 2005)

La limite supérieure de la chute de pression due au frottement est :

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_{F,upper} = \frac{0.158\dot{m}^{1.75}(1-x)^{1.75}\mu_\ell^{0.25}}{D^{1.25}\rho_\ell} \left[1 + \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.4375} \left(\frac{\rho_\ell}{\rho_v} \right)^{0.25} \left(\frac{\mu_v}{\mu_\ell} \right)^{0.0625} \right]^4 \quad (94)$$

Une prédition acceptable de la chute de pression peut être obtenue en faisant la moyenne des valeurs maximales et minimales, c'est-à-dire,

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dz}\right)_{F,ave} &= \frac{0.79\dot{m}^{1.75}(1-x)^{1.75}\mu_\ell^{0.25}}{D^{1.25}\rho_\ell} \\ &\cdot \left\{ \left[1 + \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.7368} \left(\frac{\rho_\ell}{\rho_v} \right)^{0.4211} \left(\frac{\mu_v}{\mu_\ell} \right)^{0.1053} \right]^{2.375} + \left[1 + \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.4375} \left(\frac{\rho_\ell}{\rho_v} \right)^{0.25} \left(\frac{\mu_v}{\mu_\ell} \right)^{0.0625} \right]^4 \right\} \end{aligned} \quad (95)$$

La figure 6 montre les limites inférieure et supérieure et le gradient moyen de pression du au frottement en fonction du flux massique. Les résultats expérimentaux de Bandel (1973) de l'écoulement de R-12 à $x = 0,3$ et $T_{sat} = 0^\circ\text{C}$ dans un canal horizontal lisse à $D=14$ mm sont également représentés sur la figure 11.7 à titre de comparaison. L'équation (95) pourrait prédire la chute de pression avec une erreur quadratique moyenne de 26,4%.

Références :

- Awad, M.M., and Muzychka, Y.S., Bounds on Two-Phase Flow: Part I Fractional Pressure Gradient in Circular Tubes, *Proceedings of International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Orlando, FL (DVD), 2005
- Bandel, J., *Druckverlust und Wärmetübergang bei der Verdampfung siedender Kältemittel im durchströmten waagerechten Rohr*, Doctoral Dissertation, Universität Karlsruhe, 1973
- Beattie, D.R.H., and Whalley, P.B. A Simple Two-Phase Frictional Pressure Drop Calculation Method," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 8, pp. 83-87, 1982
- Chisholm, D., A Theoretical Basis for the Lockhart-Martinelli Correlation for Two-Phase Flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 10, pp. 1767- 1778, 1967
- Faghri, A., Zhang, Y., *Transport Phenomena in Multiphase Systems*, Elsevier Inc (2006)
- Hewitt, G.F., and Roberts, D.N., Studies of Two-Phase Flow Patterns by Simultaneous X-ray and Flash Photography, AERE-M 2159, HMSO, 1969
- Hewitt, G.F., Multiphase Fluid Flow and Pressure Drop, *Heat Exchanger Design Handbook*, Vol. 2, Begell House, New York, NY, 1998

Lockhart, R.W., and Martinelli, R.C., Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two-Component Flow in Pipes *Chemical Engineering Progress Symposium Series*, Vol. 45, pp. 39-48, 1949

Thome, J.R., *Engineering Data Book III*, Wolverine Tube, Inc., Huntsville, AL. 2004

Taitel, Y., and Dukler, A.E., A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow, *AIChE Journal*, Vol. 22, pp. 47- 55, 1976