## PARTIE V : MODELISATION D'AUTOMATISMES PAR RDP

### *Exercice 5.1*

La figure représente le graphe du RDP généralisé de l'exercice 2.5.

-1-Donner le marquage initial nécessaire au fonctionnement

-2-Donner la matrice des marquages accessibles

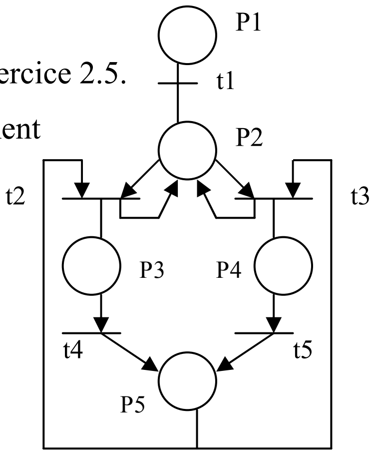
-3-Le réseau possède-t-il des états d'accueil?

Classes d'accueil?

-4-Le réseau possède-t-il des semi-flots?

-5-Calculer le vecteur validation algébriquement.

-6-Le réseau est il borné?



### *Exercice 5.2: perçage avec débourrage*

1° Donner le réseau de petri interprété généralisé de l'automatisme décrit à l'exercice 2.4.

2° Donner l'arbre, la matrice et le graphe des marquages. En déduire l'existence d'états d'accueil.

3° Démontrer que le réseau possède un fonctionnement cyclique.

4° Ce réseau est il borné (faire la démonstration algébriquement)?

5° Peut on calculer le vecteur validation algébriquement? Si oui effectuer ce calcul.

### *Exercice 5.3*

On donne la matrice d'incidence C d'un réseau de Petri.

**1°**En déduire le graphe du réseau de Pétri. Puis donner le marquage initial nécessaire au fonctionnement.

**2°**Ce réseau est il borné ?

**3°**Peut on calculer le vecteur validation algébriquement ? Si oui effectuer ce calcul.

**4°**Trouver un semi-flot pour ce réseau. Vérifier que c'est bien un semi-flot.

**Remarque : toutes les questions sont indépendantes.**

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

### *Exercice 5.4*

Une machine de fabrication de vis produit des vis une à une, et les dépose 4 par 4, par le haut dans un magasin vertical. Le magasin a une capacité de 6 vis.

Deux robots de montage R1 et R2 accèdent au magasin par le bas pour y prendre les vis, et les monter sur des platines électromécaniques. Le robot R1 retire les vis du magasin par groupe de deux et les visse une par une. Le robot R2 retire les vis une par une et les visse une par une. Les robots accèdent au magasin **à tour de rôle** (pas d'accès 2 fois de suite), et n'ont **pas de conflit d'accès avec la machine** de production : elle peut accéder par le haut pendant qu'un robot accède par le bas.

**1**°Donner le graphe du RDP interprété modélisant ce processus.

**2**°Le système peut-il arriver en situation de blocage **définitif** ? Pourquoi ?

**3**°Si oui donner la séquence S qui y amène, ainsi que le vecteur caractéristique correspondant.

### ***Exercice 5.5 :*** *station de mélange de briquettes*

1°Donner le graphe du réseau de petri interprété de l'automatisme décrit à l'exercice 2.13, ainsi que le marquage initial nécessaire à son fonctionnement.

2°On rajoute à l'automatisme un bouton d'arrêt d'urgence AU. La détection de AU pendant la phase de pesage ou d'amenée des briquettes provoque directement un branchement à la phase de vidange. Donner le nouveau graphe du RDP

3°Que doit-on modifier sur le graphe pour pouvoir calculer le vecteur validation algébriquement?

### ***Exercice 5.6 :*** *chariots de transport de minerai (grafcet p41)*

1° Donner le graphe du réseau de petri interprété modélisant le fonctionnement de l'automatisme décrit à l'exercice 2.9, ainsi que le marquage initial nécessaire à son fonctionnement.

2° On rajoute un interrupteur deux positions AUT permettant un fonctionnement soit automatique (AUT=1), soit cycle par cycle (AUT=0) avec redémarrage manuel par appui sur le bouton poussoir DCY de démarrage cycle. Donner les modifications sur le graphe permettant un fonctionnement manuel et automatique.

3° On reprend le premier graphe. Que doit-on modifier sur le graphe pour pouvoir calculer le vecteur validation algébriquement?

4° Démontrer algébriquement (pour le premier graphe) que le réseau est borné.

### ***Exercice 5.7:*** *perçage de 2 pièces*

Donner le réseau de petri interprété de l'automatisme décrit à l'exercice 2.3

### ***Exercice 5.8:*** *3 tapis et 3 robots*

Donner le réseau de petri interprété de l'automatisme décrit à l'exercice 2.5, en faisant clairement ressortir le marquage initial nécessaire au fonctionnement.

### ***Exercice 5.9***: *empaquetage de dalles plastiques*

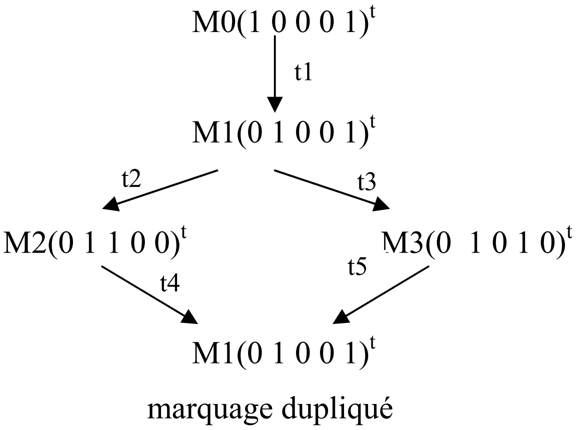
Donner le réseau de petri généralisé de l'automatisme décrit à l'exercice 2.17

## ***Solution exercice 5.1***

**1°** Le marquage initial nécessaire au fonctionnement est (1 0 0 0 1)$^t$

**2°**

a°Arbre des marquages accessibles



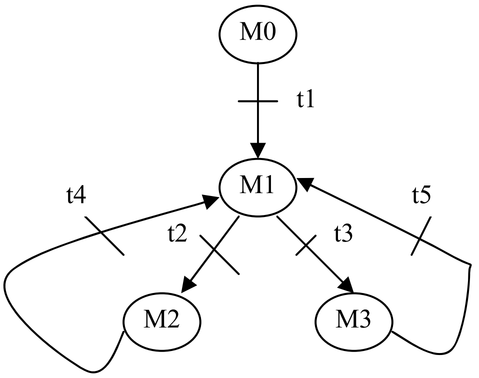
b° Matrice M des marquages accessibles

$$\begin{array}{c} \\ \mathtt{M} = \\ \\ \end{array}\begin{array}{cccc} M0 & M1 & M2 & M3 \\ \end{array}$$

$$\mathtt{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**3°**

a°Graphe des marquages



b° Etats et classes d'accueil

On a un état d'accueil: le marquage M1
Il est donc inutile de parler de classe d'accueil, puisqu'on a un état d'accueil qui est un marquage toujours accessible.

**4°**

**a°** Matrice Post

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 |
|---|---|---|---|---|---|
| p1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| p3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| p5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

**b°** Matrice Pre

| Pre | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 |
|---|---|---|---|---|---|
| p1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| p3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| p5 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

**c°** Matrice d'incidence

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 |
|---|---|---|---|---|---|
| p1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 | +1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p3 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| p4 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 |
| p5 | 0 | -1 | -1 | 1 | 1 |

**d°** Si f = (a1 a2 a3 a4 a5)$^t$ est un semi-flot ➔ f$^t$ . C = 0 ⟷(a1 a2 a3 a4 a5) . C = 0 ⟷

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & -a1+a2=0\\ (2) & a3-a5=0\\ (3) & a4-a5=0\\ (4) & -a3+a5=0\\ (5) & -a4+a5=0\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}(1)\Rightarrow a1=a2\\ (2)\text{ et }(4)\Rightarrow a3=a5\\ (3)\text{ et }(5)\Rightarrow a4=a5\end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}a1=a2\\ a3=a4=a5\end{array}\right.$$

Un vecteur f qui répond à ces conditions est f = (1 1 0 0 0)$^t$

**e°** Si f est un semi-flot il l'est pour tout marquage accessible. Nous aurons alors une relation invariante sur les marquages, c'est à dire ∀M ∈ M et ∀M'∈ M (matrice des marquages), nous aurons la relation f$^t$ M = f$^t$ M'.

Nous n'avons pas besoin d'effectuer les calculs pour le démontrer. En effet compte tenu du fait que seules les 2 premières composantes de f sont non nulles, et si l'on observe les deux premières composantes des vecteurs marquages, on remarque qu'il y a à chaque fois une seule composante non nulle. Par conséquent ∀M ∈ M on aura f$^t$ M = 1.

Donc la relation d'invariance sur les marquages est vérifiée, par conséquent le vecteur f est bien un semi-flot pour tout marquage accessible.

**5°** Le réseau est vivant et sain, donc conforme. Par conséquent on peut calculer le vecteur validation algébriquement.

$$\overline{V} = [Pre(p,t)]^t \otimes \overline{[M0]} = \begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&1\\0&1&0&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$$

$$V = [\,1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\,]^t$$

**6°** Pour démontrer que le réseau est borné, il suffit de dire que l'existence d'un semi-flot rend le réseau borné.

En effet:

l'existence d'un semi-flot se vérifie par l'existence d'un vecteur f tel que $f^t . C = 0$

le fait que le réseau soit borné " "" "" "" " $f^t . C \leq 0$

➔ Donc il suffit de prouver l'existence d'un semi-flot.

Par conséquent le vecteur $f = [1\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ]^t$ rend le réseau borné.

*Solution exercice 5.2*

**1°**

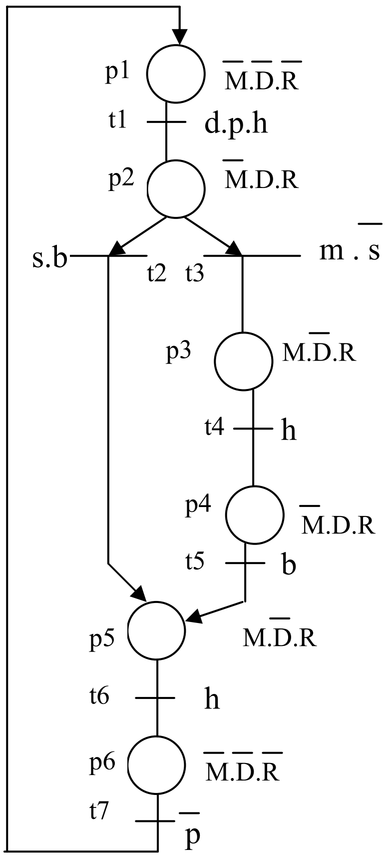
-a-Tableau des variables d'entrée-sortie

| ENTREES | |
|---|---|
| d | départ cycle |
| $s$ & $\overline{s}$ | choix du type de perçage:<br>avec & sans débourrage |
| b | perceuse en position basse |
| m | perceuse en position médiane |
| h | perceuse en position haute |
| p | détecteur présence pièce |

| SORTIES | |
|---|---|
| $M$ & $\overline{M}$ | commande et arrêt moteur translation en montée |
| $D$ & $\overline{D}$ | commande et arrêt moteur translation en descente |
| $R$ & $\overline{R}$ | commande et arrêt moteur rotation |
| | |
| | |
| | |

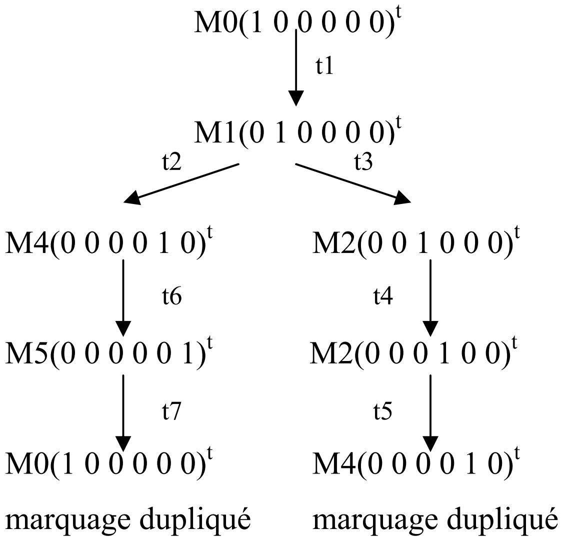
-b-RDP interprété généralisé

Dans le cas du réseau généralisé, on peut mettre les actions au niveau des places et les informations (réceptivités) au niveau des transitions. On se retrouve dans le même cas que le grafcet (où la place remplace l'étape), avec cependant les règles de fonctionnement du RDP.

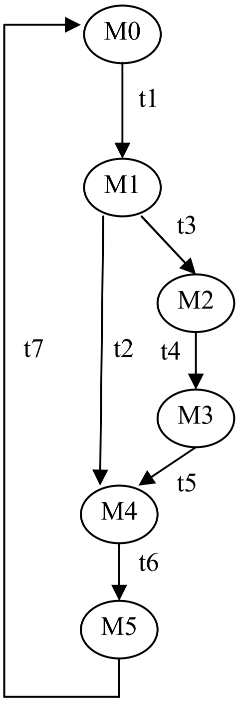


**2°**

-a-Arbre des marquages accessibles



-b-Graphe des marquages



-c-Matrice des marquages

$$\mathsf{M} = \begin{array}{c} \\ p1 \\ p2 \\ p3 \\ p4 \\ p5 \\ p6 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} M0 & M1 & M2 & M3 & M4 & M5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

-d-Etats et classes d'accueil

Les marquages M0, M1, M4 et M5 sont des états d'accueil car ce sont des marquages toujours accessibles quelle que soit l'évolution du réseau.

On a une multitude de classes d'accueil: Ca1 $\{$M2, M4$\}$; Ca2 $\{$M3, M4$\}$; etc…

## 3°Fonctionnement cyclique

Recherchons d'abord l'existence d'un semi-flot. Puis nous essaierons de prouver à l'aide de ce semi-flot que $\forall M \in \mathsf{M}$ on aura $f^t M = f^t M0$, ce qui signifie que quel que soit le marquage accessible on arrivera toujours au marquage initial M0.

-a-Matrice des préconditions ( Pre(p,t) ) et postconditions ( Post(p,t) )

Pre(p,t): $\forall pi \in P, \Gamma(pi) = \{t \in T / Pre(pi,t) > 0\}$

$\Gamma(p1) = \{t1\}$ ; $\Gamma(p2) = \{t2, t3\}$; $\Gamma(p3) = \{t4\}$ ; $\Gamma(p4) =$ t5 ; $\Gamma(p5) =$ t6 ; $\Gamma(p6) =$ t7.

Post(p,t): $\forall ti \in P, \Gamma(ti) = \{p \in P / Post(p,ti) > 0\}$

$\Gamma(t1) =$ p2 ; $\Gamma(t2) =$ p5 ; $\Gamma(t3) =$ p3 ; $\Gamma(t4) =$ p4 ; $\Gamma(t5) =$ p5 ; $\Gamma(t6) =$ p6 ; $\Gamma(t7) =$ p1 .

Matrice Pre (p,t)

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | t7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| p5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Matrice Post (p,t)

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | t7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| p2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| p6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

-b-Matrice d'incidence: $C(p,t) = Post(p,t) - Pre(p,t)$

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 | t7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| p1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| p2 | 1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p3 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| p4 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| p5 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 |
| p6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 |

-c-Semi-flot

Un vecteur f d'entiers, solution de $f^t \,.\, C = 0$ est un semi-flot. f est un vecteur colonne valuant les places.

Si $f = (a1\ a2\ a3\ a4\ a5\ a6)^t$ est un semi-flot $\Leftrightarrow$ $f^t \,.\, C = 0$ $\Leftrightarrow$ $(a1\ a2\ a3\ a4\ a5\ a6).\left[C\right] = 0$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} -a1 + a2 = 0 \\ -a2 + a5 = 0 \\ -a2 + a3 = 0 \\ -a3 + a4 = 0 \\ -a4 + a5 = 0 \\ -a5 + a6 = 0 \\ a1 - a6 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow a1 = a2 = a5 = a3 = a4 = a6$$

Une solution est $f = (\,1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\,)^t$

-d-Fonctionnement cyclique

Si f est un semi-flot , il l'est pour tous marquages accessibles; c'est à dire $\forall M \in \mathtt{M}$ et $\forall M' \in \mathtt{M}$ obtenu à partir de M, nous avons la relation $f^t M' = f^t M$.

En particulier si le marquage de départ est M0, $\forall M \in \mathtt{M}$ , $f^t M = f^t M0$.

On remarque d'après la matrices des marquages que pour tous les marquages accessibles, on a une seul composante non nulle, qui est égale à 1. Comme toutes les composantes de f sont égales à 1, par conséquent $\forall M \in \mathtt{M}$ , $f^t M = f^t M0$. Donc le système a un fonctionnement cyclique.

### 4°Réseau borné

Montrer que le réseau est borné revient à trouver un vecteur f non nul tel que $f^t . C \leq 0$.

$$f^t \ . C \leq 0 \Leftrightarrow (f1\ f2\ f3\ f4\ f5\ f6) . (\ C\ ) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -f1 + f2 \leq 0 \\ -f2 + f5 \leq 0 \\ -f2 + f3 \leq 0 \\ -f3 + f4 \leq 0 \\ -f4 + f5 \leq 0 \\ -f5 + f6 \leq 0 \\ f1 - f6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f2 \leq f1 \\ f5 \leq f2 \\ f3 \leq f2 \\ f4 \leq f3 \\ f5 \leq f4 \\ f6 \leq f5 \\ f1 \leq f6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f2 \leq f1 \leq f6 \leq f5 \leq f4 \leq f3 \leq f2.$$

Les seuls vecteurs qui vérifient ces relations sont des vecteurs dont toutes les composantes sont identiques (à cause de $f2 \leq f2$). Par ailleurs étant donné que le réseau est vivant et sain donc conforme, il est à valuation unité, donc les composantes du vecteur f sont binaires (o ou 1).

Par conséquent le seul vecteur non nul qui vérifie la relation est $f = (\ 1\ 1\ 1\ 1\ )^t$ .

On peut donc conclure qu'il existe un vecteur f tel que $f^t\, C \leq 0$ ➔le réseau est borné.

**5°**Le réseau est sain ➔ on peut calculer le vecteur validation algébriquement.

$$V = [Pre(p,t)]^t \otimes [M0] = \begin{pmatrix} 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 10\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 + 0 + \ldots + 0 \\ 0 + 1 + 0 \ldots + 0 \\ 0 + 1 + 0 \ldots \\ 0 + 1 + 0 \ldots + 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow V = [\ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ ]^t$$

### *Solution exercice 5.3*

**1°** On suppose que le réseau est pur, alors on peut calculer les matrices Pré et Post à partir de la matrice d'incidence: Pre = Max (0 , - C) ; Post = Max (0, C).

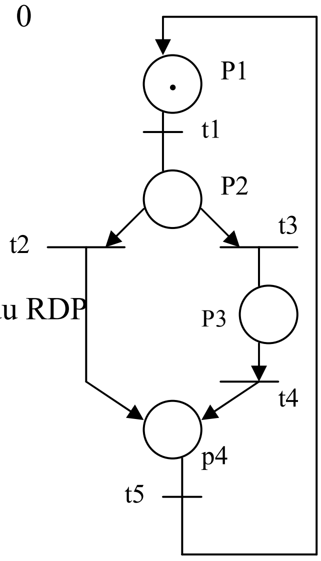
$$Pre = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & \end{pmatrix} \qquad Post = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & \end{pmatrix}$$

0 0 0 0 1 0 1 0 1 0

$\forall pi \in P, \Gamma(pi) = \{ t \in T / Pre(pi,t) > 0 \}$

$\forall ti \in P, \Gamma(ti) = \{ p \in P / Post(p,ti) > 0 \}$

$$\left.\begin{array}{ll} \Gamma(p1) = \{t1\} & \Gamma(t1) = p2 \\ \Gamma(p2) = \{t2, t3\} & \Gamma(t2) = p4 \\ \Gamma(p3) = \{t4\} & \Gamma(t3) = p3 \\ \Gamma(p4) = \{t5\} & \Gamma(t4) = p4 \\ & \Gamma(t5) = p1 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{le graphe du RDP}$$



Le marquage initial nécessaire au fonctionnement est M0 = $(10\ 0\ 0)^t$

**2°** Montrer que le réseau est borné revient à trouver un vecteur f non nul tel que $f^t . C \leq 0$.

$$f^t . C \leq 0 \Leftrightarrow (f1\ f2\ f3\ f4) . (C) \leq 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -f1 + f2 \leq 0 \\ -f2 + f4 \leq 0 \\ -f2 + f3 \leq 0 \\ -f3 + f4 \leq 0 \\ f1 - f4 \leq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} f2 \leq f1 \\ f4 \leq f2 \\ f3 \leq f2 \\ f4 \leq f3 \\ f1 \leq f4 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow f4 \leq f3 \leq f2 \leq f1 \leq f4$.

Les seuls vecteurs qui vérifient ces relations sont des vecteurs dont toutes les composantes sont identiques (à cause de $f4 \leq f4$). Par ailleurs étant donné que le réseau est vivant et sain donc conforme, il est à valuation unité.

Par conséquent le seul vecteur qui reste est $f = (1\ 1\ 1\ 1)^t$

On peut donc conclure qu'il existe un vecteur f tel que $f^t C \leq 0$ ➔le réseau est borné.

**3°** Le réseau est sain ➔ on peut calculer le vecteur validation algébriquement.

$$\overline{V} = [Pre(p,t)]^t \otimes \overline{[M0]} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow V = [\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ ]^t$

**4°** Comme on a trouvé un vecteur f tel que $f^t C \leq 0$, le même vecteur vérifie la relation $f^t C = 0$ . Par conséquent il existe un semi-flot, c'est le vecteur $f = (1\ 1\ 1\ 1)^t$

Si f est bien un semi-flot il l'est pour tout marquage accessible.

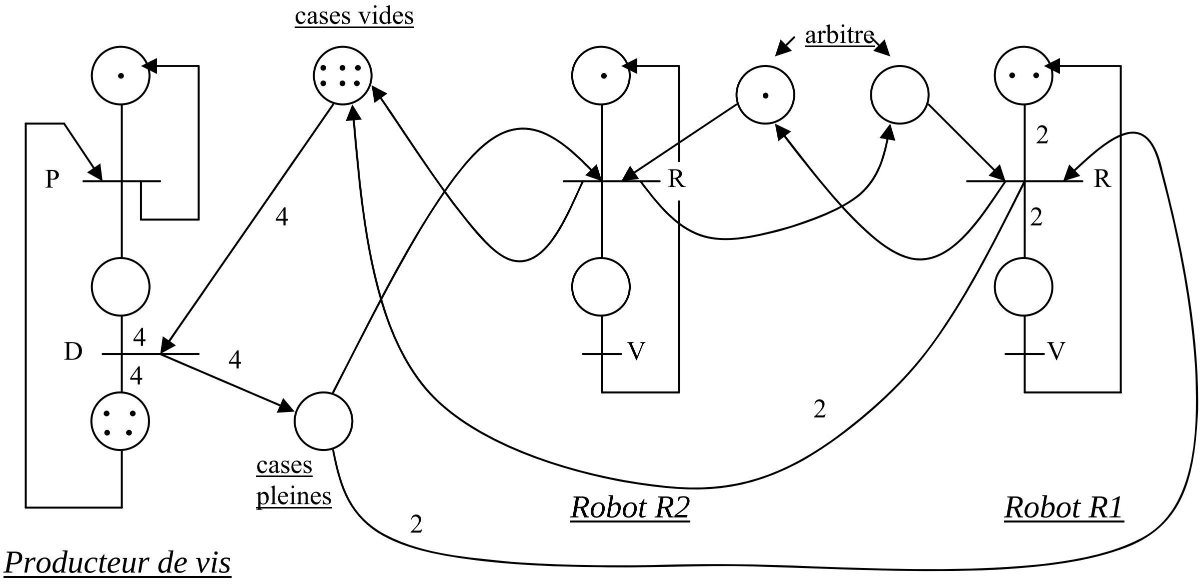
Calculons la matrice des marquages .

$$\mathtt{M} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} M0 & M1 & M2 & M3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

On remarque que $\forall M \in \mathtt{M}$ on a $f^t\, M = 1 = f^t\, M0$. Donc $\forall M \in \mathtt{M}$ et $\forall M' \in \mathtt{M}$ , nous avons la relation $f^t\, M = f^t\, M'$. On peut alors conclure que f est bien un semi-flot pour tout marquage accessible.

***<u>Solution exercice 5.4</u>***

**1° <u>Réseau de petri interprété</u>**



<u>Actions:</u> R: retrait D: dépôt P: production V: vissage

**2° <u>Blocages</u>**

**a°** Au bout de 2 cycles on peut avoir un blocage ***temporaire*** car le magasin sera plein, et le producteur ne peut pas déposer. Il lui suffit d'attendre que l'un des robots prélève des vis pour qu'il puisse déposer à nouveau dans le magasin (voir détails page suivante).

**b°** Il ne peut pas y avoir de blocage ***définitif*** car il y a une indépendance entre le producteur de vis et les consommateurs de vis pour l'accès au magasin.

**c°** Le magasin ne peut pas déborder également car la place "cases vides" contrôle le dépôt des vis dans le magasin.

**d°** Le seul cas de blocage définitif c'est quand l'un des robots tombe en panne. Pour éviter ce blocage il faut modifier les conditions de l'énoncé et autoriser les robots à accéder deux fois de suite (ceci ne fait pas partie de l'énoncé).

### 3° Séquences de franchissement

| Cycle | Phase | Action | | | Etat après l'action | | Observations |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | D Dépôt | R2 Retrait Robot R2 | R1 Retrait Robot R1 | CV Nombre cases vides | CP Nombre cases pleines | |
| 1 | 0 | | | | 6 | 0 | |
| | 1 | x | | | 2 | 4 | |
| | 2 | | x | | 3 | 3 | |
| | 3 | | | x | 5 | 1 | |
| 2 | 4 | x | | | 1 | 5 | |
| | 5 | | x | | 2 | 4 | Après cette phase , seule R1 est franchissable. |
| | 6 | | | x | 4 | 2 | |
| 3 | 7 | x | | | 0 | 6 | |
| | 8 | | x | | 1 | 5 | Après cette phase , seule R1 est franchissable. |
| | 9 | | | x | 3 | 3 | Après cette phase, le producteur ne peut plus produire |
| | 10 | | x | | 4 | 2 | |
| | 11 | | | x | 6 | 0 | |

**1-** D'après le RDP on voit que le dépôt et les retraits sont indépendants, ils sont simplement synchronisés par CV ET CP. Ainsi après la phase 3, on peut encore franchir D, ainsi que R2. Les deux transitions peuvent être franchies en parallèle.

**2-** Supposons alors, pour simplifier, que parmi les 3 transitions D, R2 et R1 (R2 et R1 sont exclusives pour le jeton), on ne franchit qu'une seule transition à la fois, et qu'on effectue des cycles de franchissement à tour de rôle.

Après le 3°cycle (après la phase 9), le producteur ne peut plus déposer dans le magasin car CV=3 et la valuation de l'arc est égale à 4. Il doit attendre un nouveau retrait de la part de R2 pour que la transition devienne franchissable.

**3-** Supposons maintenant que le retrait et le dépôt peuvent effectivement se faire en parallèle.

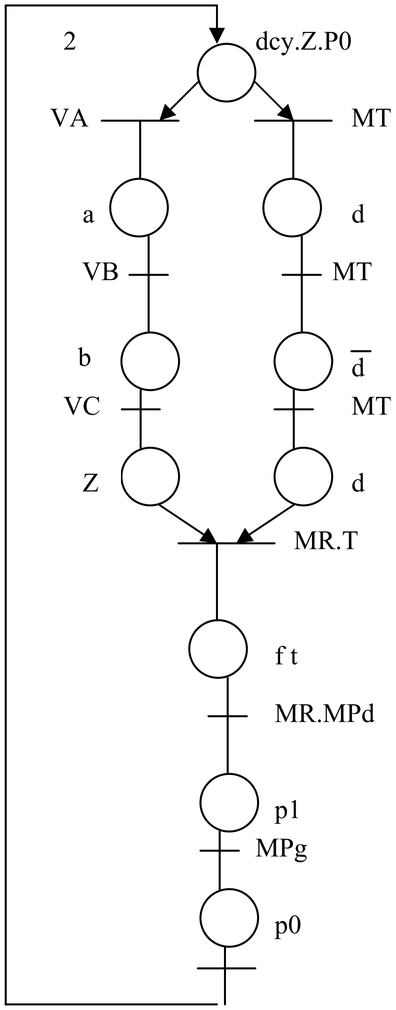
* après la phase 3 : D et R2 sont franchissables. Si on franchit D et R2 en même temps, on arrive directement à la fin de la phase 5. Cela revient à effectuer les deux actions des phases φ4 et φ5 (puisque les règles du RDP disent que l'exécution de φ4 puis φ5 ou bien φ5 puis φ4 donnent le même résultat). Après seule R1 est franchissable.

* après la phase 6, on voit que compte tenu du nombre de case pleines, D et R2 sont à nouveau franchissables toutes les 2. En utilisant les mêmes règles du RDP, on aboutit donc à la fin de la phase 8. Seule R1 est franchissable. Après son franchissement (phase 9), le producteur est bloqué et ne peut plus produire. On se retrouve dans la même situation qu'à la fin du paragraphe 2, où les franchissements se faisaient à tour de rôle.

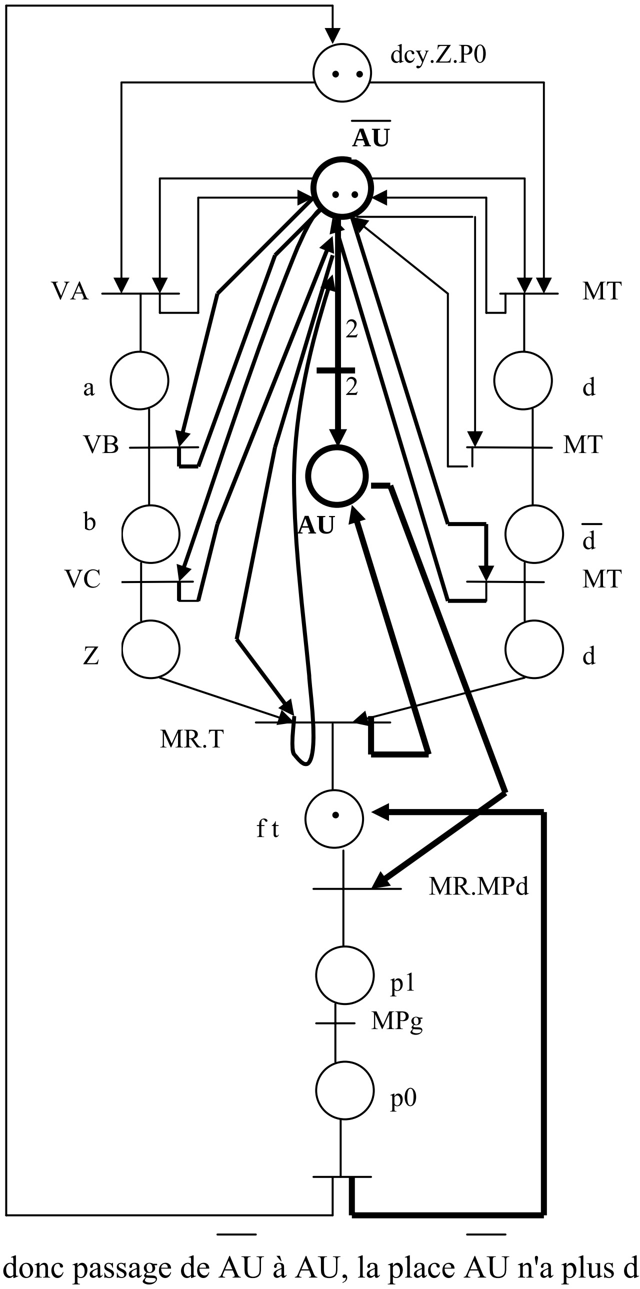
**4-** Par conséquent, on va adopter la règle des systèmes à évènement discrets : « deux évènements non corrélés ne peuvent pas se produire en même temps », et effectuer donc le franchissement des transitions l'une après l'autre et jamais deux transitions en même temps.

## ***Solution exercice 5.5***

### 1° RDP interprété



### 2° RDP interprété avec arrêt d'urgence

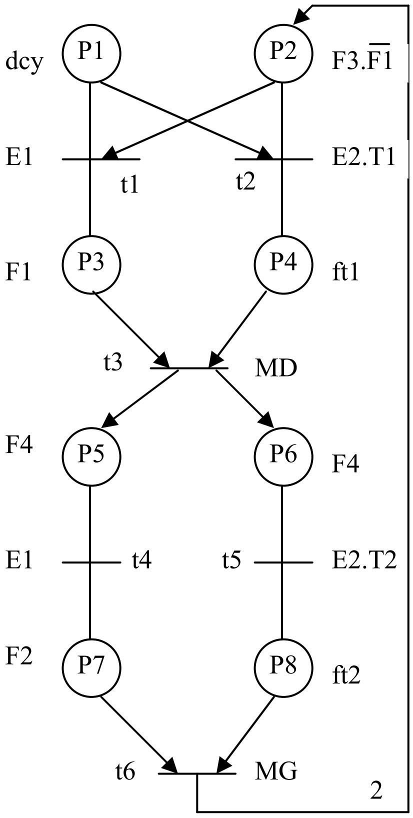


Remarque: si on détecte l'arrêt d'urgence, donc passage de $\overline{AU}$ à AU, la place $\overline{AU}$ n'a plus de marques pour le franchissement des transitions. Après vidange et retour en début de cycle, on doit forcer manuellement le passage de AU à $\overline{AU}$.

**3°** Pour calculer le vecteur validation algébriquement, il faut que le réseau soit sain (aucune place ne doit avoir plus d'une marque). Pour le rendre sain il suffit de dédoubler la place initiale et la remplacer par deux places identiques ayant chacune une seule marque. Quant à l'arc menant de la place p0 à cette place, il sera remplacé par 2 arcs menant vers ces deux nouvelles places.

## ***Solution exercice 5.6***

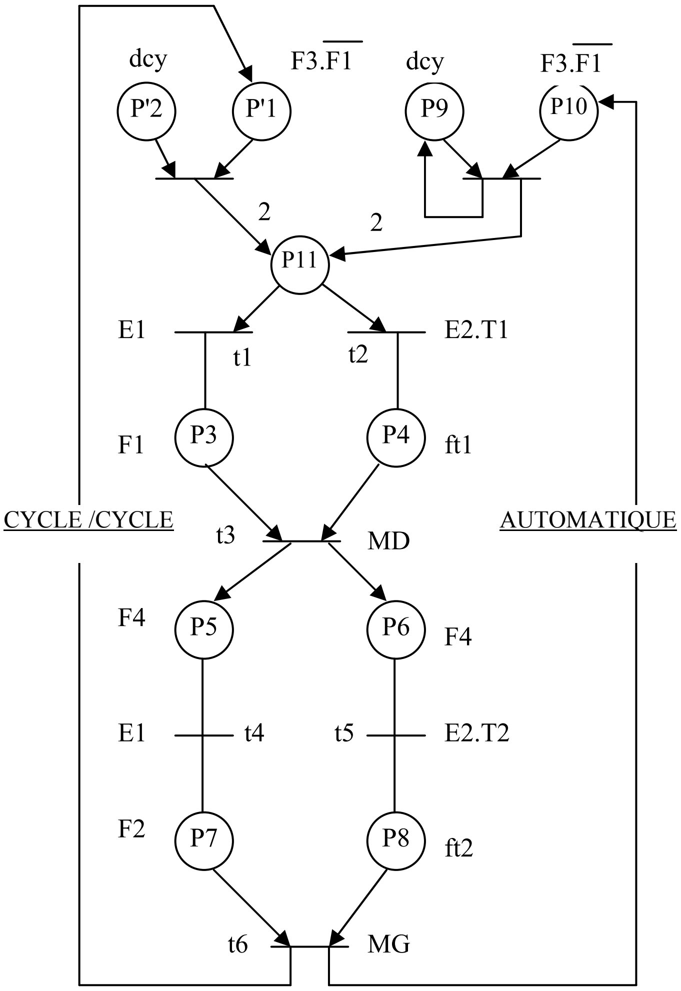
### 1°**Réseau de petri interprété**



Marquage initial:

$M0 = (2\ 2\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)^t$

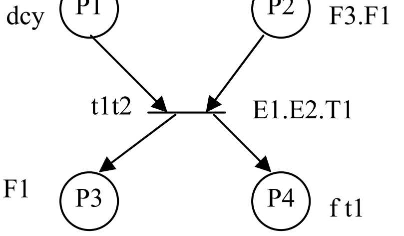
### 2°**Réseau avec mode automatique**



Marquage initial cycle / cycle: $M'0 = (1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0)^t$

Marquage initial automatique: $M'0 = (0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0)^t$

**3°** Pour calculer le vecteur validation algébriquement, il faut que le réseau soit sain. Pour le rendre sain il suffit de mettre ensemble les deux transitions t1 et t2. Tous les arcs seront alors à valuation unité et les places avec une seule marque. La seule modification sur le graphe est la suivante:



**4°** Démontrer que le réseau est borné revient à trouver un vecteur f tel que $f^t . C \leq 0$.

Calculons d'abord la matrice d'incidence.

Matrice Pre

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| p1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| p6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| p7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| p8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Matrice Post

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| p1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| p3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| p7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| p8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Matrice d'incidence

| | t1 | t2 | t3 | t4 | t5 | t6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| p1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| p2 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| p3 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| p4 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| p5 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| p6 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 |
| p7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -1 |
| p8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 |

$f^t . C \leq 0$ ←→ (f1 f2 f3 f4 f5 f6 f7 f8) . ( C ) ≤ 0 ←→

$$\left.\begin{array}{l} f3 \leq f1 + f2 \\ f4 \leq f1 + f2 \\ f5 + f6 \leq f3 + f4 \\ f7 \leq f5 \\ f8 \leq f6 \\ f2 \leq f7 + f8 \end{array}\right\}$$

←→ un vecteur f solution de ce système d'équations (càd qui rend le réseau borné) est le vecteur unitaire.

$f = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)^t$