<u>Module SBA2</u>

<u>Option STR – Master1</u>

Chapitre1 : Calcul des éléments secondaires

Introduction

Les éléments non structuraux sont les éléments qui n'ont pas une fonction porteuse ou de contreventement. Ce sont des éléments en maçonnerie comme les cloisons et les murs de façade.

Le calcul des éléments secondaires se fait généralement sous l'action des charges permanentes et des surcharges d'exploitation. Cependant, certains seront vérifiés à l'action de la charge sismique (acrotère)

Les éléments non structuraux sont les suivants :

- L'acrotère.
- Les escaliers.
- Les planchers (dalle pleine et à corps creux) .
- Les balcons.

1- Calcul de l'Acrotère (voir cours)

Vérification à l'E.L.S

Etant donné que la fissuration est préjudiciable, une vérification des contraintes de compression dans le béton et de traction dans l'acier s'impose.

D'après le **BAEL 91** :

$$\sigma_b \leq \overline{\sigma_b} = 0.6f_{c28} \qquad \sigma_s \leq \overline{\sigma_s} = \min\left\{\frac{2}{3}f_e; 110\sqrt{\eta * f_{t28}}\right\}$$

Excentricité

$$e = e_{ser} + \left(d - \frac{h}{2}\right) = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} + \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

Si le centre de pression se trouve à l'extérieur de la section $c = d - e$

$$Y_{ser} + Y_c = c$$

Y_c: distance de l'axe neutre ou centre de pression.

c : distance du centre de pression à la fibre la plus comprimée.

En écrivant le bilan des efforts appliqués à la section :

$$\mathbf{Y_c^3 + PY_c + q = 0}$$

Avec : $P = -3c^2 - (c - d') \times \frac{6\times n\times A'_s}{b} + (d - c) \times \frac{6\times n\times A_s}{b}$

$$q = -2c^3 - (c - d')^2 \times \frac{6 \times n \times A'_s}{b} - (d - c)^2 \times \frac{6 \times n \times A_s}{b} \quad \text{avec} \quad n = 15$$

Résolution de l'équation :

On calcule $\Delta = q^2 + 4\left(\frac{P^3}{27}\right)$

si $\Delta < 0$ calculer $\cos\varphi = \frac{3q}{2P}\sqrt{-\frac{3}{P}}$ puis φ et $a = 2\sqrt{\frac{-P}{3}}$

Choisir la solution qui convient parmi les trois solutions qui sont: $Y_1 = a\cos\left(\frac{\varphi}{3}\right)$;

$Y_2 = a\cos\left(\frac{\varphi}{3} + 120°\right)$; $Y_3 = a\cos\left(\frac{\varphi}{3} + 240°\right)$

si $\Delta > 0$: $t = 0{,}5(\sqrt{\Delta} - q)$ $z = t^{1/3}$ $Y_c = z - p/3z$

Une seule solution convient car :

$$0 < Y_{ser} = Y_c + c < d$$

Moment d'inertie de la section réduite homogène

$$I = \frac{b\,Y_{ser}^3}{3} + 15[A_s(d - Y_{ser})^2 + A'_s(Y_{ser} - d')^2]$$

Coefficient angulaire des contraintes

$$K = \frac{N_{ser}}{I}Y_c$$

Calcul des contraintes

a. Contrainte de compression dans le béton $\sigma_b = KY_{ser}$ et $\overline{\sigma_b} = 0.6f_{c28}$

b. Contrainte de traction dans l'acier $\sigma_s = nK(d - Y_{ser})$

et $\overline{\sigma_s} = \min\left\{\frac{2}{3}f_e; 110\sqrt{\eta * f_{t28}}\right\}$; $\eta = 1.6$

Vérification de l'effort tranchant

D'après le **BAEL91** :

$$\tau_u = \frac{V_u}{bd} \leq \bar{\tau_u} = \min\left\{0.15\frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 4\text{ MPa}\right\}$$

Armatures transversales

Dans le cas des éléments minces on ne dispose pas des armatures transversales si la condition suivante est vérifiée: $\tau_u < 0.05f_{c28}$

<u>Vérification de l'acrotère au séisme</u>

D'après **RPA article (6-2-3)** l'acrotère doit résister à la force horizontale due au séisme indiquée comme suit :

$$F_P = 4 \,.\, C_p . A . W_p$$

Avec :

A : Coefficient d'accélération de zone obtenu dans le tableau (4.1) de RPA 99.

Pour la zone et le groupe d'usage appropriés :

Groupe d'usage 2 et Zone IIa $\Longrightarrow$ A= 0.15

C_p: Facteur de force horizontale, obtenu d'après le tableau (6.1) de RPA 99 $\Longrightarrow$ C_p=0.

W_p: Poids de l'élément secondaire considéré

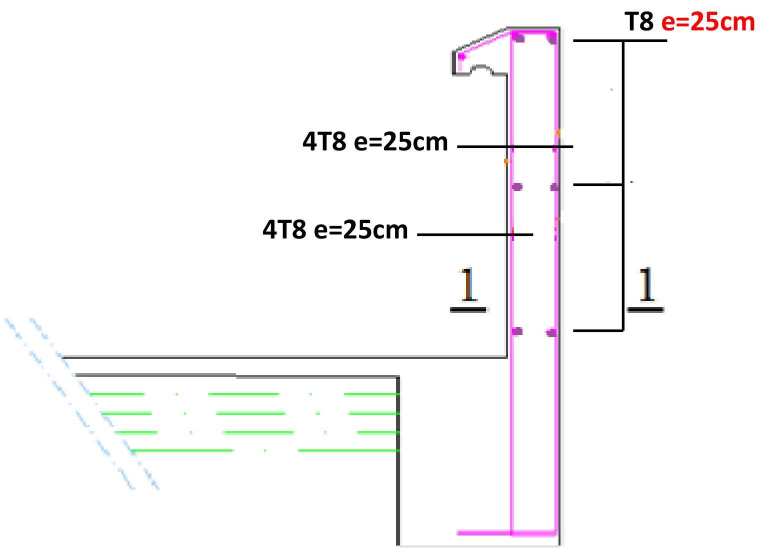
La condition pour que l'acrotère puisse résister à cette force est :

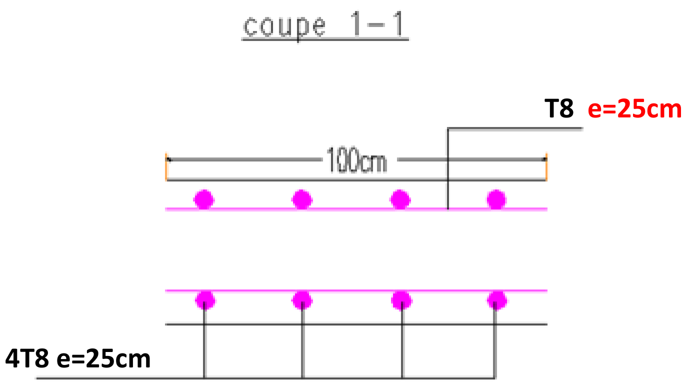
$$F_P < 1.5Q$$

<u>Application 1</u>:

Vérifier les contraintes du béton et de l'acier à l'ELS de l'acrotère étudié lors de la séance de TD du 08/03/2020.

Schéma de ferraillage de l'acrotère (Voir application TD)

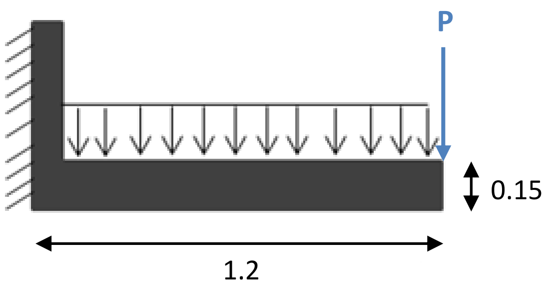




2- Calcul des balcons :

1^er^ type : Balcon encastré sur 1 seul côté (console)

Exemple numérique :



Dalle pleine balcon encastrée sur un seul coté.

Evaluation des charges :

Charge permanente du balcon

Eléments	Epaisseur (cm)	Poids volumique (KN/m3)	Poids surfacique (KN/m2)
Carrelage	2	20	0.40
Mortier de pose	3	20	0.60
Dalle pleine	15	25	3.75
Lit de sable	3	18	0.54
Enduit en plâtre	2	20	0.40
		G	**5.69**
		Q	**3.5**

Combinaison des charges

G = 5.69 KN/m^2 , Q = 3.5 KN/m^2 , P = 8.18 KN/ml

ELU :

$q_u = 12.93$ KN/m^2

$p_u = 11$ KN/ml

ELS :

$q_s = 9.19$ KN/m^2

$p_s = 8.18$ KN/ml

Calcul du moment Max

- ELU :

$M_{max} = \frac{qu \times l^2}{2} + p_u \times l = \frac{12.93 \times 1.2^2}{2} + 11 \times 1.2 = 20.5 KN.m$

- ELS :

$$M_{max} = \frac{qs \times l^2}{2} + p_s \times l = \frac{9.19 \times 1.2^2}{2} + 8.18 \times 1.2 = 16.43 KN.m$$

Calcul de l'effort tranchant

$$T_{max} = q_u \times l + p_u$$

$$T_{max} = 13.336 \times 1.2 + 11 = 26.52 \text{ KN}$$

Calcul du ferraillage

d = 0.9h

d = 0.9×15=13.5cm

h = 15cm

σ_{bc}= 14.17 MPa

M_u=20.5 kN.m

Mu (KN.m)	**B** (cm)	**D** (cm)	**μ**	**α**	**B**	$\mathbf{A_s}$ (cm^2)	$\mathbf{A_{s_{min}}}$ (cm^2)	$\mathbf{A_{s_{adopte}}}$ (cm^2)
20.5	100	13.5	0.079	0.1	0.96	4.55	1.63	**5T12 = 5.65**

Condition de non fragilité

$\mathbf{A_s} \geq 0.23 \times b \times d \times \frac{f_{tj}}{f_e}$ $\mathbf{A_s} \geq 0.23 \times 100 \times 13.5 \times \frac{2.1}{400} = 1.63 cm^2$

$\mathbf{A_s} \geq 1.63 cm^2$ **CV**

Donc on prend :

$$\mathbf{A_s} = 4.55\ \mathrm{cm}^2 \quad \text{On adopte : } \mathbf{5T12}$$

<u>Espacement des armatures</u>

$$\mathbf{e} = \frac{100}{5} = 20\mathrm{cm} \leq \min(3\mathrm{h}; 33\mathrm{cm})$$

$$\mathbf{e} = 20\mathrm{cm} \leq 33\mathrm{cm} \qquad \mathbf{CV}$$

- **Armatures de répartitions**

$$\mathbf{A_r} = \frac{A_s}{4} = 1.41\mathrm{cm}^2$$

On prend :

$$\mathbf{A_r} = 5\emptyset 8 = 2.51\mathrm{cm}^2$$

- **Espacement des armatures**

$$\mathbf{e} \leq \min(4\mathrm{h}; 45\mathrm{cm}) \quad \text{On prend : } \mathrm{e} = 20\mathrm{cm}$$

$$\mathbf{e} \leq 45\mathrm{cm} \qquad \mathbf{CV}$$

<u>Vérification de l'effort tranchant</u>

Les armatures transversales ne sont pas nécessaires si la condition ci-dessous est vérifiée.

$$\boldsymbol{\tau_u} = \frac{T_{umax}}{b.d} \leq \overline{\boldsymbol{\tau_u}} = \min\left(0.15\ \frac{f_{c28}}{\gamma_b}\ ; 4\mathrm{Mpa}\right)$$

$$\mathbf{T_{umax}} = 26.52\mathrm{KN}$$

$$\boldsymbol{\tau_u} = \frac{26.52 \times 10^3}{1000 \times 135} = 0.196\ \mathrm{Mpa}$$

$$\rightarrow \ \overline{\boldsymbol{\tau_u}} = 2.5\mathrm{Mpa}$$

$$\boldsymbol{\tau_u} = 0.138\mathrm{Mpa} < \overline{\boldsymbol{\tau_u}} = 2.5\mathrm{Mpa} \qquad \mathbf{CV}$$

<u>Vérifications à l'ELS</u>

$$M_s = 16.43\mathrm{KN.m}\ ; A_s = 5.65\mathrm{cm}^2\ ; \quad A_s' = 0$$

- **Position de l'axe neutre:**

$$\frac{b}{2}.y^2 + \eta A_{sc}(y - c') - \eta A_{st}(d - y) = 0$$

$$50y^2 - 15 \times 5.65 \times (13.5 - y) = 0$$

$$50y^2 + 84.75y - 1144.12 = 0$$

$$\rightarrow \mathbf{y} \approx 4cm$$

- **Moment d'inertie :**

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_{sc}(y - d')^2 + \eta A_{st}(d - y)^2$$

$$I = \frac{100}{3} \times 4^3 + 15 \times 5.65 \times (13.5 - 4)^2$$

$$\rightarrow I = 9782.021cm^4$$

Calcul la contrainte dans le béton comprimé

$$\boldsymbol{\sigma_b} = \frac{M_{as}}{I}.y = \frac{16.43 \times 4 \times 10^3}{7322.87} = 6.72MPa \leq \overline{\boldsymbol{\sigma_b}} = 0.6f_{c28} = 15MPa$$

$$\boldsymbol{\sigma_b} \leq \overline{\boldsymbol{\sigma_b}} \quad \rightarrow \quad 4.36MPa \leq 15MPa \qquad \mathbf{CV}$$

Calcul la contrainte dans l'acier tendu

$$\boldsymbol{\sigma_s} = 15\frac{M_{sermax}}{I}(d - y) = 15\frac{16.43 \times 10^3}{9782.021}(13.5 - 4)$$

$$\boldsymbol{\sigma_s} = 239.35MPa$$

$$\overline{\boldsymbol{\sigma_s}} = \min\left(\frac{2}{3}f_e\,;\max\,(240; 110\sqrt{\eta \times f_{t28}})\right) \quad \text{(Fissuration préjudiciable)}$$

$$\boldsymbol{\eta} = 1.6 \;\text{ et }\; \overline{\boldsymbol{\sigma_s}} = 240 \text{ Mpa}$$

$$\boldsymbol{\sigma_s} = 239.35Mpa < \overline{\boldsymbol{\sigma_s}} = 240 \text{ Mpa} \qquad \mathbf{CV}$$

Vérification de la flèche

Pour les éléments en console la flèche F est égale à :

$$F = \frac{Q.L^4}{8.E.I} \quad \text{…… La flèche due à la charge répartie}$$

E = 32164.2 MPa

Q = 16.43 KN/m²

L = 1.2 m

- **Calcul du centre de gravité :**

$$\mathbf{y_G} = \frac{\sum A.y}{\sum A} = \frac{b.h.\frac{h}{2} + \eta.A_s.d}{b.h + \eta.A_s}$$

$$\mathbf{y_G} = \frac{(100 \times 15 \times 7.5) + (15 \times 5.65 \times 13.5)}{(100 \times 15) + (15 \times 5.65)}$$

$$\mathbf{y_G} = 7.82cm$$

$$\mathbf{y} = \mathrm{h} - \mathrm{y_G} = 7.18cm$$

- **Calcul du moment d'inertie**

$$\mathbf{I} = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_{sc}(y - d')^2 + \eta A_{st}(d - y)^2$$

$$\rightarrow \mathbf{I} = 16938.01\mathrm{cm}^4$$

$$\mathbf{F} = \frac{Q.L^4}{8.E.I}$$

$$\mathbf{F} = \frac{16.43 \times 1.2^4}{8 \times 32164.2 \times 10 \times 16938.01}$$

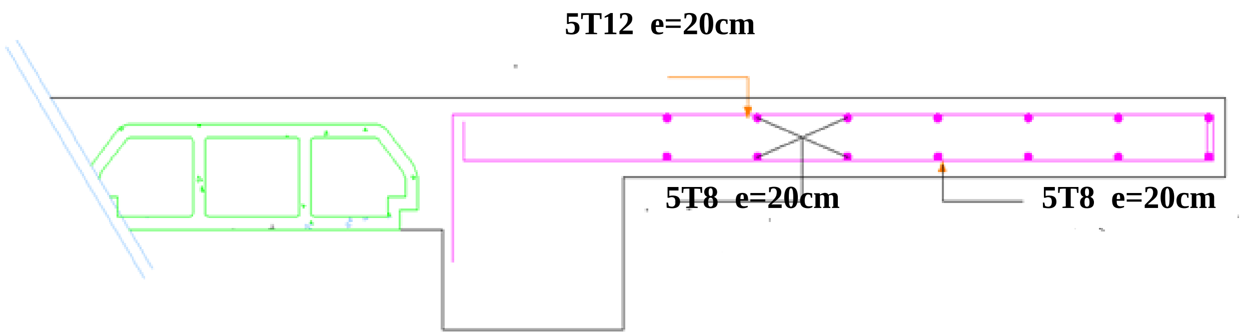
$$\mathbf{F} = 7.81 \times 10^{-10}\mathrm{cm}$$

Pour L < 2m :

$$\Longrightarrow F_{ad} = \frac{L}{250} = 5.6 \times 10^{-3}\mathrm{cm}$$

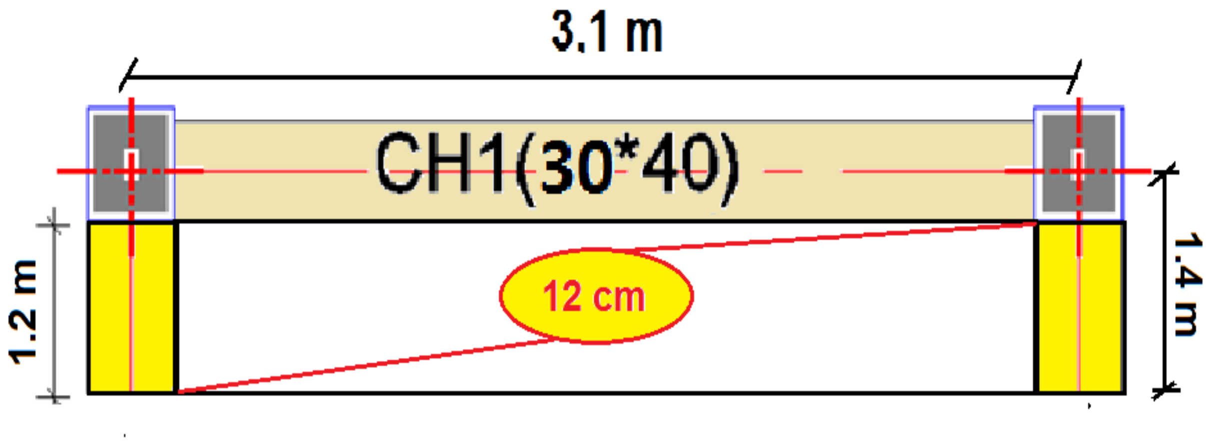
$\mathbf{F} = 7.81 \times 10^{-10}\mathrm{cm} < \mathbf{F_{ad}} = 5.6 \times 10^{-3}\mathrm{cm}$ **CV**

<u>**Schéma de ferraillage du balcon**</u>



2ème type : Dalle reposant sur 3 appuis et libre sur le 4eme

Exemple numérique :



Calcul et vérifications

e = 12 cm, $L_X = 3{,}1\text{m}$, $L_Y = 1{,}4\text{m}$

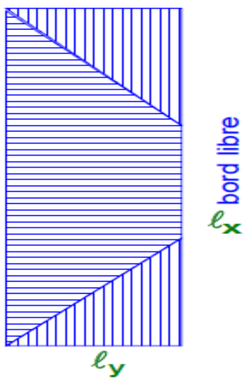
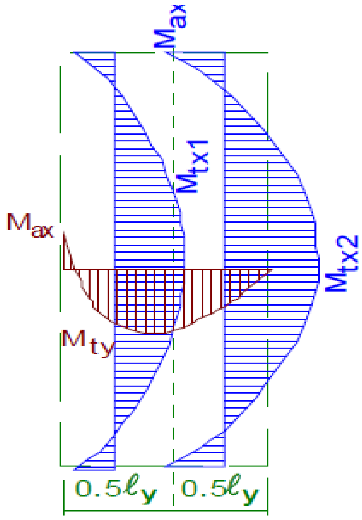
- Fissuration : préjudiciable
- Charge permanente G=5,24 KN/m^2
- Charge d'exploitation Q=3,5 KN/m^2
- Calcul dans les 2 sens x est y

ELU :

P= 1.35G+1.5Q

P=12,324 KN/ml.

La méthode appliquée : **théorie des lignes de rupture**.

<table>
<tr>
<td rowspan="3">$\ell_y \leq \frac{\ell_x}{2}$
</td>
<td rowspan="3"></td>
<td>$\mathbf{M_{ty} = \frac{pl_y{}^2}{4}(\frac{l_x}{l_y} - \frac{4}{3})}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\mathbf{M_{t_{x1}} = \frac{pl_y{}^2}{9}}$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\mathbf{M_{t_{x2}} = \frac{pl_y{}^2}{4.5}}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">$\frac{\mathbf{L_y}}{\mathbf{L_x}} < 2 \quad \Rightarrow \frac{\mathbf{1.4}}{\mathbf{3,1}} = \mathbf{0.45} < 2$</td>
</tr>
</table>

Cas des dalles reposant sur 3 cotés soumises à des charges uniformément reparties.

$$M_{ty} = \frac{pl_y{}^2}{4}\left(\frac{l_x}{l_y} - \frac{4}{3}\right) = \frac{12,324 \times 1.4^2}{4}\left(\frac{3,1}{1.4} - \frac{4}{3}\right) \Rightarrow M_{ty} = 5,32 \text{ KN.m}$$

$$M_{t_{x1}} = \frac{pl_y{}^2}{9} = \frac{12.324 \times 1.4^2}{9} \Rightarrow M_{t_{x1}} = 2.684 \text{ KN.m}$$

$$M_{t_{x2}} = \frac{pl_y{}^2}{4.5} = \frac{12.324 \times 1.4^2}{4.5} \Rightarrow M_{t_{x2}} = 5.368 \text{ KN.m}$$

ELS : $q_{s=8.74KN/m}$

$$M_{ty} = \frac{q_s l_y{}^2}{4}\left(\frac{l_x}{l_y} - \frac{4}{3}\right) = \frac{8.74 \times 1.4^2}{4}\left(\frac{3,1}{1.4} - \frac{4}{3}\right) \Rightarrow M_{ty} = 3.773 \text{ KN.m}$$

$$M_{t_{x1}} = \frac{q_s l_y{}^2}{9} = \frac{8.74 \times 1.4^2}{9} \Rightarrow M_{t_{x1}} = 1.903 \text{ KN.m}$$

$$M_{t_{x2}} = \frac{pl_y{}^2}{4.5} = \frac{8.74 \times 1.4^2}{4.5} \Rightarrow M_{t_{x2}} = 3.807 \text{ KN.m}$$

Calcul de l'effort tranchant

$T_x = \frac{q_u \times l_y}{3} \quad ; \quad T_y = \frac{q_u \times l_y \times l_x}{2l_x + l_y}$

$$T_x = \frac{12{,}324 \times 1.4}{3} = 5{,}751 \text{ KN}$$

$$T_y = \frac{12{,}324 \times 1.4 \times 3.1}{2 \times 3.1 + 1.4} = 5{,}192 \text{ KN}$$

$T_{u_{max}}\{\,5{,}751\ ;\ 5{,}192\,\} \ \rightarrow T_{u_{max}} = 5{,}751$ KN .

Calcul du ferraillage

Le calcul concerne une bande de 1m de largeur.

	M (KN.m)	**B** (cm)	**D** (cm)	**U**	**α**	**β**	$\mathbf{A_s}$ (cm^2)	$\mathbf{A_{s_{min}}}$ (cm^2)	$\mathbf{A_{s_{adopte}}}$ (cm^2)
Sens X	5.056	100	10,8	0.031	0.039	0.984	1.37	1.3	**5Ø10= 3.93**
Sens Y	5.32	100	10,8	0.032	0.041	0.984	1.44	1.3	**5Ø10= 3.93**

Calcul du ferraillage du balcon type 2

Condition de non fragilité

$$A_s \geq 0.23 \times b \times d \times \frac{f_{tj}}{f_e}$$

$$A_s \geq 0.23 \times 100 \times 10{,}8 \times \frac{2.1}{400} = 1.3 \text{ cm}^2$$

$$A_s \leq 1.3\text{cm}^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{CV}$$

Donc on prend : $A_s = \mathbf{3,93cm^2}$ On adopte **5Ø10** dans les deux sens.

Espacement des armatures

Parallèle àL_x :

$e = \frac{100}{4} = 20\text{cm} \ \leq\ \min(\,3h\ ;\ 33\text{cm}\,) = \min(36\ ;\ 33)$

$$e = 20\text{cm} \leq 33\text{cm} \ldots\ldots\ldots \text{CV}$$

Parallèle à L_y :

$e = \frac{100}{4} = 20cm \ \leq$ min (4h; 45cm)= min (48 ; 45)

$$e = 20cm \leq 45cm \ldots\ldots\ldots CV$$

On prend e = 20 cm pour les armatures parallèles à L_x et L_y

Vérification de l'effort tranchant

$$T_u = 5.751 \text{ KN}$$

$$\tau_u = \frac{T_u}{bd} \leq \overline{\tau_u} = \min\left\{0.15\frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 4 \text{ MPa}\right\}$$

$$\tau_u = \frac{5{,}751 \times 10}{100 \times 10{,}8} = 0.053 \text{ MPa.}$$

$$\overline{\tau_u} = \min\left\{0.15\frac{25}{1.5}; 4 \text{ MPa}\right\} = \min\{2.5 \text{ MPa}; 4 \text{ MPa}\} = 2.5 \text{ MPa.}$$

$$\tau_u = 0.055 \text{ MPa} < \overline{\tau_u} = 2.5 \text{ MPa.} \quad \longrightarrow \text{CV}$$

Vérifications à l'ELS

$$q_s = 8{,}74 \text{ KN/ml}$$

$$M_{ty} = 3.773 \text{ KN.m}$$

$$M_{tx} = 3{,}807 \text{ KN.m}$$

Position de l'axe neutre :

$$\frac{b\,y^2}{2} - \eta A_s(d - y) = 0$$

$$50y^2 - 15 \times 3.93\ (10.8 - y) = 0$$

$$50y^2 - 636{,}66 + 58.95y = 0$$

y = 3.03 cm.

$$I = \frac{b\,y^3}{3} + 15[A_s(d - Y_{ser})^2 + A'_s(Y_{ser} - d')^2]\ ; A'_s = 0$$

$$I = \frac{100 \times 3{,}03^3}{3} + 15[\ 3.93(3.03)^2]$$

$I = 4486{,}25\ cm^4$.

Calcul de la contrainte dans le béton comprimé :σ_b

- **Dans le sens x :**

$$\sigma_b = \frac{M_{sx}}{I_G} \times y = \frac{3{,}807 \times 10^3}{4486{,}25} \times 3.03 = 2{,}57 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_b} = 0.6 f_{c28} = 0.6 \times 25 = 15 \text{ MPa}$$

$$2.57 \leq 15 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{CV}$$

- **Dans le sens y :**

$$\sigma_b = \frac{Ms_y}{I_G} \times y = \frac{3.773 \times 10^3}{4486.25} \times 3{,}03 = 2{,}55 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_b} = 0.6 f_{c28} = 0.6 \times 25 = 15 \text{ MPa}$$

$$1.69 \leq 15 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \textbf{CV}$$

Détermination de la contrainte dans l'acier tendu :$\boldsymbol{\sigma_{st}}$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_s(d - y)}{I_G} = 15 \frac{3{,}807 \times 10^3 (10{,}8 - 3.44)}{4486{,}25} = 98{,}94 \text{MPa}$$

Fissuration préjudiciable **: $\overline{\sigma_{st}}$ = Min [$\frac{2}{3}$fe ; Max{240Mpa ; 110$\sqrt{\eta * f_{t28}}$}]**

$$240 \leq 98{,}94 \ \Rightarrow \sigma_{st} \leq \overline{\sigma_{st}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{CV}$$

Vérification de la flèche

- D'après le règlement CBA. - Article B.6.5.6.1

- $\frac{h}{l_x} \geq \max\left\{\frac{3}{80}; \frac{M_{tx}}{20 M_x}\right\} \ \rightarrow \ \max\left\{0.0375; \frac{3.807}{20 \times 10.392}\right\}$

$$\frac{h}{l_x} \geq \max\{0.035; 0.02\} \rightarrow 0.085 \geq 0.035 \ldots\ldots\ldots\ldots \text{CV}$$

- $\frac{h}{l_x} \geq \left\{\frac{1}{20}; \frac{1}{15}\right\} \rightarrow 0.085 \geq \{0.05; 0.06\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{CV}$
- $\frac{A_s}{b.d} \geq \frac{2}{f_e} \ \rightarrow \ \frac{3.93}{100 \times 10{,}8} \leq \frac{2}{400} \ \rightarrow 3{,}64 \times 10^{-3} \geq 5 \times 10^{-3} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{CV}$

Toutes les conditions sont vérifiées donc il n'est pas nécessaire de calculer la flèche

Schéma de ferraillage du balcon type 2