

TD N°1 : Systèmes de numération

✓ Exercice 1 :

Donner l'équivalent en binaire, octale et hexadécimal de chaque nombre décimal:

a/ 257

b/ 79

c/ 512

d/ 17

✓ Exercice 2 :

Représenter les nombres suivants dans la base 10 :

a/ $1100_{(2)}$, $1100011_{(2)}$, $11111111_{(2)}$

b/ $133_{(8)}$, $4770_{(8)}$, $1000_{(8)}$

c/ $100_{(16)}$, $1FF_{(16)}$, $0E_{(16)}$

✓ Exercice 3 :

1. Donner l'équivalent en binaire des nombres fractionnaires suivants :

a/ $32,175_{(10)}$

b/ $12,66_{(10)}$

c/ $0,0625_{(10)}$

2. Donner l'équivalent décimal des nombres suivants :

a/ $111,01_{(2)}$

b/ $10,1101_{(2)}$

c/ $111001,00101_{(2)}$

✓ Exercice 4 :

Quelles sont les valeurs BCD correspondant aux nombres binaires :

1- $000100100011_{(2)}$

3- $00100010_{(2)}$

2- $000101011001_{(2)}$

4- $10001000_{(2)}$

✓ Exercice 5 :

Effectuer en binaire puis en BCD les additions suivantes :

a/ $12+15$

b/ $12+91,125$

c/ $38+29$

d/ $7,48+7,14$

✓ Exercice 6 :

Effectuer en binaires les opérations suivantes :

a/ $25-23$

b/ $12-9,75$

c/ 127×7

d/ 64×4

e/ $91,125:12$

f/ $57:7$

✓ Exercice 7 :

Faire les soustractions suivantes en utilisant le complément à 2 :

a/ $12,25-4,625$

b/ $7,5-10$

c/ $23-57$

$\frac{n}{2} = \frac{1}{2} \times 2$
 $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

Exercice 1:

$$(257)_{10} = (?)_2$$

$$257 : 2 = 128 : 2 = 64 : 2 = 32 : 2 = 16 : 2 = 8 : 2 = 4$$

$$4 : 2 = 2 : 2 = 1 : 2 = 0$$

$$(257)_{10} = (100000001)_2$$

$$(257)_{10} = (?)_8$$

$$257 : 8 = 32 : 8 = 4 : 8 = 0$$

$$(257)_{10} = (401)_8$$

$$(257)_{10} = (?)_{16}$$

$$257 : 16 = 16 : 16 = 1 : 16 = 0$$

$$(257)_{10} = (101)_{16}$$

base 16 $\rightarrow$ base 10

$$(1FF)_{16} = 15 \times 16^0 + 15 \times 16^1 + 1 \times 16^2 = (511)_{10}$$

$$(0E)_{16} = 14 \times 16^0 + 0 \times 16^1 = (14)_{10}$$

Exercice 3

$$(32, 175)_{10} = (?)_2$$

$$\Rightarrow (32)_{10} = (100000)_2$$

$$0,175 \times 2 = 0,35 \times 2 = 0,7 \times 2 = 1,4 \rightarrow 0,4 \times 2 = 0,8$$

$$(0,175)_{10} \approx (0,0010)_2$$

$$\Rightarrow (32,175)_{10} = (100000,0010)_2$$

$$b) (111,01)_2 = (?)_{10}$$

$$(111)_2 = (7)_{10}$$

$$(0,01)_2 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = (0,25)_{10}$$

$$\Rightarrow (111,01)_2 = (7,25)_{10}$$

Exercice 4

Exercice 2: base 2 $\rightarrow$ vers $\rightarrow$ base 10

$$a) (1100)_2 = (?)_{10}$$

$$1100 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

$$(1100)_2 = (99)_{10}$$

$$b) (1100011)_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^6$$

$$= (255)_{10}$$

base 8 $\rightarrow$ base 10

$$(133)_8 = 3 \times 8^0 + 3 \times 8^1 + 1 \times 8^2$$

$$= (91)_{10}$$

$$(770)_8 = 0 \times 8^0 + 7 \times 8^1 + 7 \times 8^2 + 4 \times 8^3$$

$$= (2552)_{10}$$

EX03 = Sum

2 - a

$$(111, 01)_2 = (7, 25)_{10}$$

$$(111)_2 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$(0, 01)_2 = 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

$$(0, 01)_2 = 0 + 0,25 = (0,25)_{10}$$

b/10,1101

$$(10)_2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2$$

$$(0,1101)_2 = 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} \\ = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$$

$$(0,1101)_2 = 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625$$

$$(0,1101)_2 = 0,8125$$

$$(10,1101)_2 = (2,8125)_{10}$$

c/111001,00101

$$(111001)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ = 1 + 0 + 0 + 8 + 16 + 32$$

$$(111001)_2 = (57)_{10}$$

$$(0,00101)_2 = 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 0 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5}$$

$$= \frac{1}{2} \times 0 + 0 + \frac{1}{8} + 0 + \frac{1}{32}$$

$$(0,00101)_2 = (0,15625)_{10}$$

$$(111001,00101)_2 = (57,15625)_{10}$$

EX04

2/

$$(000100100011)_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^8 + 0 \times 2^9 + 0 \times 2^{10} + 0 \times 2^{11} \\ = 1 + 2 + 0 + 0 + 0 + 32 + 0 + 0 + 256 + 0 + 0 + 0 = (291)_{10}$$

$$(291)_{10} = 001010010001$$

2/000101011001

$$(000101011001)_2 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^7 + 0 \times 2^8 + 0 \times 2^9 + 1 \times 2^{10} \\ = 1 + 0 + 0 + 8 + 16 + 0 + 64 + 0 + 0 + 256 + 0 = (345)_{10}$$

$$(345)_{10} = 001101000101$$

3/00100010

$$(00100010)_2 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^7 \\ = 0 + 2 + 0 + 0 + 0 + 32 + 0 + 0 = (34)_{10}$$

$$(34)_{10} = 00100100$$

$$(10001000)_2 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^7 \\ = 8 + 128 = (136)_{10}$$

$$(136)_{10} = 000100111010$$

EX05 : a/ E Benaire

$$(12)_{10} = (1100)_2$$

$$(11)_{10} = (1111)_2$$

$$\begin{array}{r} 11100 \\ + 1111 \\ \hline 11011 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ + 11 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$1100 + 1111 = 11011$$

Eh BCD

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 11 \\ \hline 27 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0001 \ 0010 \\ 0001 \ 0101 \\ \hline 0010 \ 0111 \end{array}$$

$$27 = 0010 \ 0111$$

Eh Benaire

b/ $12 + 91,125 = 103,125$

$$(12)_{10} = (1100)_2$$

$$(91)_{10} : 2 = 45 : 2 = 22 : 2 = 11 : 2$$

$$= 5 : 2 = 2 : 2 = 1 : 2 = 0$$

$$(91)_{10} = (1011 \ 011)_2$$

$$(0,125)_{10} = 0,125 \cdot 2 = 0,25 \cdot 2$$

$$= 0,5 \cdot 2 = 1$$

$$0,125 = 0,001_{(2)}$$

$$(91,125)_{10} = 1011 \ 011,001$$

$$\begin{array}{r} 1011 \ 011,001 \\ + 1100,000 \\ \hline 1100 \ 111,001 \end{array}$$

Eh Benaire

c/ $38 + 29 = 67$

$$(38)_{10} = 38 : 2 = 19 : 2 = 9 : 2$$

$$= 4 : 2 = 2 : 2 = 1 : 2 = 0$$

$$(38)_{10} = 1001 \ 10_{(2)}$$

$$29 : 2 = 14 : 2 = 7 : 2 = 3 : 2 = 1$$

$$1 : 2 = 0$$

$$(29)_{10} = (1110 \ 1)_2$$

$$\begin{array}{r} 1100 \ 110 \\ + 011 \ 101 \\ \hline 1000 \ 011 \end{array}$$

b/ En BCD

$$\begin{array}{r}
 1001\ 0001, 00010010\ 0101 \\
 + 00010010, 000000000000 \\
 \hline
 110100011, 000100100101 \\
 + 0110 \\
 \hline
 1100000011, 000101000101 \\
 \hline
 1\ 0\ 3, 1\ 2\ 5
 \end{array}$$

c/ En BCD

$$\begin{array}{r}
 0011\ 1000 \\
 0010\ 1001 \\
 \hline
 0110\ 0001 \\
 + 0110 \\
 \hline
 0110\ 0111 \\
 \hline
 6\ 7
 \end{array}$$

Il ya en retourne (79)

d/ En Binaire

$$\begin{array}{ccc}
 7:2 = 3:2 = 1:2 = 0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

$$(7)_2 = (111)_2$$

$$\begin{array}{r}
 0,48 \times 2 = 0,96 \cdot 2 = 1,92 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0,92 \cdot 2 = 1,84 \rightarrow 0,84 \cdot 2 = 1,68 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0,68 \cdot 2 = 1,36 \rightarrow 0,36 \cdot 2 = 0,72 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 0
 \end{array}$$

$$(0,48)_{10} = 0,011101...$$

$$(7,48)_{10} = 111,011101... (2)$$

$$\begin{array}{r}
 0,14 \times 2 = 0,28 \cdot 2 = 0,56 \cdot 2 = 1,12 \rightarrow 0,12 \cdot 2 = 0,24 \cdot 2 = 0,48 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0,48 \cdot 2 = 0,96 \cdot 2 = 1,92 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0,92 \cdot 2 = 1,84 \rightarrow 0,84 \cdot 2 = 1,68 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 1
 \end{array}$$

$$0,14_{(10)} = 0,001000111_{(2)}$$

$$7,14_{(10)} = 111,001000111_{(2)}$$

En BCD

$$0011\ 0100\ 1000$$

$$0111\ 0001\ 0100$$

$$1110\ 0101\ 1100 > 9$$

$$1011\ 0000\ 0110$$

$$00010110, 01100010$$

$$1\ 4, 6\ 2$$

en Binaire

$$1111\ 0111\ 01$$

$$+ 111, 0010001$$

$$1110, 1001110$$

Ex 06 : a) $25 - 23 = 2$

$$25:2 = 12:2 = 6:2 = 3:2 = 1:2 = 0$$

$$\begin{array}{cccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \end{array}$$

←

$$25_{(10)} = 11001_{(2)}$$

$$23:2 = 11:2 = 5:2 = 2:2 = 1:2 = 0$$

$$\begin{array}{cccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & \end{array}$$

←

$$(23)_{10} = 10111_{(2)}$$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ - 10111 \\ \hline 00010 \\ 2 \end{array}$$

b) $12 - 9,7 = 2,25$

$$12:2 = 6:2 = 3:2 = 1:2 = 0$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

←

$$12_{(10)} = (1100)_2$$

$$9:2 = 4:2 = 2:2 = 1:2 = 0$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

←

$$9,7_{(10)} = 1,5_{(2)} \Rightarrow 0,1_{(2)} = 1$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$(9,7)_{10} = (1001,11)_2$$

$$\begin{array}{r} 1100,00 \\ - 1001,11 \\ \hline 0010,01 \\ 2,25 \end{array}$$

$$0,25:2 = 0,125:2 = 1$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$(0,25)_{10} = (0,01)_2$$

M2: $CP_2(1001,11) = CP_1(1001,11) + 1$

$$\begin{array}{r} 0110,00 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 0110,01 \rightarrow CP_2(1001,11) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11100,00 \\ + 0110,01 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110010,01 \\ \downarrow \quad 2,25 \end{array}$$

resultat (+)

c/

$$127:2 = 63:2 = 31:2 = 15$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$15:2 = 7:2 = 3:2 = 1:2 = 0$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

←

$$(127)_{10} = (1111111)_2$$

$$7:2 = 3:2 = 1:2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

←

$$(7)_{10} = (111)_2$$

$$\begin{array}{r}
 1111111 \\
 \times \quad 111 \\
 \hline
 1111111 \\
 1111111 \\
 1111111 \\
 \hline
 111111111
 \end{array}$$

$$d/64 \times 4 = 256$$

$$\begin{array}{l}
 64:2 = 32:2 = 16:2 = 8:2 = 4:2 = 2 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2:2 = 1:2 = 0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 0 \quad 1 \\
 \leftarrow
 \end{array}$$

$$64_{10} = 10000000_{(2)}$$

$$4_{(10)} = 100_{(2)}$$

$$\begin{array}{r}
 10000000 \\
 \times \quad 100 \\
 \hline
 00000000 \\
 10000000 \\
 \hline
 1000000000
 \end{array}$$

$$e/92, 125/12$$

$$\begin{array}{l}
 92:2 = 46:2 = 23:2 = 11:2 = 5 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 5:2 = 2:2 = 1:2 = 0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 0 \quad 1 \\
 \leftarrow
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 0,125:2 = 0,25:2 = 0,125:2 = 1 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$(92, 125)_{10} = 1011011, 001_{(2)}$$

$$12_{(10)} = 1100_{(2)}$$

$$\begin{array}{r}
 1011011, 001 \\
 - 11100 \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 010101 \quad \quad \quad 1 \\
 - 11100 \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 0010011 \quad \quad \quad 1 \\
 - 11100 \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 00001110 \quad \quad \quad 1 \\
 - 1100 \quad \quad \quad 1 \\
 \hline
 000000100 \quad \quad \quad 0 \\
 \quad 1100 \quad \quad \quad 0 \\
 \hline
 000001001 \quad \quad \quad 0 \\
 \quad 1100 \quad \quad \quad 0 \\
 \hline
 1001 \quad \text{impossible}
 \end{array}$$

$$92, 125:12 = 111, 100 \text{ etc}$$

$$f/57:7$$

$$\begin{array}{l}
 57:2 = 28:2 = 14:2 = 7:2 = 3 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 3:2 = 1:2 = 0 \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \quad 1 \\
 \leftarrow
 \end{array}$$

$$(57)_{10} = 111001_{(2)}$$

$$7_{(10)} = 111_{(2)}$$

$$\begin{array}{r}
 111001 \\
 - 111 \longrightarrow 1 \\
 \hline
 0000 \\
 - 111 \longrightarrow 0 \text{ impossible} \\
 \hline
 00000 \\
 - 111 \longrightarrow 0 \text{ impossible} \\
 \hline
 000001 \\
 - 111 \longrightarrow 0 \text{ impossible} \\
 \hline
 000001
 \end{array}$$

$$57:7 = 1000 \text{ et le reste } 001$$

EX07, utilise le complément à 2

$$a/ \quad 12_{(10)} = (1100)_2$$

$$12,25_{(10)} = 1100,01_{(2)}$$

$$0,625 \cdot 2 = 1,25 \rightarrow 0,25 \cdot 2 = 0,5$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$1 \quad 0$$

$$0,5 \cdot 2 = 1$$

$$\downarrow$$

$$1$$

$$4,625_{(10)} = 0100,101_{(2)}$$

$$Cp_2(1100,101) = Cp_2(1100,101) + 1$$

$$\begin{array}{r}
 1011,010 \\
 + 1 \\
 \hline
 1011,011 \rightarrow Cp_2(100,101)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1100,010 \\
 + 011,011 \\
 \hline
 0111,101
 \end{array}$$

$$+ 7 \quad 625$$

b/

$$7,5_{(10)} = 0111,1_{(2)}$$

$$10:2 = 5:2 = 2:2 = 1:2 = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$0 \quad 1 \quad 0 \quad 1$$

$$\leftarrow$$

$$10_{(10)} = 1010_{(2)}$$

$$Cp_2(1010) = Cp_2(1010) + 1$$

$$\begin{array}{r}
 0101 \\
 + 1 \\
 \hline
 0110 \rightarrow Cp_2(1010)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1011,1 \\
 + 0110,0 \\
 \hline
 1101,1
 \end{array}$$

$$\lceil 1101,1$$

Il n'a pas de retenue le résultat est négatif

$$Cp_2(1101,1) = Cp_2(1101,1) + 1$$

$$\begin{array}{r}
 0010,0 \\
 + 1 \\
 \hline
 0010,1
 \end{array}$$

$$\text{le résultat est: } \underline{0010,1}$$

$$\underline{2,5}$$

c/ 23 - 57

$$23_{(10)} = 10111_{(2)}$$

$$57_{(10)} = 111001_{(2)}$$

$$Cp_2(111001) = Cp_2(111001) + 1$$

$$\begin{array}{r} 000110 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 000111 \rightarrow Cp_2(111001) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 10111 \\ 000111 \\ \hline 011110 \end{array}$$

Il existe 0 donc le résultat est négatif égal au Cp_2 de

$$Cp_2(11110) = Cp_2(11110) + 1$$

$$Cp_2(11110) = 10001 + 1 = 100010$$

le résultat est : - 100010

TD N°2 : Algèbre de BOOLE

Exercice 1 :

Théorème de consensus :

Montrer que : $AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$ et

$$(A + B)(\bar{A} + C)(B + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$$

En utilisant ce théorème prouver que : $AB + \bar{A}\bar{B} + BC = AB + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C$

Exercice 2 :

Simplifier la fonction booléenne suivante en éliminant les termes redondants :

$$T(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}C + BC + AC$$

Exercice 3 :

Simplifier la fonction booléenne suivante par le théorème de De Morgane :

$$(A + B)[\overline{\bar{A}(\bar{B} + \bar{C})}] + \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C}$$

Exercice 4 : Donner la forme canonique sous forme de somme de produits de la fonction booléenne : $T(A, B, C) = \bar{A}B + \bar{C} + ABC$

Exercice 5 : Démontrer algébriquement que si $A \oplus B = C$ Alors $\begin{cases} A \oplus C = B \\ B \oplus C = A \\ A \oplus B \oplus C = 0 \end{cases}$

Exercice 6 : Exprimer la fonction suivante : $F(A, B, C) = (A + B)(B + \bar{C})(A + \bar{B})$ en utilisant seulement des *NAND*.

- Montrer que F est identique à : $F(A, B, C) = AB + \bar{A}\bar{C}$

- Donner l'expression de F avec : a- 4 *NOR* à 2 entrées ;

b- 4 *NAND* à 2 entrées.

TD n°2: Algebre de Boole

Exercice 1

① $AB + \bar{A}C + BC \stackrel{?}{=} AB + \bar{A}C$

$$\begin{aligned} AB + \bar{A}C + BC &= AB + \bar{A}C + BC(A + \bar{A}) \\ &= AB + \bar{A}C + BCA + BC\bar{A} \\ &= AB(\underbrace{1+C}_{\rightarrow 1}) + \bar{A}C(\underbrace{1+B}_{\rightarrow 1}) \end{aligned}$$

$$\boxed{AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C}$$

② $(A+B)(\bar{A}+C)(B+C) = (A+B)(\bar{A}+C)$

$$\begin{aligned} (A+B)(\bar{A}+C)(B+C) &\stackrel{(B+C+A\bar{A})}{=} (B+C+A)(B+C+\bar{A}) \\ &= (A+B)(\bar{A}+C)(B+C+A\bar{A}) \\ &= (A+B)(\bar{A}+C)(B+C+A)(B+C+\bar{A}) \\ &= (A+B)(\underbrace{1+C}_{\rightarrow 1})(\bar{A}+C)(\underbrace{1+B}_{\rightarrow 1}) \end{aligned}$$

$$(A+B)(\bar{A}+C)(B+C) = \boxed{(A+B)(\bar{A}+C)}$$

Exercice 2

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \bar{A}\bar{B}C + BC + AC \\ &= C(\bar{A}\bar{B} + B + A) \\ &= C(B + A + \bar{A})(B + A + \bar{B}) \\ &= C(\underbrace{B+1}_{\rightarrow 1})(\underbrace{A+1}_{\rightarrow 1}) \end{aligned}$$

$$\boxed{F(A, B, C) = C}$$

Exo 03 En appliquant le théorème de Morgan :

$$A = (A+B) [\overline{A(B+C)}] + \overline{A}B + \overline{A}\overline{C}$$

$$= (A+B) (A + B \cdot C) + \overline{A}(B+C)$$

$$= A + ABC + AB + BC + \overline{A}(B+C)$$

$$= A(\underbrace{BC + B + 1}_{1}) + BC + \overline{A}(B+C)$$

$$= \underbrace{(A+BC)}_U + \underbrace{(A+B \cdot C)}_{\overline{U}}$$

$$\boxed{A = U + \overline{U} = 1}$$

EX04:

$$T(A, B, C) = \bar{A}B + \bar{C} + ABC$$

$$= \bar{A}B(\bar{C} + C) + \bar{C}(\bar{A} + A)(\bar{B} + B) + ABC$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + (\bar{C}\bar{A} + \bar{C}A)(\bar{B} + B) + ABC$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{C}\bar{A}\bar{B} + \bar{C}\bar{A}B + \bar{C}A\bar{B} + \bar{C}AB + ABC$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + ABC + ABC$$

EX05:

$$A \oplus B = A\bar{B} + \bar{A}B$$

$$0 \oplus B = 1 \cdot B + 0 \cdot \bar{B} = B$$

$$A \oplus A = \bar{A} \cdot A + \bar{A} \cdot A \Rightarrow \bar{A} \cdot A = 0$$

Ans: $A \oplus B = C$

$$A \oplus C = A \oplus (A \oplus B)$$

$$A \oplus C = (A \oplus A) \oplus B$$

$$A \oplus C = 0 \oplus B$$

$$A \oplus C = B$$

$$B \oplus C = B \oplus (A \oplus B)$$

$$= (B \oplus B) \oplus A$$

$$B \oplus C = 0 \oplus A = A$$

$$A \oplus B \oplus C = A \oplus B \oplus (A \oplus B)$$

$$= (A \oplus A) \oplus (B \oplus B)$$

$$= 0 \oplus 0 = 0$$

EX06: 2)

Minterm func: $F(A, B, C) = AB + A\bar{C}$

$$F(A, B, C) = (A+B)(B+\bar{C})(A+\bar{B})$$

$$= (AB + A\bar{C} + BB + B\bar{C})(A + \bar{B})$$

$$= ABA + AAC + ABB + ABC + AB\bar{B} + AB\bar{C} + BB\bar{B} + B\bar{B}\bar{C}$$

$$= AB + A\bar{C} + AB + ABC + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + BB\bar{B} + B\bar{B}\bar{C}$$

$$= AB + A\bar{C} + AB + ABC + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + BB\bar{B} + B\bar{B}\bar{C}$$

$$= AB + A\bar{C} + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$= AB(1 + \bar{C}) + A\bar{C}(1 + \bar{B})$$

$$= AB + A\bar{C}$$

3) b) $F(A, B, C) = A\bar{C} + AB$

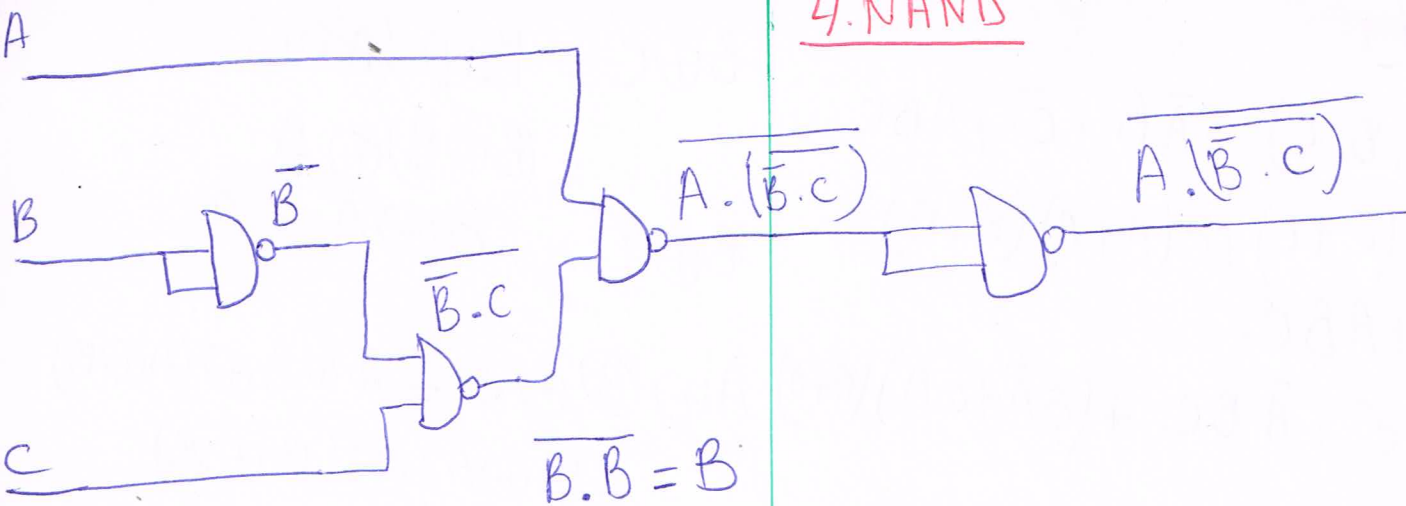
$$F(A, B, C) = A(B + \bar{C})$$

$$= A \cdot (\overline{B \cdot C})$$

$$= A \cdot (\overline{B \cdot C})$$

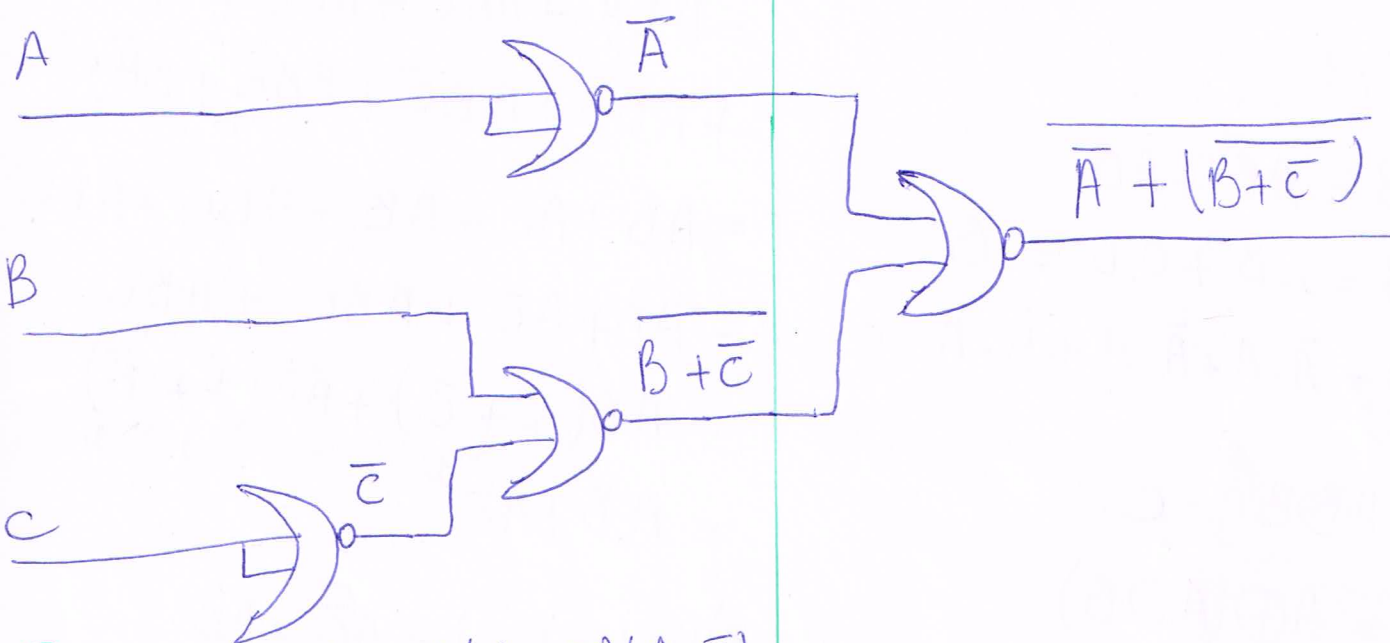
$$F(A, B, C) = \overline{A \cdot (B \cdot C)}$$

4. NAND



a)

$$\begin{aligned}
 F(A, B, C) &= AB + A\bar{C} \\
 &= A \cdot (B + \bar{C}) \\
 &= \overline{\overline{A \cdot (B + \bar{C})}} \\
 &= \overline{\bar{A} + (\overline{B + \bar{C}})}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} F(A, B, C) &= (A + B)(B + \bar{C})(A + \bar{B}) \\
 F(A, B, C) &= (\overline{\bar{A} \cdot \bar{B}})(\overline{\bar{B} \cdot C})(\overline{\bar{A} \cdot B})
 \end{aligned}$$

TD N°3 : Simplification des fonctions logiques par le tableau de Karnaugh**Exercice 1 :** Simplifier par le tableau de Karnaugh les fonctions complètement définies suivantes:

a) $X(a,b,c,d) = \sum(6,7,9,10,11,13,14,15)$, b) $Y(a,b,c,d) = \sum(3,7,10,11,12,13,14,15)$

c) $Z(a,b,c,d) = \sum(5,7,9,11,13,15)$, d) $T(a,b,c,d) = \sum(1,5,9,12,13,14,15)$

e) $f(a,b,c,d,e) = \sum(1,2,6,7,9,13,14,15,17,22,23,25,29,30,31)$

Exercice 2 :

1. Représenter chacune des expressions algébriques suivantes par tableau de Karnaugh à 4 variables (a,b,c,d).

• $T1 = bcd + acd + \bar{b}c\bar{d} + ab + \bar{a}c$

• $T2 = (a+b)(b+\bar{c})(a+d)$

• $T3 = a \oplus b \oplus c \oplus d$

2/ Pour chacune des expressions précédentes:

- Donner l'ensemble des impliquant premiers
- Donner La table des implications
- Donner l'ensemble des impliquant premiers essentiels.
- Donner la forme simplifiée de chaque fonction.

Exercice 3 : Représenter F sous la première forme et la deuxième forme canonique $f(A,B,C,D) = \prod(1,4,5,6,11,12,13,14,15)$. Donner la forme minimale de F ? est-elle unique ?**Exercice 4 :** Soit la fonction suivante: $F = (a+b+c)(a+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+b+\bar{c})(\bar{a}+\bar{b}+c)$

- Que représente cette forme de F ?
- Représenter F par un tableau de Karnaugh et donner sa 1^{ère} forme canonique.
- Simplifier F et donner son logigramme en utilisant au plus 8 portes NAND à 2 entrées.

Exercice 5 : Soit la fonction complètement définie: $F(a,b,c) = (a+b+\bar{c})(c+\bar{b}) + ab$

- Exprimer F sous la 1^{ère} forme canonique et représenter la par le tableau de Karnaugh.
- Exprimer $\bar{F}$ en fonction de 5 NOR à 2 entrées.

Exercice 6 : Simplifier les fonctions logiques incomplètement définies:

1/ $f(A,B,C,D) = \sum(2,3,11,12,13,14,15) + \sum_{\phi}(0,1,5,7,10)$

2/ $f(A,B,C,D) = \sum(0,1,4,5,6,7,9,11,15) + \sum_{\phi}(10,14)$

Exercice 7 : On veut réaliser un système qui transforme un nombre ABCD écrit dans le code Gray en son équivalent ABCD dans le code binaire pur.

- Établir la table de vérité.
- Simplifier ABCD par Karnaugh.
- Faire le logigramme.

Serie 3:

Simplification des fonctions logiques

EX01;

$$a - X(a, b, c, d) = \sum(6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15)$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	1

bc → ac

$$X(a, b, c, d) = bc + ad + ac$$

$$X(a, b, c, d) = a(d + c) + bc$$

$$b - Y(a, b, c, d) = \sum(3, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	0	0	1	1

$$Y(a, b, c, d) = ab + cd + ac$$

$$Y(a, b, c, d) = c(a + d) + ab$$

$$c - Z(a, b, c, d) = \sum(5, 7, 9, 11, 13, 14)$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	0	0	0	0

ad

$$Z(a, b, c, d) = bd + ad = d(a + b)$$

$$d - T(a, b, c, d) = \sum(1, 9, 13, 14, 15)$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	1	0
10	0	0	1	0

$$T(a, b, c, d) = ab + \bar{c}d$$

$$e - f(a, b, c, d, e) =$$

$$\leq (1, 2, 6, 7, 9, 13, 14, 16, 17, 22, 23, 25, 29, 30, 31)$$

abc de	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	1	0	1	1	1	1	0	1
11	0	1	1	0	1	1	0	0
10	1	1	1	0	1	1	0	0

$$f(a, b, c, d, e) = b\bar{d}e + abd + \bar{a}cd + \bar{a}\bar{b}d\bar{e} + \bar{b}\bar{c}d\bar{e}$$

$$IP = \{ab, c\}$$

$$IPE = \{ab, c\}$$

$$T_{\min} = ab + c$$

EX02! $T_1 = bcd + acd + \bar{b}c\bar{d} + ab + \bar{a}c$

ab cd	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$$T_2 = (a+b)(b+\bar{c})(a+d)$$

$$T_2 = (ab + a\bar{c} + b + b\bar{c})(a+d)$$

$$T_2 = (b + a\bar{c} + b\bar{c})(a+d)$$

$$T_2 = ab + a\bar{c} + ab\bar{c} + bd + a\bar{c}d + b\bar{c}d$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	0	1	0

bd
 ab
 $a\bar{c}$

$$I_P = \{bd, a\bar{c}, ab\}$$

$$I_{PE} = \{ab, a\bar{c}, bd\}$$

$$T_{2_{min}} = ab + a\bar{c} + bd$$

$$T_3 = (a \oplus b) \oplus (c \oplus d)$$

$$T_3 = (a\bar{b} + \bar{a}b) \oplus (c\bar{d} + \bar{c}d)$$

$$T_3 = (a\bar{b} + \bar{a}b) \cdot (c\bar{d} + \bar{c}d) + (\overline{a\bar{b} + \bar{a}b}) \cdot (\overline{c\bar{d} + \bar{c}d})$$

$$c\bar{d} + \bar{c}d = c\bar{d} \cdot \bar{c}d$$

$$\overline{c\bar{d} + \bar{c}d} = (\bar{c} + d)(c + \bar{d})$$

$$c\bar{d} + \bar{c}d = cd + \bar{c}\bar{d}$$

$$\overline{a\bar{b} + \bar{a}b} = \overline{a\bar{b}} \cdot \overline{\bar{a}b} = (\bar{a} + b)(a + \bar{b})$$

$$\overline{a\bar{b} + \bar{a}b} = \bar{a}\bar{b} + ab$$

$$T_3 = (a\bar{b} + \bar{a}b)(cd + \bar{c}\bar{d})$$

$$+ (c\bar{d} + \bar{c}d)(\bar{a}\bar{b} + ab)$$

$$T_3 = a\bar{b}cd + \bar{a}bcd$$

$$+ \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d}$$

$$+ \bar{a}\bar{b}cd + abcd + \bar{a}b\bar{c}d + ab\bar{c}d$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	0
11	0	1	0	1
10	1	0	1	0

$$I_P = \{\bar{a}b\bar{c}d, \bar{a}\bar{b}c\bar{d}, \bar{a}bcd, \bar{a}\bar{b}cd, ab\bar{c}d, \bar{a}b\bar{c}d, abcd, \bar{a}\bar{b}cd\}$$

$$IPE = IP$$

$$T_{3min} = T_3$$

$$T_4 = \sum (0, 1, 3, 8, 11, 12, 13, 14, 15)$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	0	1	0
11	1	0	1	1
10	0	0	1	0

$\bar{a}\bar{b}d$ $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$ ab $a\bar{c}d$ acd

$$IP = \{ \bar{a}\bar{b}d, \bar{a}\bar{b}\bar{c}, ab, a\bar{c}d, acd, \bar{b}\bar{c}d, \bar{b}cd \}$$

$$IPE = \{ ab \}$$

$$T_{4min} = ab +$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & \bar{a}\bar{c}d + \begin{cases} acd \\ \bar{b}cd \end{cases} + \begin{cases} \bar{a}\bar{b}\bar{c} \\ a\bar{c}d \end{cases} + \begin{cases} \bar{a}\bar{b}d \\ \bar{b}cd \end{cases} \\ & \rightarrow \bar{b}\bar{c}d + \dots \end{aligned} \right] \text{ plusieurs formes} \end{aligned}$$

EX03

$$F(A, B, C, D) = \prod (1, 4, 5, 6, 11, 12, 13, 14, 15)$$

cd \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	0	0
10	1	0	0	1

La première forme canonique :

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

La deuxième forme canonique

$$\bar{F} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

$$F = \bar{F} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D}$$

Exo 4

$$F = (a+b+c)(a+\bar{b}+\bar{c})(\bar{a}+b+\bar{c})(\bar{a}+\bar{b}+c)$$

a. Cette écriture représente la 2^{ème} forme canonique de F (produit des sommes)

b. Tableau de Karnaugh

$$\bar{F} = \overline{(a+b+c)} + \overline{(a+\bar{b}+\bar{c})} + \overline{(\bar{a}+b+\bar{c})} + \overline{(\bar{a}+\bar{b}+c)}$$

$$\bar{F} = \bar{a}.\bar{b}.\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}c + abc$$

c \ ab	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

$$F = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + abc + a\bar{b}\bar{c}$$

La première forme canonique

$$c. F(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + abc + a\bar{b}\bar{c}$$

$$F(a,b,c) = (\bar{a}\bar{b} + ab)c + (\bar{a}b + a\bar{b})\bar{c}$$

$$F(a,b,c) = (\bar{a} \oplus b)c + (a \oplus b)\bar{c}$$

$$F(a,b,c) = (a \oplus b) \oplus c$$

$$F(a,b,c) = a \oplus b \oplus c$$

Exo 6

$$F(A,B,C,D) = \sum(2,3,11,12,13,14) + \sum \phi(0,1,5,7,10)$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	ϕ	0	1	0
01	ϕ	ϕ	1	0
11	1	ϕ	1	1
10	1	0	1	ϕ

$$F(A,B,C,D) = \bar{A}\bar{B} + AB + CD$$

$$F(A,B,C,D) = (\bar{A} \oplus B) + CD$$

Selon le tableau on constate qu'il existe plusieurs formes de fonction

$$F = \bar{a}\bar{c} + \bar{a}b + ac + a\bar{b}d$$

$$F = (\bar{a} \oplus c) + \bar{a}b + a\bar{b}d$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	1	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	ϕ	ϕ

$$F = \sum(0,1,4,5,6,7,9,11,13) + \sum \phi(10,14)$$

Exo 7 ⁰ Gray

Binaire

A B C D	A' B' C' D'
0 0 0 0	0 0 0 0
0 0 0 1	0 0 0 1
0 0 1 1	0 0 1 0
0 0 1 0	0 0 1 1
0 1 1 0	0 1 0 0
0 1 1 1	0 1 0 1
0 1 0 1	0 1 1 0
0 1 0 0	0 1 1 1
1 1 0 0	1 0 0 0
1 1 0 1	1 0 0 1
1 1 1 1	1 0 1 0
1 1 1 0	1 0 1 1
1 0 1 0	1 1 0 0
1 0 1 1	1 1 0 1
1 0 0 1	1 1 1 0
1 0 0 0	1 1 1 1

$$A' = A$$

Tableau de Karnaugh de B'

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

$$B' = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$B' = A \oplus B$$

Tableau de Karnaugh de C'

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	1	0	1	0
10	1	0	1	0

$$C' = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$C' = (AB + \bar{A}\bar{B})C + (\bar{A}B + A\bar{B})\bar{C}$$

$$C' = (\overline{A \oplus B})C + (A \oplus B)\bar{C}$$

$$C' = (A \oplus B) \oplus C$$

$$C' = A \oplus B \oplus C$$

TD N°4 : Circuits Combinatoires

✓ Exercice 1:

L'addition en BCD doit être corrigée dans certains cas. Faire la synthèse d'un système qui permet de faire la correction du résultat quand c'est nécessaire.

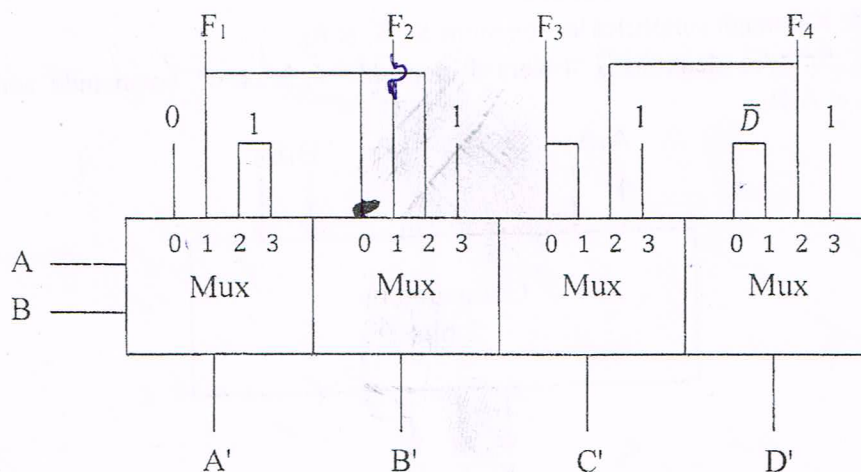
✓ Exercice 2 :

1. Donner les équations logiques et le circuit qui réalise l'addition élémentaire (additionneur complet)
2. Réaliser cet additionneur complet avec des multiplexeurs 4 voies
3. Donner les équations logiques et le circuit qui réalise la soustraction élémentaire (soustracteur complet)
4. Réaliser ce soustracteur avec des multiplexeurs 4 voies
5. Réaliser avec des multiplexeurs un additionneur/ soustracteur complet commandé par un signal X
 - Si $X=0$, fonctionnement additionneur
 - Si $X=1$, fonctionnement soustracteur

✓ Exercice 3:

Un transcodeur convertit un nombre ABCD codé en binaire pur en un nombre A'B'C'D' dans un autre code. Le logigramme de ce transcodeur est celui de la figure suivante, sachant que :

$$F_1 = C + D, \quad F_2 = \bar{C}\bar{D}, \quad F_3 = F_2 + CD, \quad F_4 = C + \bar{D}$$

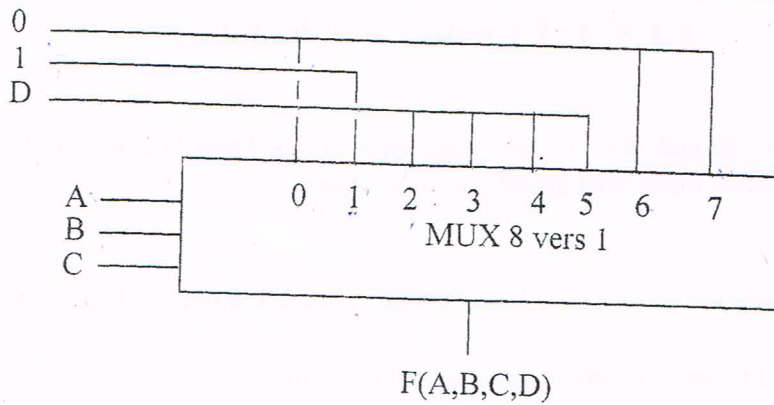


1. Réaliser les fonctions F_1, F_2, F_3 et F_4 à l'aide de Mux à 2 voies avec D comme commande.
2. faire le logigramme général obtenu.
3. obtenir la table de vérité de ce transcodeur
4. En déduire le code de sortie A'B'C'D'.

✓ Exercice 4:

Soit la fonction logique suivante:

1. Donner l'expression de F
2. Réaliser la même fonction en utilisant un Mux 4 vers 1 ayant comme commandes A et B et un Mux 2 vers 1 ayant comme commande C.



Exercice 5 :

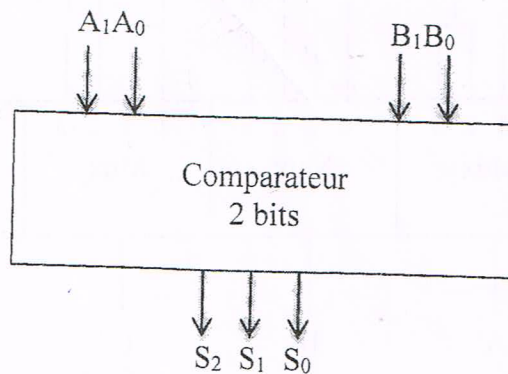
1. Réaliser un additionneur complet à l'aide d'un décodeur 3 vers 8 et des portes logiques.
2. Réaliser un additionneur/ soustracteur commandé par un signal X à l'aide d'un décodeur 3 vers 8, un Mux 2 vers 1 et des portes logiques
- 3.

Exercice 6 :

Soit le comparateur à deux bits montré ci-dessous. Il permet de comparer deux nombres $A=A_1A_0$ et $B=B_1B_0$. Les sorties du comparateur sont S_0 , S_1 et S_2 .

- $S_0=1$ si $A < B$
- $S_1=1$ si $A = B$
- $S_2=1$ si $A > B$

1. Donner la table de vérité des fonctions S_0 , S_1 et S_2 .
2. A l'aide du tableau de Karnaugh simplifier les fonctions S_0 , S_1 et S_2 .
3. Réaliser la fonction S_1 avec deux Mux 4 vers 1, dont les signaux de commande sont respectivement A_0B_0 et A_1B_1



Exercice 7 :

A l'aide de deux variables de commandes C et D, on désire modifier le comportement d'un système combinatoire pour réaliser l'une des quatre fonctions suivantes :

- Si $CD=00$ alors $F=A+B$
- Si $CD=01$ alors $F=A.B$
- Si $CD=10$ alors $F=A.\bar{B}$
- Si $CD=11$ alors $F=A \oplus B$

1. Donner l'expression de F à l'aide des portes logiques
2. Simplifier F en faisant ressortir l'expression d'un Mux (4 vers 1)
3. Réaliser chacune des quatre fonctions (OR, AND, NAND et XOR) avec des Mux 2 voies.
4. Donner le logigramme complet avec seulement des multiplexeurs.

Ex01:

La Serie 4) Tableau de Karnaugh, A'

Addition en BCD	Résult "corrigé"
0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
0 0 0 0 1	0 0 0 0 1
0 0 0 1 0	0 0 0 1 0
0 0 0 1 1	0 0 0 1 1
0 0 1 0 0	0 0 1 0 0
0 0 1 0 1	0 0 1 0 1
0 0 1 1 0	0 0 1 1 0
0 0 1 1 1	0 0 1 1 1
0 1 0 0 0	0 1 0 0 0
0 1 0 0 1	0 1 0 0 1
0 1 0 1 0	1 0 0 0 0
0 1 0 1 1	1 0 0 0 1
0 1 1 0 0	1 0 0 1 0
0 1 1 0 1	1 0 0 1 1
0 1 1 1 0	1 0 1 0 0
0 1 1 1 1	1 0 1 0 1
1 0 0 0 0	1 0 1 1 0
1 0 0 0 1	1 0 1 1 1
1 0 0 1 0	1 1 0 0 0

DE \ ABC	000	001	011	010
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

BC

de \ ABC	110	111	101	100
00	φ	φ	φ	1
01	φ	φ	φ	1
11	φ	φ	φ	φ
10	φ	φ	φ	1

BD

A

$$A' = A + B(C + D)$$

même chose pour les autres

Sorties:

$$B' = AD + B\bar{C}\bar{D}$$

$$C' = A\bar{D} + C(\bar{B} + D)$$

$$D' = D(A + BC) + \bar{A}BD$$

$$E' = E$$

$$\text{Résult max} = 9 + 9 = 18$$

⇒ nombre représenté pour 5 bits

Tableau de Karnaugh de D'

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	1	0	1	0
11	0	1	0	1
10	1	0	1	0

$$D' = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}C\bar{D}$$

$$D' = (\bar{A}B + A\bar{B})\bar{C}\bar{D} + (AB + \bar{A}\bar{B})CD + (\bar{A}B + A\bar{B})C\bar{D} + (\bar{A}\bar{B} + AB)\bar{C}D$$

$$D' = (A \oplus B)\bar{C}\bar{D} + (\overline{A \oplus B})\bar{C}D + (A \oplus B)C\bar{D} + (\overline{A \oplus B})C\bar{D}$$

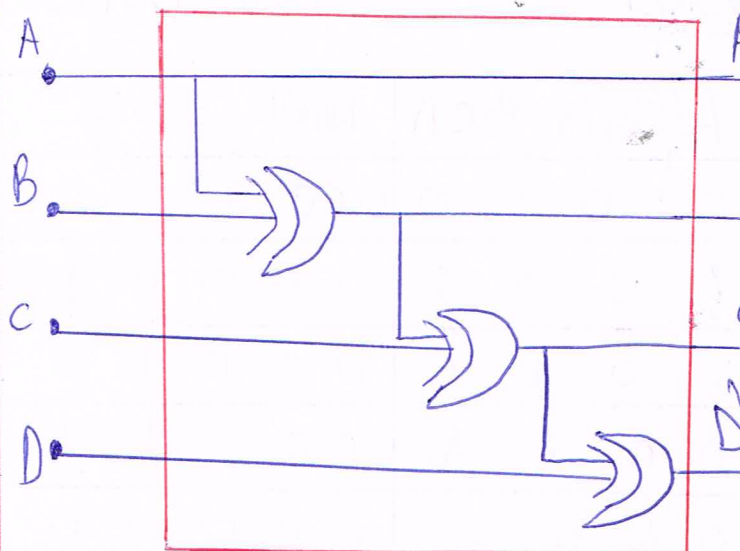
$$D' = (A \oplus B)(\bar{C}\bar{D} + CD) + (\overline{A \oplus B})(\bar{C}D \oplus C\bar{D})$$

$$D' = (A \oplus B)(\overline{C \oplus D}) + (\overline{A \oplus B})(C \oplus D)$$

$$D' = (A \oplus B) \oplus (C \oplus D)$$

$$D' = A \oplus B \oplus C \oplus D$$

c/ Logigramme :



Ex 10.2.1

①

$R_{i-1} \backslash AB$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0
$R_{i-1} \backslash AB$	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

R_i

If $A_i = 0$ or $B_i = 0$

$\Rightarrow \Sigma = R_{i-1} ; R_i = 0$

If $A_i = 0$ or $B_i = 1$

$\Rightarrow \Sigma = \overline{R_{i-1}} ; R_i = R_{i-1}$

If $A_i = 1$ or $B_i = 1$

$\Rightarrow \Sigma = R_{i-1} ; R_i = 1$

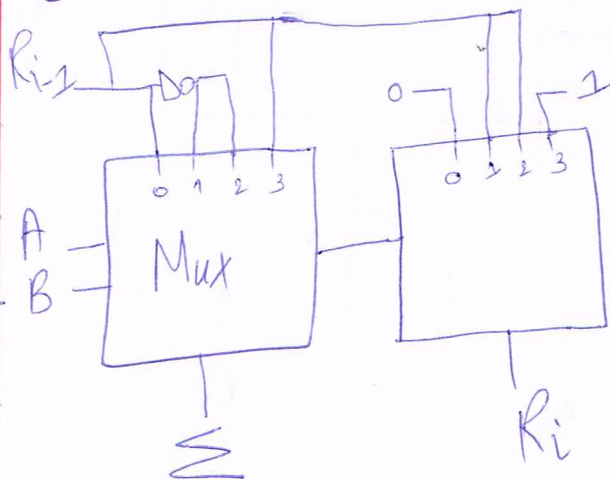
If $A_i = 1$ or $B_i = 0$

$\Rightarrow \Sigma = \overline{R_{i-1}} ; R_i = R_{i-1}$

$R_{add} = R = \overline{d_i} d_j + R_{i-1} (d_i \oplus d_j)$

$R_{add} = d_i d_j + R_{i-1} (d_i \oplus d_j)$

②



③

$R_{i-1} \backslash AB$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0
$R_{i-1} \backslash AB$	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	1	0

If $A_i = 0$ or $B_i = 0$

$\Rightarrow D = R_{i-1}$ or $R_i = R_{i-1}$

If $A_i = 0$ or $B_i = 1$

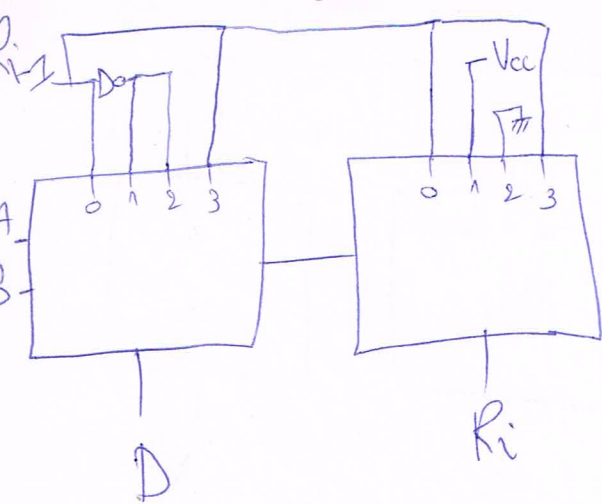
$\Rightarrow D = \overline{R_{i-1}}$ or $R_i = 1$

If $A_i = 1$ or $B_i = 1$

$\Rightarrow D = R_{i-1}$ or $R_i = R_{i-1}$

If $A_i = 1$ or $B_i = 0$

$\Rightarrow D = \overline{R_{i-1}}$ or $R_i = 0$



EX03 :

1-

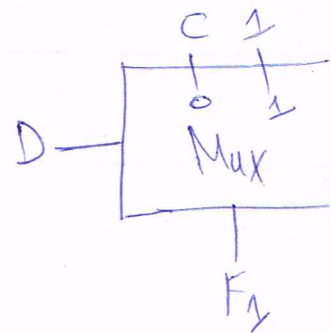
$$F_1 = C + D$$

$$F_1 = C(D + \bar{D}) + D$$

$$F_1 = CD + C\bar{D} + D$$

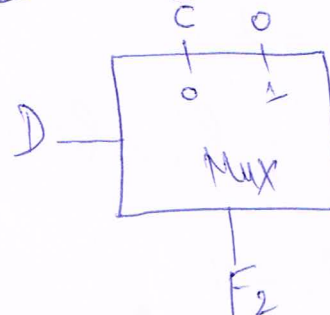
$$F_1 = D(1 + C) + C\bar{D}$$

$$F_1 = D + C\bar{D}$$



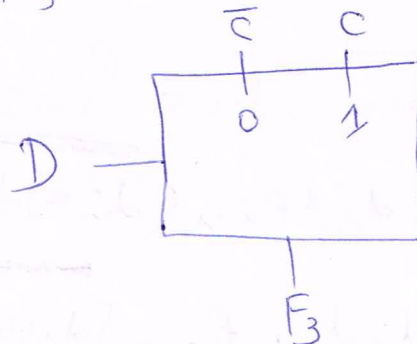
$$F_2 = \bar{C}\bar{D}$$

$$F_2 = \bar{C}\bar{D} + 0D$$

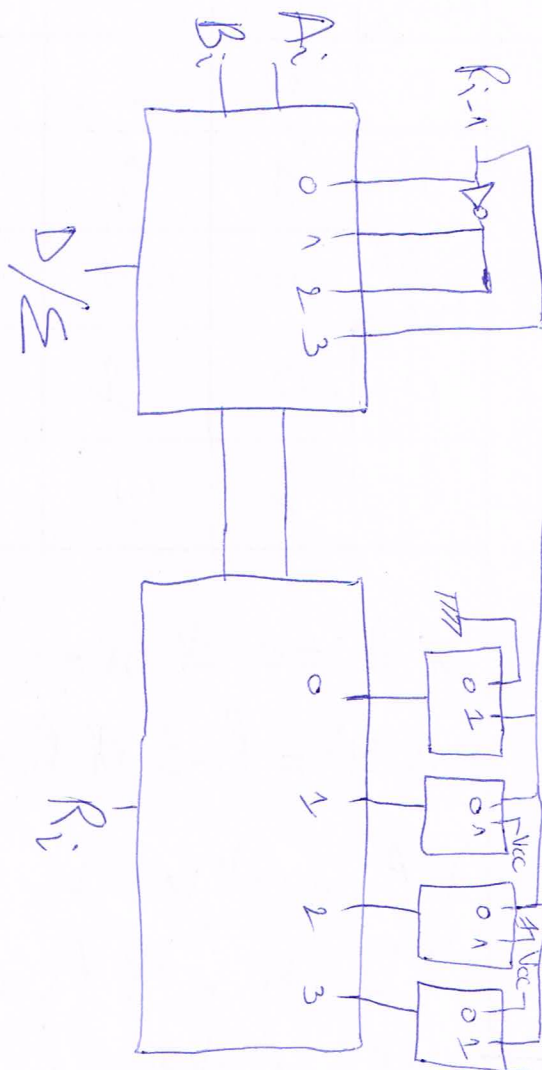


$$F_3 = F_2 + CD$$

$$F_3 = \bar{C}\bar{D} + CD$$



(5)

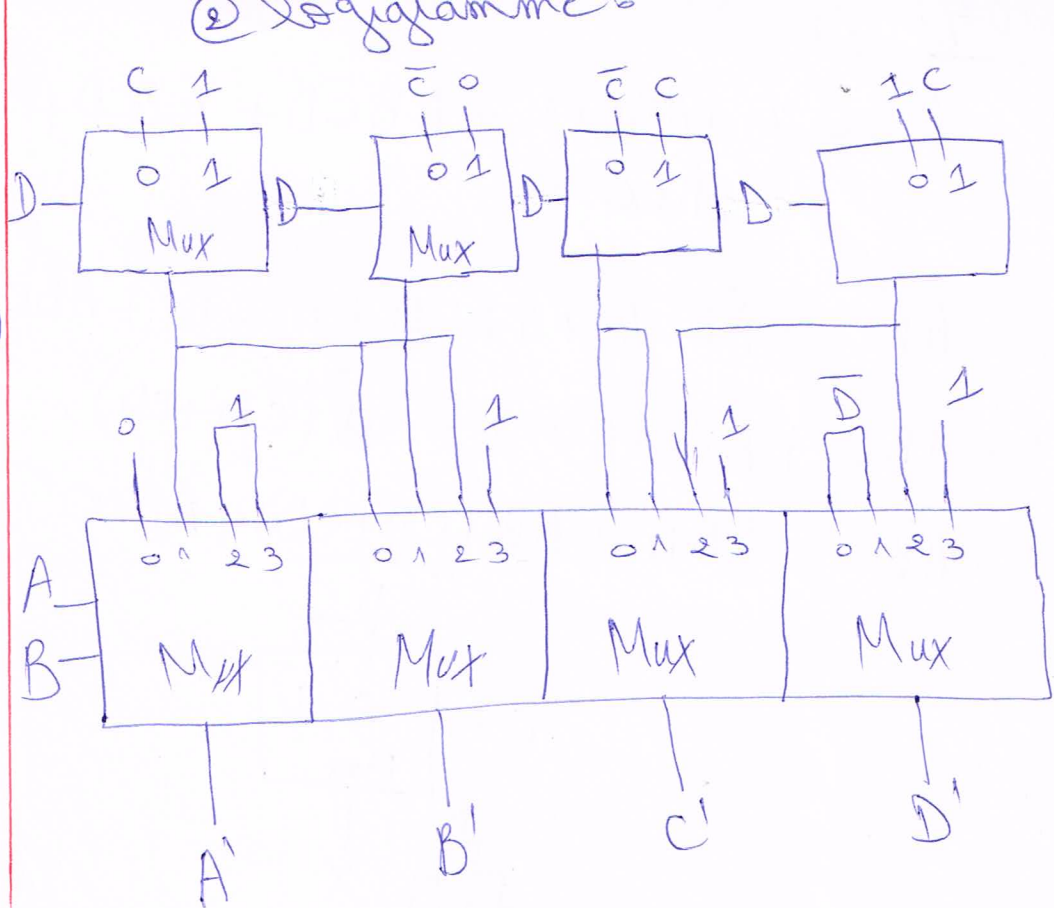
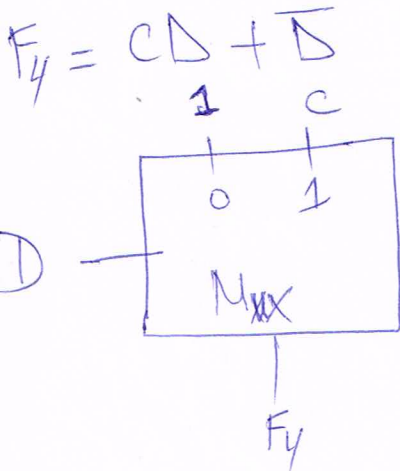


$$F_4 = C + \bar{D}$$

$$= C(D + \bar{D}) + \bar{D}$$

$$= CD + C\bar{D} + \bar{D}$$

$$= CD + \bar{D}(1 + C)$$



③ Table de vérité

				A'	B'	C'	D'
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

④

Transcodeur Binaire
Excédent 3

Etat ϕ

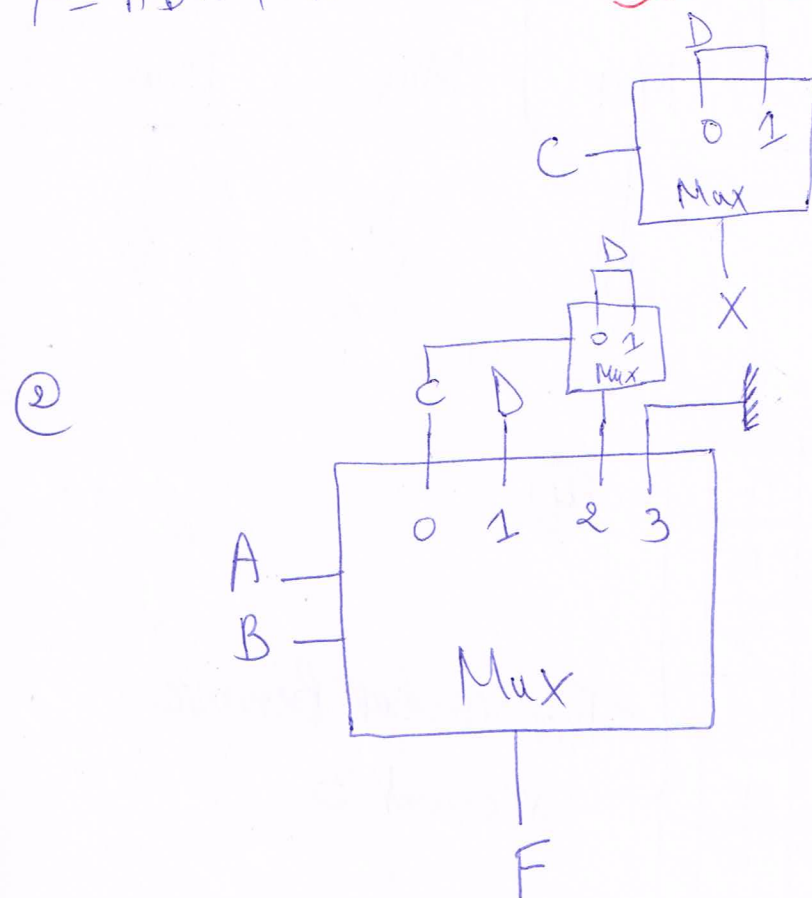
Exo 4) ①

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C}x0 + \bar{A}\bar{B}Cx1 + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}D + ABCD + A\bar{B}C\bar{x}0 + ABCx0$$

$$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}D + ABCD$$

$$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BD(\bar{C}+C) + A\bar{B}(\bar{C}D+CD)$$

$$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BD + A\bar{B}(\bar{C}D+CD) + AB \cdot 0$$



Exo 5:

1) Add avec décodeurs

AB	00	01	11	10
0	0 ₀	1 ₂	0 ₆	1 ₄
1	1 ₁	0 ₃	1 ₇	0 ₅

$$S = \Sigma(1, 2, 4, 7)$$

AB	00	01	11	10
0	0 ₀	0 ₂	1 ₆	0 ₄
1	0 ₁	1 ₃	1 ₇	1 ₅

$$R_i = \Sigma(3, 5, 6, 7)$$

EX06e

Table de Karnaugh de S_1

$A_2 A_0$	$B_2 B_0$	S_2	S_1	S_0
00	00	0	1	0
00	01	0	0	1
00	10	0	0	1
00	11	0	0	1
01	00	1	0	0
01	01	0	1	0
01	10	0	0	1
01	11	0	0	1
10	00	1	0	0
10	01	1	0	0
10	10	0	1	0
10	11	0	0	1
11	00	1	0	0
11	01	1	0	0
11	10	1	0	0
11	11	0	1	0

$A_2 A_0$ $B_2 B_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	0	1	0
10	0	0	0	1

$$S_1 = \bar{A}_2 \bar{A}_0 \bar{B}_2 \bar{B}_0 + \bar{A}_2 A_0 \bar{B}_2 B_0 + A_2 A_0 B_2 B_0 + A_2 \bar{A}_0 B_2 \bar{B}_0$$

Table de Karnaugh de S_0

$A_2 A_0$ $B_2 B_0$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	1	0	1
10	1	1	0	0

$$S_0 = \bar{A}_2 B_1 + \bar{A}_2 \bar{A}_0 B_0 + \bar{A}_0 B_2 B_0$$

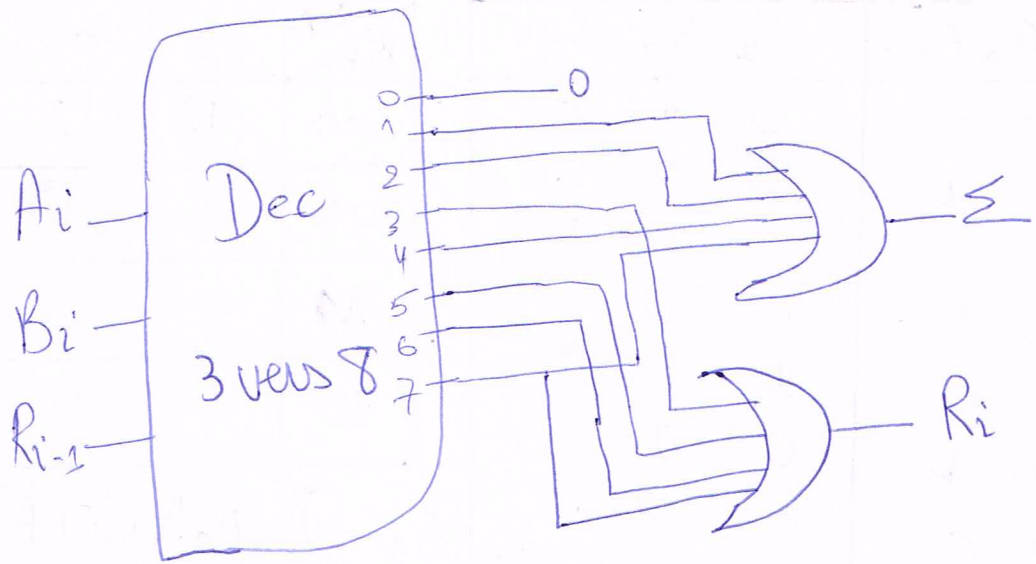
Tableau de Karnaugh de S_2

$A_2 A_0$ $B_2 B_0$	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	1	0

(3)

$$S_2 = \bar{A}_2 \bar{B}_2 (\bar{A}_0 \bar{B}_0 + A_0 B_0) + A_2 B_2 (A_0 B_0 + \bar{A}_0 \bar{B}_0)$$

$$S_2 = A_2 \bar{B}_2 + A_0 \bar{B}_2 \bar{B}_0 + A_2 A_0 \bar{B}_0$$



② Réaliser un Additionneur / Soustracteur

