Université Frères Mentouri Constantine 1
Faculté de Sciences de la Terre, de Géographie et d'Aménagement du Territoire
Département des Sciences Géologique

Chapitre III : Notion Préliminaires de la Mécanique des fluides

Enseignant : Bouedja F

Notes de cours pour les étudiant de L1-S2 Socle Commun Géologie

1. Introduction

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides. Elle comprend deux grandes sous branches :

- ✓ ***la statique des fluides***, ou ***hydrostatique*** qui étudie les fluides au repos.
- ✓ ***la dynamique des fluides*** qui étudie les fluides en mouvement.

1.1. Définitions

Fluide : Un fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides et gaz.

Fluide parfait : Dans un fluide parfait, les forces de contacts sont perpendiculaires aux éléments de surfaces sur lesquelles elles s'exercent. Donc dans un fluide parfait, il n'existe pas de force qui s'opposent au glissement des particules fluides les unes sur les autres (pas de force de frottement).

Fluide réel : Dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

Notation: Un fluide réel au repos, peut être considéré comme parfait.

Fluide compressible : Un fluide est dit compressible lorsque que le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. La masse volumique ρ est variable. Les gaz sont des fluides compressibles.

Fluide incompressible : Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. La masse volumique ρ **(kg/m^3)** est constante (eau, huile ...).

1.2.Caractéristiques physiques : (masse volumique, poids volumique, densité et viscosité)

Masse volumique : Pour comparer le poids (la masse) de deux métaux, de deux liquides, on a besoin de comparer leurs poids pour un même volume. On a donc inventé la masse volumique. $\rho = \frac{m}{V}$

ρ **:** Masse volumique en kg/m^3

m **:** Masse en kg

V **:** Volume en m^3

Fluide	Masse volumique ρ (kg/m^3)	Type de fluide
Benzène	$0{,}880.\ 10^3$	Incompressible
Chloroforme	$1{,}489.\ 10^3$	
Eau	10^3	
Huile d'olive	$0{,}918.\ 10^3$	
Mercure	$13{,}546.\ 10^3$	
Air	$0{,}001205.\ 10^3$	compressible[1]
Hydrogène	$0{,}000085.\ 10^3$	
Méthane	$0{,}000717.\ 10^3$	

Poids Volumique :

$\varpi = \frac{m\,g}{V}\left(\frac{N}{m^3}\right)$

ϖ **:** Poids volumique en $\left(\frac{N}{m^3}\right)$

m **:** Masse en kg

g **:** Accélération de la pesanteur en m/s^2

V **:** Volume en m^3

Densité :

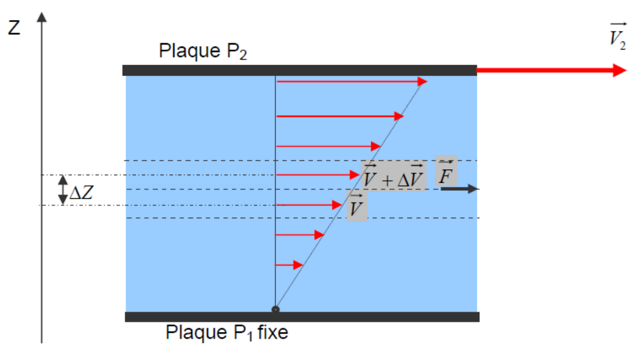
$$d = \frac{masse\ volumique\ du\ fluide}{masse\ volumique\ d'un fluide\ de\ référence} = \frac{\rho}{\rho_{réf}}$$

Dans le cas des liquides en prendra ***l'eau*** comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra ***l'air*** comme fluide de référence.

Viscosité : C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement.

On distingue deux types de viscosité :

Viscosité dynamique : La viscosité dynamique exprime la proportionnalité entre la force qu'il faut exercer sur une plaque lorsqu'elle est plongée dans un courant et la variation de vitesse des veines de fluide entre les 2 faces de la plaque. ...Elle est exprimée par un coefficient représentant la



contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière.

$$F = \mu s \frac{dv}{dz}$$

F : force de glissement entre les couches en (**N**),

μ : Viscosité dynamique en (**kg/m.s**),

S : surface de contact entre deux couches en (**m²**),

***dV* :** Écart de vitesse entre deux couches en (**m/s**),

dZ : Distance entre deux couches en (**m**).

Viscosité cinématique :

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

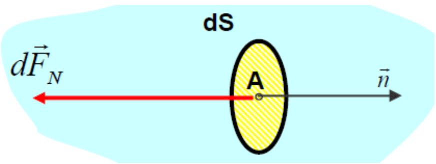
L'unité de la viscosité cinématique est le (m^2/s).

2. Statistique des fluides (Hydrostatique)

Cette partie est consacrée à l'étude des fluides au repos. Les lois et théorèmes fondamentaux en statique des fluides y sont énoncés. La notion de pression, le théorème de Pascal, le principe d'Archimède et la relation fondamentale de l'hydrostatique y sont expliqués.

2.1. Notion de pression en un point fluide :

La pression est une grandeur scalaire. C'est l'intensité de la composante normale de la force qu'exerce le fluide sur l'unité de surface.



Elle est définie en un point A d'un fluide par l'expression suivante :

$$P_A = \frac{\left\|\overrightarrow{dF_N}\right\|}{ds}$$

***dS* :** Surface élémentaire de la facette de centre A (en mètre carré),

$\vec{n}$: Vecteur unitaire en A de la normale extérieure à la surface,

$\overrightarrow{dF_N}$ **:** Composante normale de la force élémentaire de pression qui s'exerce sur la surface (en Newton),

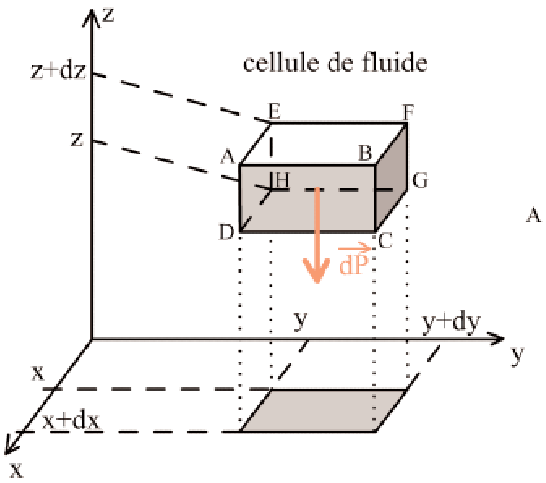
PP_A **:** pression en A (en Pascal),

Sur la surface de centre A, d'aire dS, orientée par sa normale extérieure n , la force de pression élémentaire $\overrightarrow{dF}$ s'exprime par :

$$\overrightarrow{dF} = -P_A dS.\vec{n}$$

<u>2.2. Relation fondamentale de l'hydrostatique :</u>

Dans le cas d'un fluide soumis à la pesanteur, le fluide est en équilibre **sous la seule action du champ de pesanteur**. Etablissons la relation fondamentale de l'hydrostatique :



Isolons une cellule du fluide en équilibre, et faisons le bilan des forces s'exerçant sur elle :

$\overrightarrow{dP}$ **:** Poids de la cellule de fluide

$\overrightarrow{dF}_{ABCD}$ **:** Action des forces pressantes sur la face « ABCD »

· ……idem pour les 5 autres faces

La somme vectorielle de toutes ces forces doit être nulle. On note r la masse volumique du fluide dans la cellule. La projection sur les 3 axes donne :

- ✓ ***<u>sur Ox</u>*** : $\boldsymbol{dF_{EFGH} - dF_{ABCD} = 0}$, soit $\boldsymbol{p(x).dy.dz - p(x+dx).dy.dz = 0}$, c'est à dire : $\boldsymbol{p(x) = p(x+dx)}$

  autrement dit, il n'y a pas de variation de la pression selon la direction **Ox**

- ✓ <u>***sur Oy :***</u> $dF_{AEHD} - dF_{BFGC} = 0$, soit $p(y).dx.dz - p(y+dy).dx.dz = 0$, c'est à dire : $p(y) = p(y+dy)$

  autrement dit, il n'y a pas de variation de la pression selon la direction Oy
- ✓ <u>***sur Oz :***</u> $dF_{HGCD} - dF_{EFBA} - dP = 0$ le poids intervient pour cette projection, ainsi :

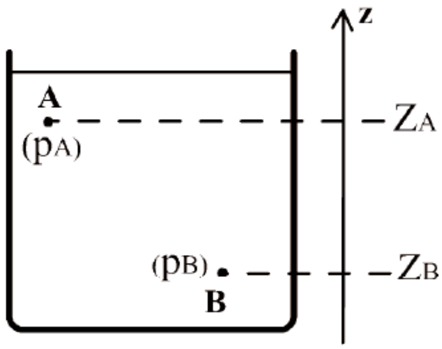
$$p(z).dx.dy - p(z+dz).dx.dy - r\,(z).g.dx.dy.dz = 0$$

$$\Rightarrow \frac{p(z+dz)-p(z)}{dz} = -\rho g$$

qui s'écrit, lorsque dz tend vers zéro : $\frac{dp}{dz} = -\rho g$ ou encore $dp = -\rho .g.dz$

Appliquons cette relation à deux points d'un fluide au repos :

$$\int_A^B dp = \int_A^B -\rho .g.dz = -\rho .g.\int_{ZA}^{ZB} dz$$



puisque ρ ne dépend pas de l'altitude (incompressible) autrement dit :

$$P_A - P_B = \rho.g(Z_B - Z_A)$$

UNIQUEMENT POUR LES FLUIDES INCOMPRESSIBLES ! ! !

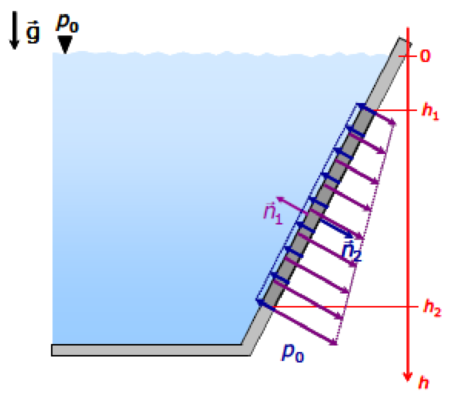
C'est la loi fondamentale de l'hydrostatique.

On peut en tirer aussi le théorème de Pascal :

« Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point. »

<u>*2.3. Forces de pression sur une paroi plane:*</u>

Soit une paroi de surface S située entre les profondeurs h1 et h2 au-dessous de la surface libre du liquide. Soit p_0 la pression atmosphérique. Cette surface est soumise aux deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ normales à S et de directions opposées : $\vec{F}_1$ la force exercée par le fluide



sur la paroi et $\vec{F}_2$la force exercée par le milieu extérieur sur la paroi.

Les poussées élémentaires $-\,\mathbf{pdS}\vec{\boldsymbol{n}}_{\mathbf{1}}$ reçues par la paroi sont des vecteurs parallèles qui se composent en une résultante normale à la surface ; son intensité est :

$\vec{F}_1 = \int_s - \mathrm{pdS}\vec{n}_1$ où $P = P_0 + \rho g h$

$$\vec{F}_1 = -\vec{n}_1 \int_s (P_0 + \rho g h)\mathrm{dS} = -\,\vec{n}_1 \left(P_0 S + \rho g \int_s hdS \right)$$

Or, $\int_s hdS = h_G S$ avec h_G profondeur du barycentre (centre de gravité) de la surface S :

$h_G = \frac{h_1+h_2}{2}$

D'où $\vec{F}_1 = -S(P_0 + \rho g h_G)\vec{n}_1$

Par ailleurs, $\vec{F}_2 = -SP_0\vec{n}_2$

D'où la résultante de ces deux actions : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -S\rho g h_G \vec{n}_1 = S\rho g h_G \vec{n}_2$

La pression atmosphérique s'applique de part et d'autre de la paroi et n'intervient donc plus sur la résultante.

<u>2.4. Théorème d'Archimède (poussée d'arvhimède):</u>

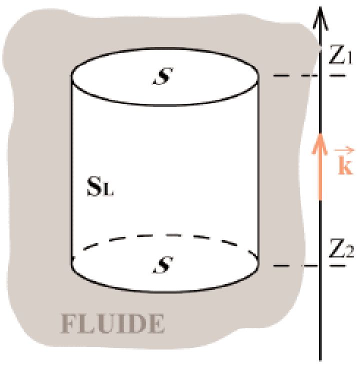
« Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immergé du corps). $\boldsymbol{P_{ARCH} = \rho_{fluide}.V_{imm}.g}$ »

<u>Démonstration :</u>

Comme solide particulier, nous prenons un cylindre fermé par deux surfaces de même aire « S » et par une surface latérale « *L S* » :

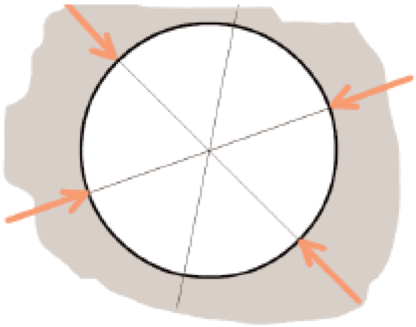
Faisons le bilan des forces de pression exercées par le fluide sur le solide :

- ✓ forces de pression sur la surface supérieure F_{SUP}
- ✓ forces de pression sur la surface inférieure F_{INF}
- ✓ forces de pression sur la surface latérale F_{LAT}



$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{SUP}} = -\boldsymbol{P}(\boldsymbol{z_1}).\boldsymbol{S}.\vec{\boldsymbol{k}}$ où $P(z_1)$est la pression à l'altitude z_1

$\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{INF}} = -\boldsymbol{P}(\boldsymbol{z_2}).\boldsymbol{S}.\vec{\boldsymbol{k}}$ où $P(z_2)$ est la pression à l'altitude z_2 avec : $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{z_1}) < \boldsymbol{P}(\boldsymbol{z_2})$ puisque l'altitude en 1 est plus grande que celle en 2



$\vec{F}_{LAT} = \vec{0}$ par des considérations de symétrie. En effet : tout point de la surface latérale qui subit une certaine force de pression possède un symétrique subissant, lui, la force de pression opposée. Celles-ci s'annulent donc 2 à 2.

$$\vec{F}_A = \sum pressions = [P(z_2) - P(z_1)].S.\vec{k} = \rho.g.V.\vec{k}$$

On remarque deux « choses » importantes :

- ✓ la poussée d'Archimède est dans le sens du vecteur unitaire $\vec{k}$, c'est à dire vers le haut.
- ✓ la poussée d'Archimède est, en norme égale au poids de volume de fluide déplacé.

3. Dynamique des fluides (Hydrodynamique, écoulement, viscosité)

Dans ce chapitre, nous allons étudier les fluides **en mouvement**. Contrairement aux solides, les éléments d'un fluide en mouvement peuvent se déplacer à des vitesses différentes. L'écoulement des fluides est un phénomène complexe.

3.1.Définition :

Le Débit est la quantité de matière qui traverse une section droite de la conduite pendant l'unité de temps.

Débit massique : si dm est la masse élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps dt, le débit masse s'écrit :

$$q_m = \frac{dm}{dt} = \frac{d\rho V}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = \rho\frac{Sdx}{dt} = \rho S\frac{dx}{dt} = \rho Sv$$

$$q_m = \rho Sv$$

q_m : Débit massique en (kg/s)

ρ : Masse volumique en (kg/m^3)

S : Section de la veine fluide en (m^2)

V : Vitesse moyenne du fluide à travers (S) en (m/s)

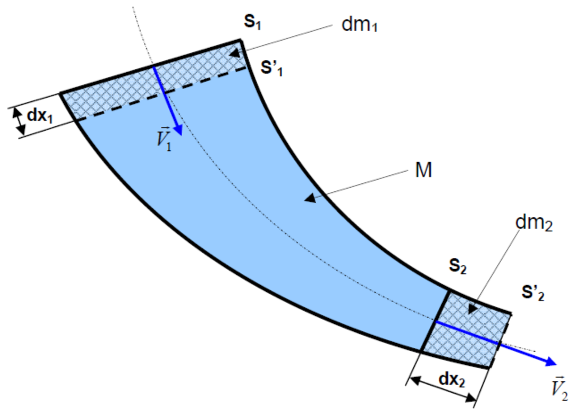
Débit volumique : si dV est le volume élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps dt, le débit volume s'écrit :

$$q_V = \frac{dV}{dt} = \frac{dm}{\rho dt} = \frac{q_m}{\rho} = Sv$$

Ecoulement stationnaire (permanant) : Un régime d'écoulement est dit ***permanent*** ou ***stationnaire*** si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ...), ont une valeur constante au cours du temps.

3.2. Equation de continuité :

Considérons une veine d'un fluide incompressible de masse volumique ρ animée d'un écoulement permanent.



Pendant l'intervalle de temps dt, la masse dm_1 de fluide ayant traversé la section S_1 est la même que la masse dm_2 ayant traversé la section S_2.

Donc : $dm_1 = dm_2$

$$\rho dV_1 = \rho dV_2$$

$$\rho S_1 dx_1 = \rho S_2 dx_2 \Rightarrow S_1 dx_1 = S_2 dx_2$$

En divisant par dt on abouti à :

$$S_1 \frac{dx_1}{dt} = S_2 \frac{dx_2}{dt} \Rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2$$

3.3. Equation de Bernouli :

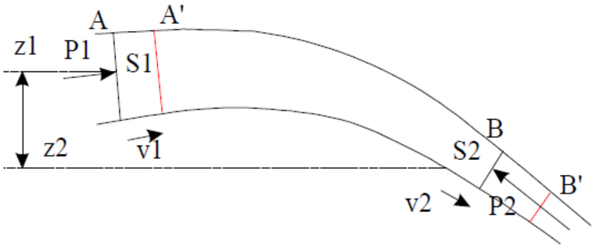
Hypothèses préalables :

Le fluide est incompressible (liquide).

Il s'écoule en régime permanent.

Il n'est pas visqueux.

On considère un tube de courant limité par deux sections droites S_1 et S_2. Le tube est assez petit pour que la vitesse et la pression soient les mêmes en chaque point d'une section droite.



Soient P_1 et P_2, v_1 et v_2 les pressions et vitesses en A et B. Au bout du temps dt, le fluide compris entre A et B passe entre A' et B'

Par hypothèse, le fluide est incompressible donc la conservation du volume impose que :

$$S_1.AA' = S_2.BB' = dV$$

Ce volume a une masse m = ρ.dV

Lors du déplacement du fluide, l'énergie cinétique varie de : $\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\rho dV(v_2^2 - v_1^2)$

Le travail des forces extérieures ayant agit sur le fluide est la somme des forces de pression :

$$P_1.S_1.AA' - P_2.S_2.BB' = (P_1 - P_2)dV$$

et le travail de la pesanteur est :

$$\rho g.dV.(z_1 - z_2).$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique on aboutie à l'équation suivante :

$$\frac{1}{2}\rho dV(v_2^2 - v_1^2) = (P_1 - P_2)dV + \rho g.dV.(z_1 - z_2)$$

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1}$$

Cette relation, constitue le <u>théorème de Bernouilli</u>

p est la pression statique, $\boldsymbol{\rho g z}$ est la pression de pesanteur, $\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho v^2}$est la pression cinétique.

Tous les termes s'expriment en pascal.

Cas d'un écoulement sans échange de travail

Lorsque, dans un écoulement d'un fluide parfait, il n'y a aucune machine (ni pompe ni turbine) entre les points **(1)** et **(2)** d'une même ligne de courant, la relation de Bernoulli peut s'écrire sous l'une ou l'autre des formes suivantes :

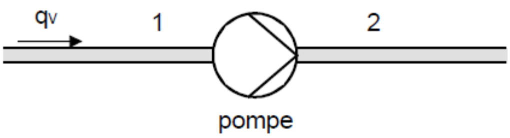
$$\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + (P_2 - P_1) + \rho g(z_2 - z_1) = 0$$

Cas d'un écoulement avec échange d'énergie

Lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine sous forme de travail ΔW pendant une durée Δt. La puissance P échangée est :

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Unités : P en watt (W), W en joule (J), t en seconde (s).



• P > 0 si l'énergie est reçue par le fluide (ex: pompe) ;

• P< 0 si l'énergie est fournie par le fluide (ex: turbine).

Si le débit-volume est q_v, la relation de Bernoulli s'écrit alors :

$$\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + (P_2 - P_1) + \rho g(z_2 - z_1) = \frac{P}{q_V}$$