2019 / 2018

2019-01-31

السنة الأولى علوم المادة

امتحان في مادة الفيزياء 1 (1 سا و50د)

التمرين 01 (10 نقاط) (11): I - نقطة مادية M كتلتها m ، تتحرك في المستوي (Oxy) وفق المعادلات الزمنية التالية :

$$x(t) = a.\cos\varphi - c \quad و \quad y(t) = b.\sin(\varphi) \quad مع : \varphi = \omega t + \alpha$$

حيث : a ، b ، c ، ω و α : ثوابت موجبة و ($b < a$)

(1) أ- أستنتج معادلة المسار ثم مثله داخل هذا المعلم

(2) ب- أحسب شعاعي السرعة و التسارع ، مثلهما على المسار عند النقطة الكيفية M.

(1) ج- أكتب عبارتي السرعة و التسارع بدلالة إحداثيات النقطة M : (x, y)

(1) د- حدد نقطة بداية الحركة M_0 و اتجاهها على المسار.

II - نأخذ الآن الثابت $c = 0$ ، و الزاوية $\varphi = \omega t$ $(\alpha = 0)$

(1) أ- أستنتج من الحسابات السابقة، عبارتي السرعة و التسارع بدلالة (x, y)

(1) ب- بين في هذه الحالة، أن الحركة ذات تسارع مركزي، ثم حدد مركزه

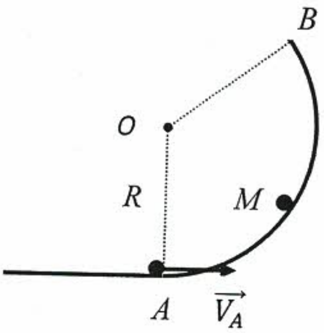
(0,5) ج- أستنتج عبارة الطاقة الحركية بدلالة (x, y)

(2,5) د- أستنتج عبارة القوة المؤثرة على النقطة المادية، أكتبها بدلالة (x, y)، ثم بين أنها محافظة، أستنتج بعد ذلك عبارة الطاقة الكامنة مع العلم أن : $Ep(x = a, y = 0) = \frac{1}{2}ma^2\omega^2$

(1) و- أستنتج عبارة الطاقة الميكانيكية الكلية، ماذا تلاحظ.

التمرين 02 (10 نقاط) (11,5): تتحرك نقطة مادية كتلتها m في مستوي شاقولي على خط مستقيم أفقي مماسي لمسار دائري AB مركزه O ونصف قطره R . تصل النقطة المتحركة على المسار المستقيم إلى A بسرعة $\overrightarrow{V_A}$.

الزاوية : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{3}{4}\pi$.



(2,5) 1- اختر مرجعا مناسبا لدراسة حركة النقطة المادية على المسار AB ثم اكتب معادلات الحركة في نقطة كيفية M.

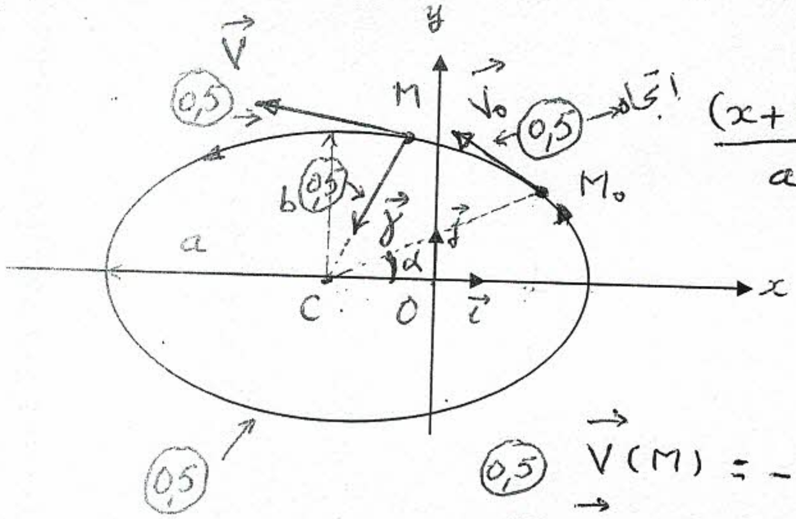
(3) 2- حل المعادلة التفاضلية للحركة ثم استنتج السرعة وقوة رد فعل المسار في M .

(1) 3- ما هي أصغر قيمة للسرعة V_A التي تجعل النقطة المتحركة تصل إلى B .

(2,5) 4- عندما تكون $V_A = \sqrt{10.g.R}$: - ما هي السرعة V_B التي تصل بها إلى B . - ما هي طبيعة المسار الذي تأخذه النقطة المتحركة بعد B . - أوجد سرعتها $\vec{V}$ بعد B ثم استنتج سرعتها عندما تصل ارتفاعها الأعلى h_{max} .

(2,5) 5- تبقى الطاقة الميكانيكية (الكلية) للنقطة المادية بعد B محفوظة ، لماذا؟ وظف هذه الطاقة للحصول على h_{max} بدلالة V_B ثم استنتج h_{max} لما $V_A = \sqrt{10.g.R}$. ت.ع.: لما $R=3m$, $g=10m/s^2$ ($h_{max}=10.05m$, $V_A \approx 62Km/h$) .

إمتحان الفيزياء 1 (2019).



التمرين 01 - I -

أ- معادلة المسار: $\frac{(x+c)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (0,5)

المسار إهليلج مركزه $C(-c,0)$ ومحوريه a و b.

ب- (0,5) $\vec V(M) = -a\omega\sin\varphi\,\vec i + b\omega\cos\varphi\cdot\vec j$

(0,5) $\vec\gamma(M) = -a\omega^2\cos\varphi\,\vec i - b\omega^2\sin\varphi\cdot\vec j$

ج- بما أن: $\cos\varphi=\frac{x+c}{a}$ و $\sin\varphi=\frac{y}{b}$ ، عند التعويض نجد

$\vec V(M) \overset{(0,5)}{=} \omega\left[-\frac{a}{b}y\,\vec i + \frac{b}{a}(x+c)\vec j\right]$ و $\vec\gamma(M) \overset{(0,5)}{=} -\omega^2\left[(x+c)\vec i + y\vec j\right]$

أو: $\vec\gamma(M) = -\omega^2\left[\vec{OM} + c\,\vec i\right]$

نقطة بداية الحركة: $M_0(a\cos\alpha - c,\ b\sin\alpha)$ و $\vec V_0 = -a\omega\sin\alpha\,\vec i + b\omega\cos\alpha\,\vec j$

(0,5)

II - $c=0$ و $\alpha=0$:

أ- $\vec V(M) \overset{(0,5)}{=} \omega\left[-\frac{a}{b}y\,\vec i + \frac{b}{a}x\,\vec j\right]$ ، $\vec\gamma(M) \overset{(0,5)}{=} -\omega^2\left[x\,\vec i + y\,\vec j\right]$

ب- $\vec\gamma(M) = -\omega^2.(\vec{OM})$ أو $\vec\gamma(M) \overset{(0,5)}{=} -\omega^2.\vec{OM}$

لما $c=0$: الحركة ذات تسارع مركزي مركزها O . وهو مركز
مركز الإهليلج الجديد. (0,5)

ج- $E_c = \frac{1}{2}mV^2 \Leftarrow E_c \overset{(0,5)}{=} \frac{1}{2}m\omega^2\left[\frac{a^2}{b^2}y^2 + \frac{b^2}{a^2}x^2\right]$

د- $\vec F = m\vec\gamma \Leftarrow \vec F = -m\omega^2(x\vec i + y\vec j)$ (0,5) $\vec{Rot}\,\vec F = \vec 0$

أو: $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_x}{\partial y} = 0$ (0,5) إذن $\vec F(x,y)$ محافظة.

$$\vec F = -\vec{grad}\,E_p \Leftarrow \begin{cases} -m\omega^2 x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} & ① \\ -m\omega^2 y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} & ② \end{cases}$$

(0,5)

$$E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + f(y) + c \Leftarrow$$ ① المعادلة

(0,5)

$$E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 y^2 + g(x) + c \Leftarrow$$ ② المعادلة

مطابقة العبارتين لـ $E_p(x,y)$ ممكن فقط لما :

$E_p(x,y) \overset{(0,25)}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2)+c$. وبما أن: $E_p(a,0)=\frac{1}{2}m\omega^2a^2$

فإن $c=0$ (0,25) . إذن :

$$E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2)$$

و- $E = E_c + E_p \Rightarrow E \overset{(0,25)}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 \left[x^2+y^2+\frac{b^2}{a^2}x^2+\frac{a^2}{b^2}y^2\right]$

أي :

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 \left[\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)x^2 + \left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)y^2\right]$$

أو :

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 \left[\left(\frac{a^2+b^2}{a^2}\right)x^2 + \left(\frac{b^2+a^2}{b^2}\right)\cdot y^2\right]$$

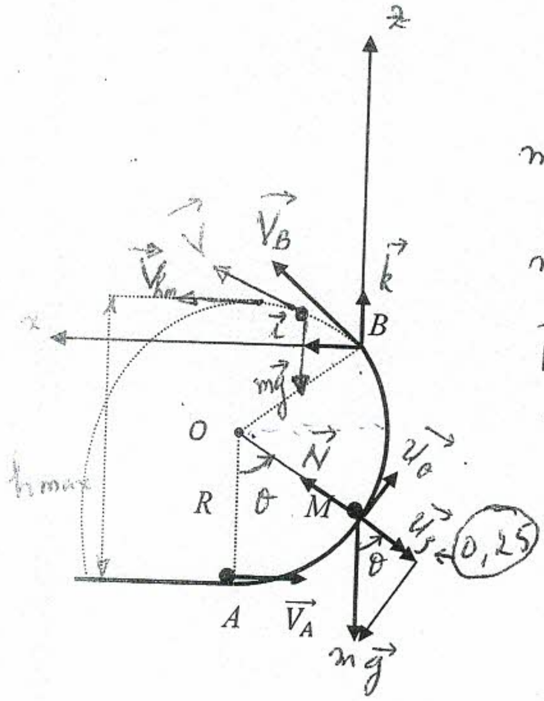
أو :

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2+b^2)\cdot\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)$$

وبما أن ; $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\right) \Rightarrow E \overset{(0,5)}{=} \frac{1}{2} m\omega^2(a^2+b^2)$

نلاحظ أن : $E \overset{(0,25)}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2+b^2)$ ثابتة وهذا

منطقي لأن $\vec{F}(x,y)$ محافظة .



التمرين 02: 1 - المرجع (0,25) $(O, \vec u_\rho, \vec u_\theta)$

المعادلة الأساسية : $m\vec g + \vec N \overset{(0,25)}{=} m\vec \gamma$

$m\vec g = mg\cos\theta \cdot \vec u_\rho - mg\sin\theta\, \vec u_\theta$ (0,25)

$\vec N \overset{(0,25)}{=} -N \cdot \vec u_\rho \quad , \quad \vec{OM} = R \cdot \vec u_\rho$

(0,25)
$\vec V(M) = R\dot\theta \cdot \vec u_\theta \quad , \quad \vec \gamma(M) = -R\dot\theta^2 \cdot \vec u_\rho + R\ddot\theta\, \vec u_\theta$

وعند ما نعوض في المعادلة الأساسية نجد :

$$\begin{cases} -N + mg\cos\theta = -mR\dot\theta^2 \quad (1) \quad (0,5) \\ -mg\sin\theta = mR\ddot\theta \quad (2) \quad (0,5) \end{cases}$$

2 - حل المعادلة التفاضلية (2) نحصل عليه بكتابتها من الشكل : $R\dfrac{d\dot\theta}{dt} = -g\sin\theta$

وعند جداء طرفيها في $\dot\theta = \dfrac{d\theta}{dt}$ نحصل على :

$$R\dot\theta\,\frac{d\dot\theta}{dt} \overset{(0,25)}{=} -g\sin\theta\,\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow R\dot\theta\, d\dot\theta \overset{(0,5)}{=} -g\sin\theta\, d\theta$$

$$R\int_{\dot\theta_A}^{\dot\theta} \dot\theta\, d\dot\theta \overset{(0,5)}{=} g\int_0^\theta -\sin\theta\, d\theta \Rightarrow \frac{R}{2}\left[\dot\theta^2 - \dot\theta_A^2\right] \overset{(0,5)}{=} g\left[\cos\theta - 1\right]$$ أي :

وبما أن $V = R\dot\theta \Leftarrow V_A \overset{(0,25)}{=} R\dot\theta_A$ وعند ما نعوض نجد :

$$V^2 = V^2_{(M)} \overset{(0,5)}{=} 2gR\left[\cos\theta - 1\right] + V_A^2$$

وعند ما نعوض $R\dot\theta^2$ في المعادلة (1) نجد : (0,5) $N = mg\left[3\cos\theta - 2\right] + m\dfrac{V_A^2}{R}$

3 - لكي تصل النقطة إلى B لابد أن تبقى $N \geq 0$ و نحصل على أصغر قيمة لـ V_A لما $N = 0 \Rightarrow$ (0,5)

$V_A^2 = -gR\left[3\cos\theta_B - 2\right]$

$$V_A^2 \overset{(0,5)}{=} gR\left[3\frac{\sqrt2}{2} + 2\right] \Leftarrow \theta_B = \frac{3}{4}\pi$$

4 - $V_B^2 = 2gR\left[-\dfrac{\sqrt2}{2} - 1\right] + 10gR \overset{(0,5)}{=} gR\left[8 - \sqrt2\right] \Leftarrow V_A^2 = 10gR$

عندما تغادر النقطة المادية القوس الدائري في B تصبح عبارة عن قذيفة بسرعة إبتدائية $\vec V_B$ تخضع للثقل $m\vec g$ فقط.

مسارها هو إذن عبارة عن قطع مكافئ مماسي لـ $\vec{V}_B$ في B .

معادلة الحركة في المرجع $(O,\vec{i},\vec{k})$ تكتب : 0,5 $m.\vec{\gamma} = m\vec{g}$

أي : $\ddot{x} = 0$ (1) و $\ddot{z} = -g$ (2) .

(1) $\Leftarrow$ $V_x = cte = V_B.\cos\alpha$ 0,25 و (2) $\Leftarrow$ $V_z = -gt + V_B.\sin\alpha$ 0,25

$\alpha = (O\vec{x}, \vec{V}_B)$ أي $\alpha = \pi/4$ و $\cos\alpha = \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

إذن بعد B : $\vec{V} = V_B\cos\alpha.\vec{i} + (-gt + V_B\sin\alpha)\vec{k}$ 0,5

أعلى ارتفاع نحصل عليه لما $\frac{dz(t)}{dt} = 0$ 0,25 أي : $\dot{z} = V_z = 0$

وتبقى : $\vec{V} = V_B\cos\alpha.\vec{i}$ 0,25 لما : $h = h_{max}$.

5 - بعد B الطاقة الميكانيكية : $E = E_p + E_c$ تبقى محفوظة

لأن النقطة المتحركة توجد تحت تأثير ثقلها $m\vec{g}$ فقط وهي قوة محافظة . 0,5

$E(h_{max}) = E(h_B)$ 0,5

$$\Leftarrow \begin{cases} \frac{1}{2}m(V_B\cos\alpha)^2 + mg.h_{max} \\ \frac{1}{2}mV_B^2 + mg\,h_B \end{cases}$$ 0,5 $\longrightarrow$ $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $h_B = R\left[1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

وعندما نعوض نجد : $h_{max} = h_B + \frac{V_B^2}{4g}$ 0,5

لما : $V_A^2 = 10.g.R$. أي : $h_{max} = R\left[3 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right]$ 0,5

$h_{max} \simeq 3,35.R$

لما : $V_A \simeq 62.Km/h$. $\Leftarrow R = 3m \Leftarrow h_{max} \simeq 10m$