جامعة الاخوة منتوري

السنة الاولى علوم المادة

يوم 25 جانفي 2015

امتحان في مقياس الفيزياء 1 (24)

<u>تمرين 1 (7 نقاط)</u>: تتحرك نقطة مادية في المعلم (Ox , Oy) وفق المعادلة الزمنية : (8.5)

$$x(t) = t \quad \text{و} \quad y(t) = (t-1)^2$$

1- عين معادلة المسار ثم مثله في المعلم. حدد نقطة بداية الحركة M_0. (1.5)

2- استخرج عبارتي شعاعي السرعة $\vec{V}$ والتسارع $\vec{\gamma}$. اوجد قيمة شعاع السرعة الابتدائية $\vec{V_0}$ ومثله على المسار. (2)

3- احسب شعاعي التسارع المماسي $\vec{\gamma_T}$ والناظمي $\vec{\gamma_N}$ ثم استخرج عبارة نصف قطر الانحناء. (3.5)

4- على مسار النقطة المتحركة : ا- أين تكون الحركة متسارعة ب- أين تكون الحركة متباطئة ج- أين تكون طويلة السرعة صغرى. في الحالة الاخيرة ج- مثل شعاعي السرعة والتسارع على المسار واستنتج قيمة نصف قطر الانحناء. (1,5)

<u>تمرين 2 (7نقاط)</u> : شخص كتلته m يتزحلق على مستوي مائل $\overline{AB}$ طوله L وزاوية ميله α مع وجود احتكاك معامله f بحيث $f = \frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|}$ ($\vec{T}$ تمثل قوة الاحتكاك المماسية و $\vec{N}$ قوة رد الفعل الناظمية). ينطلق الشخص من النقطة A بدون سرعة ابتدائية. (8.5)

1- أكتب المعادلة الاساسية للتحريك ثم استنتج السرعة التي يصل بها إلى نهاية المنحدر عند النقطة B. (3)

2- عند نهاية المستوي المائل يستمر المتزحلق على مستوي أفقي BC بنفس معامل الاحتكاك. استنتج المسافة التي يقطعها المتزحلق على BC حتى يتوقف. (2,25)

3- اعد الاجابة على السؤالين السابقين باستعمال مفهوم الطاقة الميكانيكية. (3.25)

<u>تمرين 3 (7 نقاط)</u> : في المسوي (Oy , Ox) لجملة الاحداثيات الديكارتية نعتبر حقل القوة $\vec{F} = 2xy\vec{\imath} + x^2\vec{\jmath}$ والنقاط A(2,0) , B(0,4) , C(2,4). (7)

1- أحسب العمل لنقل نقطة مادية توجد تحت تأثير هذه القوة من المبدأ O إلى النقطة C على المسارات التالية: (4)
ا- على القطعة المستقيمة OA ثم القطعة المستقيمة AC. ب- على القطعة المستقيمة OB ثم القطعة المستقيمة BC. ج- على القطع المكافئ $y = x^2$. ماذا تلاحظ ؟ بين أن حقل القوة $\vec{F}$ محافظ.

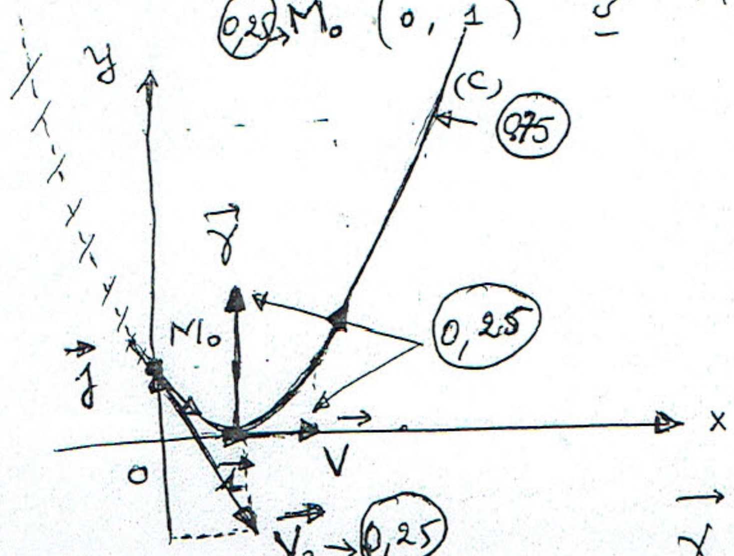
2- من بين الدوال السلمية التالية أيهم تمثل الطاقة الكامنة للقوة $\vec{F}$: $E_p = -xy^2 + C$ ، $E_p = -2x^2y + C$. ثم $E_p = -x^2y + C$. (2)

3- أعد حساب عمل القوة $\vec{F}$ بين النقطتين O و C باستعمال الطاقة الكامنة. (1)

تصحيح امتحان الفيزياء 1

تمرين 1 : 1 - معادلة المسار : $y = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ (0,5)

نقطة الإنطلاق M_0 هي $M_0\,(0\,,\,1)$ (0,25)



$$\vec V = \vec i + 2\,(t-1)\,\vec j \quad (0{,}75)$$

$$\vec\gamma = 2\,\vec j \quad (0{,}75)$$

$$\vec V_0 = \vec i - 2\,\vec j \quad (0{,}25)$$

$$v = \sqrt{4t^2 - 8t + 5}$$

$$\cancel{\gamma_T = \frac{4t - 4}{\sqrt{4t^2-8t+5}}}$$

3 - $$\vec\gamma_T = \frac{d\|\vec V\|}{dt}\cdot\vec u_T = \frac{\vec V\cdot\vec\gamma}{\|\vec V\|}\cdot\vec u_T$$

$$\vec u_T = \frac{\vec V}{\|\vec V\|} = \frac{\vec i + 2\,(t-1)\,\vec j}{\sqrt{1+4\,(t-1)^2}} \quad (0{,}5) \quad , \quad \frac{\vec V\cdot\vec\gamma}{\|\vec V\|} = \frac{4\,(t-1)}{\sqrt{1+4\,(t-1)^2}}$$

$$\vec\gamma_T = \frac{4\,(t-1)}{1+4\,(t-1)^2}\cdot\vec i + \frac{8\,(t-1)^2}{1+4\,(t-1)^2}\cdot\vec j \quad (1)$$

$$\vec\gamma_N = \vec\gamma - \vec\gamma_T = \frac{-4\,(t-1)}{1+4\,(t-1)^2}\cdot\vec i + \frac{2}{1+4\,(t-1)^2}\cdot\vec j \quad (1)$$

$$\|\vec\gamma_N\|^2 = \frac{16\,(t-1)^2}{\left[1+4\,(t-1)^2\right]^2} + \frac{4}{\left[1+4\,(t-1)^2\right]^2} = \frac{4\left[1+4\,(t-1)^2\right]}{\left[1+4\,(t-1)^2\right]^2}$$

$$\|\vec\gamma_N\| = \frac{2}{\sqrt{1+4\,(t-1)^2}} \quad (0{,}5) \quad , \quad \|\vec\gamma_N\| = \frac{\|\vec V\wedge\vec\gamma\|}{\|\vec V\|} = \frac{2}{\sqrt{1+4\,(t-1)^2}}$$

أو

نصف قطر الإنحناء :

$$\|\vec\gamma_N\| = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{\|\vec\gamma_N\|} = \frac{\left[1+4\,(t-1)\right]^{3/2}}{2} \quad (0{,}5)$$

4-أ- الحركة متسارعة : $\gamma_T > 0 \Leftarrow t > 1$ أو $x > 1$.

لأن : $\gamma_T = \dfrac{4(t-1)}{\sqrt{1+4(t-1)^2}}$. (0,25)

ب- الحركة متباطئة : $\gamma_T < 0 \Leftarrow t < 1$ أي $x < 1$. (0,25)

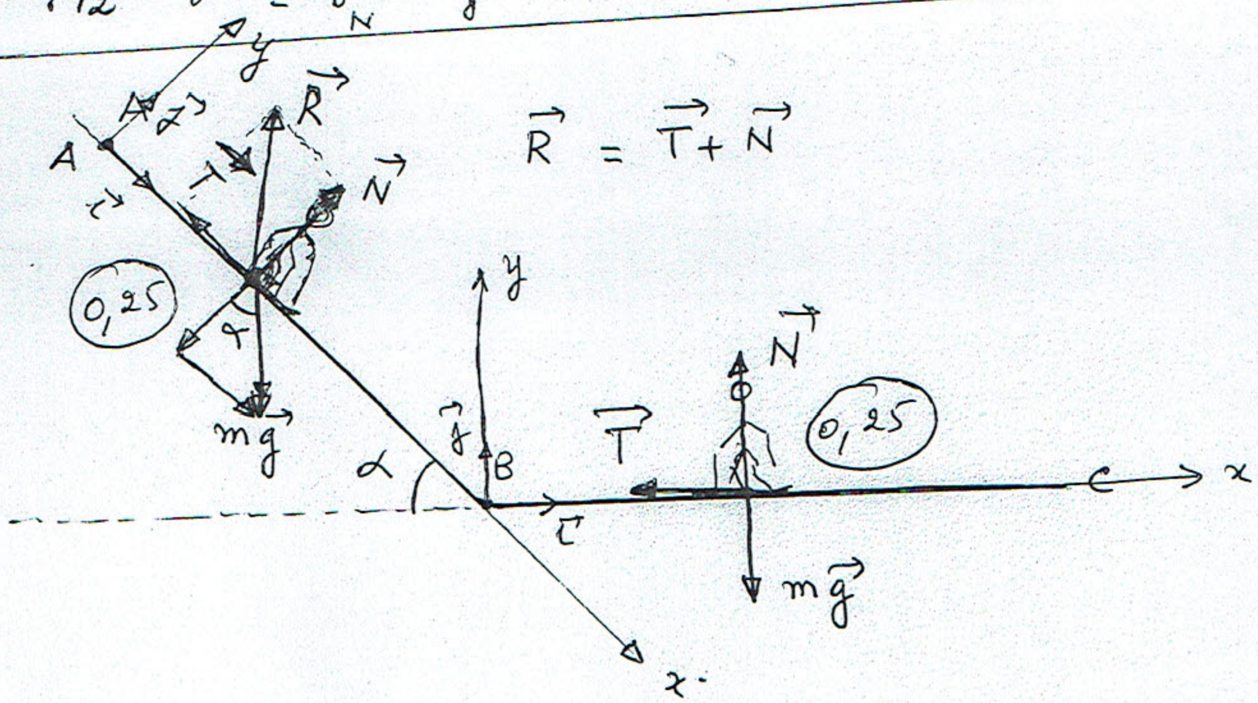
ج- أصغر قيمة للسرعة $\|\vec{V}\|$ هي لما : $\gamma_T = 0$ أي : $t = 1$ (0,25)

$\left(\gamma_T = 0 \Leftarrow \gamma_T = \dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt} = 0 \right)$. (0,25)

لما : $t = 1 \Leftarrow \vec{V} = \vec{i}$ ، $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_N = 2\vec{j}$ (0,25) ، $R = 1/2$. (0,25)

تمرين 2 :

$\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$



1- المعادلة الاساسية للتحريك : $\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{\gamma}$ (0,75)

في المرجع (ox, oy) : $\vec{T} = -T\vec{i}$ ، $\vec{N} = N\vec{j}$ ، $m\vec{g} \begin{pmatrix} mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{pmatrix}$

$\vec{\gamma} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \dfrac{d^2y}{dt^2}\vec{j}$ ، وبما أنه لا توجد حركة في الاتجاه oy $\Leftarrow \vec{\gamma} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i}$ إذن :

$-T\vec{i} + N\vec{j} + mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} = m\dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i}$ (0,75)

المعادلة الشعاعية تعطينا:

$$\begin{cases} N - mg\cos\alpha = 0 & (1) \leftarrow 0{,}25 \\ -T + mg\sin\alpha = m\dfrac{d^2x}{dt^2} & (2) \leftarrow 0{,}25 \end{cases}$$

$N = mg\cos\alpha \Leftarrow (1)$ ، $T = f\cdot mg\cos\alpha \Leftarrow f = \dfrac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|}$ (0,25)

وعندما نعوض في (2) نجد:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \gamma_x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha) = cte \quad (0{,}25)$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام:

$$2\gamma_x(x - x_0) = V^2 - V_0^2 \Longrightarrow 2\gamma_x L = V_B^2 - V_A^2 = V_B^2 \leftarrow (0{,}25)$$

$$V_B^2 = 2gL(\sin\alpha - f\cos\alpha) \leftarrow (0{,}25) \qquad + (0{,}25)$$

أو:

$$V_B = \sqrt{2g.L.(\sin\alpha - f\cos\alpha)}$$

2- على الجزء BC لدينا دائما:

$$(0{,}5) \rightarrow \vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{\gamma}$$

$$\vec{\gamma} = \frac{d^2x}{dt^2}.\vec{i} \ ، \ \vec{N} = N\vec{j} \ ، \ m\vec{g} = -mg\vec{j} \ ، \ \vec{T} = -T\vec{i}$$

وعندما نعوض في المعادلة الأساسية نجد:

$$\begin{cases} N = mg & (1) \quad 0{,}25 \\ m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -T & (2) \quad 0{,}25 \end{cases}$$

$$\gamma_x = -f\cdot g = cte \Leftarrow T = f\cdot N = f\cdot mg \quad (0{,}25)$$

$$\Leftarrow$$

$$-2\cdot f\cdot g\cdot x = -V_B^2 \ (0{,}25) \Rightarrow x = \frac{V_B^2}{2fg} = \frac{2gL(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2f\cdot g} \quad (0{,}25) + (0{,}25)$$

المسافة x التي يقطعها حتى يتوقف:

$$x = \frac{2L(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2f}$$

(2)

3- يمكن الحصول على نفس النتائج باستعمال نظرية الطاقة الحركية

$W = \Delta E_c$ (0,5) أو القانون : $W_{nc} = \Delta E$

حيث W_{nc} هو عمل القوى الغير محافظة و E الطاقة الميكانيكية

نستعمل هنا نظرية الطاقة الحركية :

على المستقيم AB القوى العاملة هي $\vec{T}$ و $mg\sin\alpha.\vec{i}$ والقوى

$\vec{N}$ و $-mg\cos\alpha.\vec{j}$ عمودية على المسار ox إذن لا تنتج عملا .

$$dW = \vec{F}\,d\vec{l} \quad \begin{cases} \vec{F} = -T\vec{i} + mg\sin\alpha.\vec{i} \\ d\vec{l} = dx.\vec{i} \;,\; T = f.mg\cos\alpha \end{cases}$$

(0,25)

(0,5) $$dw = (-f\,mg\cos\alpha + mg\sin\alpha)\,dx$$

$$W_A^B = \int_0^L (-f.mg\cos\alpha + mg\sin\alpha).\,dx = \Delta E_c$$

(0,25)

(0,25) $$mg[\sin\alpha - f\cos\alpha].L = \frac{1}{2}m(V_B^2 - V_A^2)$$

(0,25) $$\boxed{V_B^2 = 2gL(\sin\alpha - f\cos\alpha)}$$

فوق المستقيم BC القوة العاملة هي $\vec{T}$ ← $T = fmg$. (0,25)

(0,5) $$W_B^x = \int_0^x -f.mg\,dx = \frac{1}{2}m(V_x^2 - V_B^2) = -\frac{1}{2}mV_B$$

$$-f.mg.x = -\frac{1}{2}mV_B^2$$

$$x = \frac{2L(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2f} \Leftarrow x = \frac{V_B^2}{2.f.g} = \frac{2g\,L(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2.f.g}$$

(0,5)

تمرين 3 :

0,5 $\quad dW = \vec{F}\cdot d\vec{l} = 2xy\,dx + x^2\,dy$

لأن: $d\vec{l} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j}$

1 - أ -

$$W_0^C = W_0^A + W_A^C = \int_{0,\overline{OA}}^{A} 2xy\,dx + \int_{A,\overline{AC}}^{C} x^2\,dy$$ 0,5

فوق $\overline{OA}$: $y = 0$ و فوق $\overline{AC}$: $x = 2$.

$$W_0^C = \int_0^4 4\,dy = 16\,[J]$$ 0,25 0,25

ب -

$$W_0^C = W_0^B + W_B^C = \int_{0,\overline{OB}}^{B} x^2\,dy + \int_{B,\overline{BC}}^{C} 2xy\,dx$$ 0,5

فوق $\overline{OB}$: $x = 0$ و فوق $\overline{BC}$: $y = 4$:

$$W_0^C = \int_0^2 8x\,dx = \left[\frac{8x^2}{2}\right]_0^2 = 16\,[J]$$ 0,25 0,25

جـ - فوق المنحنى : $y = x^2$:

$$W_0^C = \int_0^2 2xy\,dx + \int_0^4 x^2\,dy$$ 0,5

$$W_0^C = \int_0^2 2x^3\,dx + \int_0^4 y\,dy = \left[2\,\frac{x^4}{4}\right]_0^2 + \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^4$$ 0,25

$$W_0^C = 8 + 8 = 16\,[J]$$ 0,25

نلاحظ أن العمل هو نفسه في الحالات الثلاثة $\Leftarrow$ $\vec{F}$ قد تكون محافظة

$\vec{F}$ محافظة $\Leftarrow$ $\dfrac{\partial F_x}{\partial y} = \dfrac{\partial F_y}{\partial x}$ وعند الحساب نجد:

0,5 $\quad \dfrac{\partial F_x}{\partial y} = \dfrac{\partial F_y}{\partial x} = 2x \Longrightarrow$ $\vec{F}$ محافظة .

2- E_p هي الطاقة الكامنة لـ $\vec{F}$ $\Leftarrow$ $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_p$ 0,5

لما: $E_p = -xy^2 + c$ $\Leftarrow$ $-\overrightarrow{grad}\, E_p = +y^2\vec{i} + 2yx\,\vec{j} \neq \vec{F}$ 0,5

لما: $E_p = -2x^2y + c$ $\Leftarrow$ $-\overrightarrow{grad}\, E_p = 4xy\,\vec{i} + 2x^2\,\vec{j} \neq \vec{F}$ 0,5

لما: $E_p = -x^2y + c$ $\Leftarrow$ $-\overrightarrow{grad}\, E_p = 2xy\,\vec{i} + x^2\,\vec{j} = \vec{F}$ 0,5

الطاقة الكامنة لـ $\vec{F}$ هي: $E_p = -x^2y + c$

3- $\vec{F}$ محافظة: $dW = -\,dE_p$ 0,5

$$W_0^c = E_p(0) - E_p(c)$$ 0,25

$$W_0^c = 0 + 2^2 \times 4 = 16\,[J]$$ 0,25