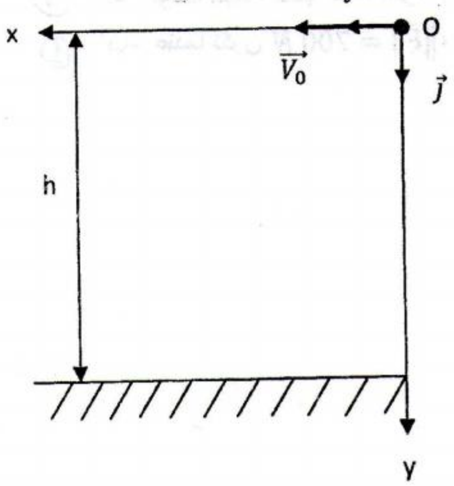
يوم 06 فيفري 2013

جامعة قسنطينة 1

كلية العلوم الدقيقة

السنة الأولى LMD

امتحان في مقياس الفيزياء 1 (1سا45د)



التمرين الأول (14 نقطة):

الجزء I (04 نقاط): جسم كتلته m يقذف داخل معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ من النقطة O بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{V_0}$ من ارتفاع h عن سطح الأرض (الشكل).

1.5 -1- بتطبيق القانون الأساسي للتحريك ، استخرج عبارة شعاع تسارع الجسم ، ثم استنتج شعاع السرعة.

2.5 -2- استخرج معادلة مسار الحركة وارسمه ثم حدد موقع ارتطام الجسم بالأرض.

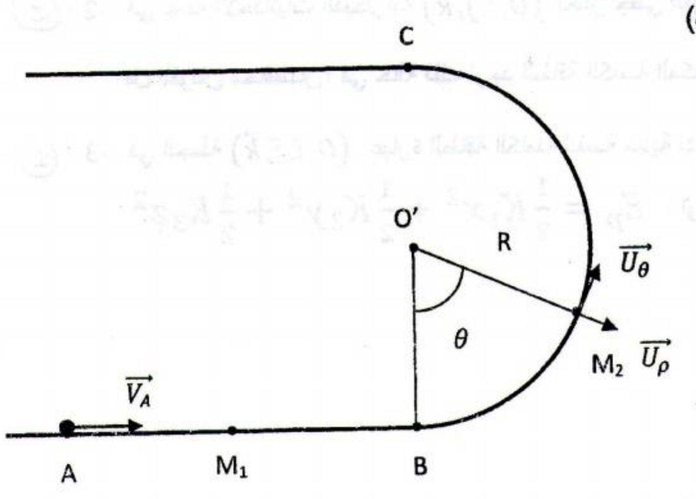
(11 نقطة)

الجزء II (10 نقاط): (الحركة بدون احتكاك).

يقذف ولد كرة كتلتها m من النقطة A في اتجاه النقطة B وفق المسار الأفقي $AB = 3R$ ، بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{V_A}$.

1 -1- مثل عند النقطة M_1 مجموع القوى المؤثرة ، واستنتج السرعة عندها ، ثم عند النقطة B.

-2- بعد النقطة B ، تواصل الكرة حركتها وفق مسار موجه دائري شاقولي BC نصف قطره R ومركزه O' (الشكل)



0,5 أ- مثل عند النقطة M_2 مجموع القوى التي تؤثر في الكرة.

1, 5 ب- اكتب معادلة الحركة ثم اسقطها داخل المعلم القطبي $(O',\vec{U_\rho},\vec{U_\theta})$.

3 ت- استنتج بمكاملة المعادلة التفاضلية عبارة السرعة في النقطة M_2 ،ثم استخرج قوة رد الفعل في هذه النقطة.

2 -3- باستعمال خواص الطاقة الميكانيكية ، اعد استنتاج عبارتي السرعة وقوة رد الفعل.

1 -4- ما هو الشرط اللازم لكي تصل الكرة إلى النقطة C.

1 -5- اوجد في حالة هذا الشرط سرعة الكرة عند هذه النقطة . كيف تواصل الكرة حركتها بعد هذه النقطة؟

1 -6- بعد النقطة C ، نريد أن تسقط الكرة عند النقطة الابتدائية A ، لكي يتمكن الولد من اعادتها مرة اخرى . ما هي السرعة الابتدائية $\vec{V_A}$ التي تحقق ذلك؟

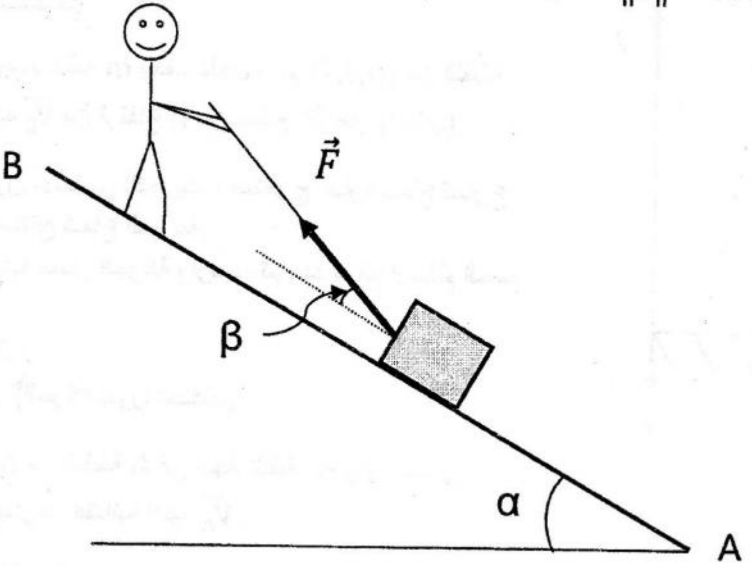
(07 نقاط)

التمرين الثاني (06 نقاط)

1- يسحب رجل صندوقا كتلته $m = 50\ Kg$ فوق مستوي مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ لمسافة AB = L = 10 m باستعمال قوة $\vec{F}$ تصنع زاوية مع المستوى المائل $\beta = 10^\circ$. حركة الصندوق تتم باحتكاك معامله $f = 0.2$.

3 أ- اوجد القيمة الحدية لشدة القوة $\vec{F}$ التي يجب بذلها من طرف الرجل لسحب الصندوق.

1 ب- عندما تكون $\|\vec{F}\| = 700\ N$، ما هو العمل المقدم من طرف الرجل.



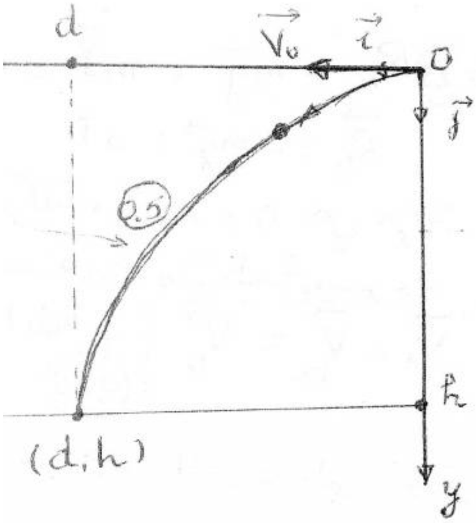
2 2- في جملة الاحداثيات الديكارتية $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر حقلي القوتين: $\vec{F_1} = -mg\vec{k}$, $\vec{F_2} = -kx\vec{i}$

هل القوتان محافظتان؟ في حالة ذلك اوجد الطاقة الكامنة المكافئة عندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة عند النقطة O.

1 3- في الجملة $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ عبارة الطاقة الكامنة لنقطة مادية بدلالة موقعها هي :

$E_p = \frac{1}{2}K_1x^2 + \frac{1}{2}K_2y^2 + \frac{1}{2}K_3z^2$ ، اوجد القوة المشتقة من هذه الطاقة .

تصحيح إمتحان الفيزياء 1



التمرين الأول الجزء I :

1 - الجسم يتعرض لسقوط حر تحت تأثير الثقل $m\vec g$. سرعته الإبتدائية $\vec V_0$.

القانون الأساسي للتحريك : $m\vec g = m\vec \gamma$

إذن : $\boxed{\vec \gamma = \vec g = g\cdot \vec j}$ (0,5)

$d\vec V = \vec\gamma\, dt \Leftarrow \vec\gamma = \frac{d\vec V}{dt}$

وبالتكامل : $\int_{\vec V_0}^{\vec V} d\vec V = \int_0^t \vec\gamma\, dt$ نجد : $\vec V - \vec V_0 = \vec\gamma t = g t\cdot \vec j$

إذن : $\vec V_0 = V_0\,\vec i$ ، $\boxed{\vec V = g t\,\vec j + V_0\cdot\vec i}$ (0,5)

2 - $\vec V = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Leftarrow d\vec{OM} = \vec V\cdot dt$ أي : $d\vec{OM} = \int_0^t \vec V dt$

$\vec{OM} - \vec{OM_0} = \frac{1}{2} g t^2\cdot\vec j + V_0 t\,\vec i$ (0.5) مع $\vec{OM_0} = \vec{OO} = \vec 0$

إذن : $\vec{OM} = x(t)\,\vec i + y(t)\,\vec j = \frac{1}{2} g t^2 \vec j + V_0 t\,\vec i$ $\Leftarrow$ (0.5) $x(t) = V_0 t$

$y(t) = \frac{1}{2} g t^2$

من عبارة $x(t)$ نحصل على $t = \frac{x}{V_0}$ ثم نعوض في y

لنجد معادلة المسار :

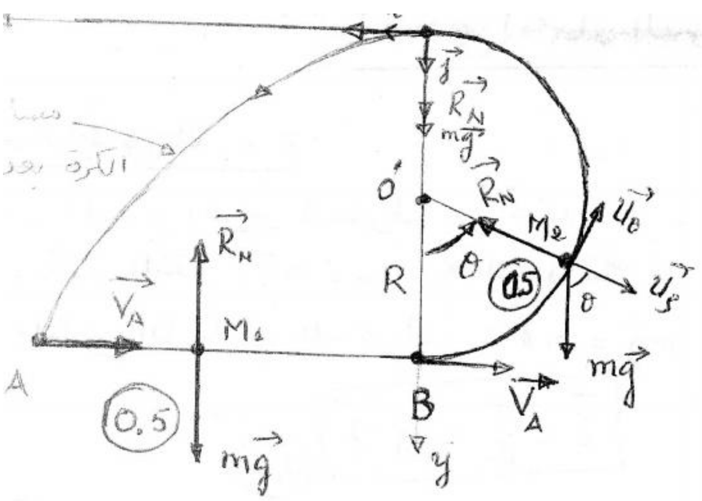
$\boxed{y = \frac{1}{2} g\cdot\frac{x^2}{V_0}}$ (0.5) ← المسار قطع مكافئ قمته في O .

نحصل على موقع ارتطام الجسم بالأرض لما $y = h$ و نجد :

$\boxed{d = \sqrt{2 V_0^2 h/g}}$ (0.5)

الجزء II :

الحركة من دون إحتكاك $\Leftarrow$ قوة رد الفعل هي دائما عمو[دية] على المسار و نرمز لها بـ $\vec R_N$.



1 - فوق AB لدينا :

(0,25) $\vec{R}_N + m\vec{g} = m\vec{\gamma} = \vec{0}$

لأن : $\vec{R}_N = -m\vec{g}$

الحركة بين A و B هي حركة مستقيمة منتظمة بسرعة ثابتة و

$\boxed{\vec{V}_A = \vec{V}_{M_1} = \vec{V}_B}$ (0,25)

2 - أ - القوى التي تؤثر في الكرة عند M_2 هي رد الفعل $\vec{R}_N$ و $m\vec{g}$

ب - معادلة الحركة هي :

(0,25) $m\vec{g} + \vec{R}_N = m\vec{\gamma}$

إسقاط معادلة الحركة في المعلم القطبي $(O', \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ يعطينا

(0,5) $mg\cos\theta\,\vec{u}_\rho - mg\sin\theta\,\vec{u}_\theta - R_N\,\vec{u}_\rho = -mR\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho + mR\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

لأن : $\vec{OM} = R\,\vec{u}_\rho \Leftarrow \vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \Leftarrow \vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ (0,25)

المعادلة الشعاعية تعطينا :

(0,5) $$\begin{cases} mg\cos\theta - R_N = -mR\dot{\theta}^2 & (1) : \vec{u}_\rho \text{ فوق} \\ -mg\sin\theta = mR\ddot{\theta} & (2) : \vec{u}_\theta \text{ فوق} \end{cases}$$

ت - المعادلة التفاضلية (2) يمكن أن تكتب : $-g\sin\theta = R\dfrac{d\dot{\theta}}{dt}$ (0,25)

وبجدائها في $\dot{\theta}$ نحصل على :

$-g\sin\theta\,d\theta = R\dot{\theta}\,d\dot{\theta}$ أو : $-g\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt} = R\dot{\theta}\dfrac{d\dot{\theta}}{dt}$ (0,25)

وهي معادلة تفاضلية مفصولة المتغيرات θ و $\dot{\theta}$.

إذن : $\displaystyle\int_0^{\theta} -g\sin\theta\,d\theta = \int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} R\dot{\theta}\,d\dot{\theta}$ (0,5) وعندما نكامل نجد

$g[\cos\theta - 1] = \dfrac{R\dot{\theta}^2}{2} - \dfrac{R\dot{\theta}_0^2}{2}$ (0.5) ، وبما أنه فوق المسار الدائري

BC : $\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ أي $V_{M_2} = R\dot{\theta}$ و $V_B = V_A = R\dot{\theta}_0$ (0,25)

بأن السرعة V_{M_2} في النقطة M_2 محددة بالعلاقة:

$$\boxed{V_{M_2}^2 = 2g \cdot R \cdot [\cos\theta - 1] + V_A^2}$$ 0,5

وبتعويض $R\dot{\theta}^2$ بـ $\frac{V_{M_2}^2}{R}$ في المعادلة (1) للسؤال السابق نجد:

$$\boxed{R_N = mg[3\cos\theta - 2] + \frac{mV_A^2}{R}}$$ 0.5

3 - فوق المسار الدائري BC، $\vec{R}_N$ عمودية عليه أي لا تعمل والقوة الوحيدة العاملة هي إذن $m\vec{g}$ وهي قوة محافظة فوق المسار BC الطاقة الميكانيكية $E_m = E_p + E_c$ هي إذا محفوظة و: 0.5

$E_c(B) + E_p(B) = E_c(M_2) + E_p(M_2)$. 0.5

عندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة للقوة $m\vec{g}$ عند المسار AB فإننا نحصل على:

$$\frac{1}{2} m V_A^2 + 0 = \frac{1}{2} m V_{M_2}^2 + mg \cdot R \cdot [1 - \cos\theta]$$ 0,5

ونجد:

$$\boxed{V_{M_2}^2 = 2 \cdot g \cdot R[\cos\theta - 1] + V_A^2}$$ 0,25

ومن العلاقة (1) السابقة نجد مرة أخرى:

$$\boxed{R_N = mg[3\cos\theta - 2] + \frac{mV_A^2}{R}}$$ 0,25

4 - لكي تصل الكرة إلى النقطة يجب أن تكون $R_N > 0$ 0,25. أصغر لـ R_N نحصل عليها لما: $\cos\theta = -1$ أي لما: $\theta = \pi$ عند النقطة

إذن الشرط اللازم لكي تصل الكرة إلى C هو:

$R_N(C) \geq 0$ 0,25 $\Leftarrow mg[3\cos\pi - 2] + \frac{mV_A^2}{R} \geq 0$ 0,25 $\Leftarrow \boxed{V_A^2 \geq 5 \cdot g \cdot R}$ 0,25

5- السرعة V_C نجدها باستعمال عبارة V_{M_2} لما $\theta=\pi$ وهي:

$$\boxed{V_C^2 = V_A^2 - 4Rg \geq g\cdot R} \quad (0,5)$$

بعد النقطة C تصير $\vec{R}_N$ شاقولية مثل $m\vec{g}$ ، ولهذا فإن الكرة تغادر المسار عند النقطة C وتكون في حالة (0,5) سقوط حر تحت تأثير الثقل $m\vec{g}$ فقط وبسرعة إبتدائية أفقية $\vec{V}_C$. هذا السقوط يشبه تماما السقوط الحر الذي رأيناه في الجزء I .

6- مسار الكرة بعد النقطة C هو قطع مكافئ معادلته

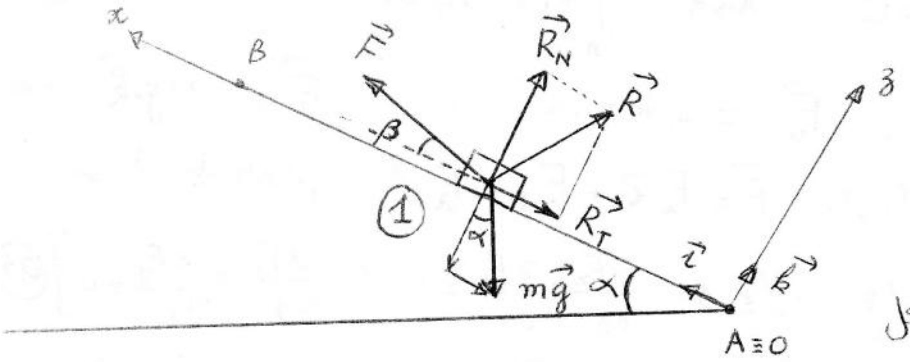
$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_C}$$ بالنسبة للمعلم $(C,\vec{i},\vec{j})$

لكي تسقط الكرة في النقطة الإبتدائية $A(3R,2R)$ يجب أن تكون:

$$AB = 3R = \sqrt{2V_c^2\cdot\frac{2R}{g}} \quad (0,5)$$

وبتعويض V_C نجد: $9R^2 = 2\left[V_A^2 - 4\cdot g\cdot R\right]\cdot\frac{2R}{g}$ أو $\boxed{V_A = \frac{5}{2}\sqrt{g\cdot R}}$ (0,5)

التمرين الثاني:



1-1- القوى التي تؤثر في الصندوق هي: الثقل $m\vec{g}$ ، رد الفعل $\vec{R}$ وهي ليست عمودية على المسار AB لوجود إحتكاك. (0,25)

نعتبر الجملة $(O,\vec{i},\vec{k})$ حيث $O\equiv A$ ونكتب المعادلة الأساسية للتحريك

$$(0,25) \quad m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

بإسقاط هذه المعادلة على المحاور ox و oz تعطينا:

$$\vec{ax} \text{ فوق } \leftarrow \left\{ \begin{array}{ll} -mg\sin\alpha - R_T + F\cos\beta = m\dfrac{d^2x}{dt^2} & (1) \\ -mg\cos\alpha + R_N + F\sin\beta = m\dfrac{d^2z}{dt^2} & (2) \end{array} \right.$$

$\vec{oz}$ فوق $\leftarrow$

0,5

$\frac{d^2z}{dt^2}=0$ لأنه لا توجد حركة في الإتجاه oz وتعطينا: $\boxed{R_N = mg\cos\alpha - F\sin\beta}$

(0,25)

إذن: $\boxed{R_T = f\cdot R_N = f\,mg\cos\alpha - f\cdot F\sin\beta}$ (0,25)

للحصول على حركة للصندوق في الإتجاه ox $\Leftarrow$ $\frac{d^2x}{dt^2} > 0$ (0,25)

أي: $F\cos\beta > R_T + mg\sin\alpha$

وبتعويض R_T نجد:

$$\boxed{F > \frac{mg\left[\sin\alpha + f\cos\alpha\right]}{\cos\beta + f\sin\beta}}$$ (0,25)

ت. ع.:

$F > 323.55\ N$

ب- عمل الرجل = عمل القوة $\vec{F}$ التي يسحب بها الصندوق

$d\vec{W} = \vec{F}\cdot\vec{dl} = \|\vec{F}\|\cdot\cos\beta\cdot dl$ (0,5) $\quad (\vec{dl} = dx\cdot\vec{i})$

$W_{A\to B} = \int_A^B \|\vec{F}\|\cos\beta\, dl = \|\vec{F}\|\cdot\cos\beta\cdot L$ (0,5)

ت.ع: $W_{A\to B} = 6893.65\ J$

ج- $\vec{F_1} = -mg\cdot\vec{k}$ ، $\vec{F_2} = -k.x.\vec{i}$. عندما نكتب القوة

من الشكل العام: $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\cdot\vec{k}$ يمكن أن نتأكد بسهولة

$\vec{F_1} = \vec{0}$ و $\vec{F_2} = \vec{0}$ $\Longleftrightarrow \left[\ \frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} = 0\ ،\ \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} = 0\ ،\ \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0\ \right]$ (0,5)

بالنسبة للقوتين $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$. إذن القوتان محافظتان ويمكن

كتابتهما من الشكل: $\vec{F_1} = -\vec{grad}\,E_{p1}$ و $\vec{F_2} = -\vec{grad}\,E_{p2}$ حيث

E_{p1} الطاقة الكامنة لـ $\vec{F_1}$ و E_{p2} الطاقة الكامنة لـ ...

$$-mg\,\vec{k} = -\frac{\partial E_{p1}}{\partial x}.\vec{i} - \frac{\partial E_{p1}}{\partial y}.\vec{j} - \frac{\partial E_{p1}}{\partial z}.\vec{k} \Leftarrow \vec{F}_1 = -\vec{grad}\,E_{p1}$$

0,25

أي : E_{p1} هي دالة لـ z فقط $\Leftarrow$ $\begin{cases} \dfrac{\partial E_{p1}}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial E_{p1}}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial E_{p1}}{\partial z} = mg \end{cases}$

$$dE_{p1} = \int mg\,dz \Leftarrow \frac{\partial E_{p1}}{\partial z} = \frac{dE_{p1}}{dz} = mg$$

0,25

وجد : $E_{p1} = mgz + C_1$ ، ومبدأ الطاقة الكامنة عند النقطة

يعطينا : $E_{p1}(0) = C_1 = 0$ $\Leftarrow$ $\boxed{E_{p1}(z) = mgz}$ 0,25

يمكن الحصول على عبارة الطاقة الكامنة من العلاقة : $W = -dE_p$

$$\Leftarrow dW(\vec{F}_2) = -dE_{p2} \qquad dE_{p2} = -\vec{F}_2 \cdot \vec{dl}$$

0,25

$$dE_{p2} = -k.x\,\vec{i}.\vec{dl} = kx\,dx \Leftarrow \vec{dl} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$$

0,25

$$E_{p2}(x) = \frac{1}{2}kx^2 + C_2$$

$$E_{p2}(0) = C_2 = 0 \Leftarrow \boxed{E_{p2}(x) = \frac{1}{2}kx^2}$$

0,25

-3

$$-\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{k} \Leftarrow \vec{F} = -\vec{grad}\,E_p$$

0,25 0,25

$$\boxed{\vec{F} = -k_1 x\,\vec{i} - k_2 y\,\vec{j} - k_3 z\,\vec{k}}$$

0,5