2012/2011

يوم 22-01- 2012

جامعة منتوري قسنطينة

قسم الفيزياء (سنة أولى LMD)

امتحان في مقياس الفيزياء 1

التمرين الأول (4 نقاط): ا- أكتب بدون برهان عبارة التسارع المطلق بدلالة التسارع النسبي ثم أعط عبارة كل حد في العلاقة في الحالة العامة. **ب-** متى يكون $\overrightarrow{\gamma_c} = \vec{0}$. **ج-** متى يكون $\overrightarrow{\gamma_e} = \vec{0}$ ، كيف نسمي المعلم في هذه الحالة.

التمرين الثاني (6نقاط): نقطة مادية M كتلتها m تتحرك فوق مسار دائري أملس (من دون احتكاك) نصف قطره R تحت تأثير قوة الثقل.

1- تترك النقطة M بدون سرعة ابتدائية في النقطة A (انظر الشكل 1).

ا- حدد عند النقطة الكيفية M القوى المنتجة للعمل والقوى غير المنتجة للعمل. **ب-** إذا علمت أن الانتقال العنصري في الإحداثيات القطبية يكتب من الشكل : $\overrightarrow{dl} = d\rho\overrightarrow{U_\rho} + \rho d\theta\overrightarrow{U_\theta}$ ، اكتب عبارة العمل العنصري ثم استنتج العمل المنجز بين الموقعين A و B (B يوجد على نفس الشاقول مع المركز O). **ج-** باستعمال نظرية الطاقة الحركية، استنتج السرعة عند النقطة B.

2- حدد القوى المحافظة ثم استنتج الطاقة الكامنة المشتقة منها. استنتج مرة ثانية قيمة السرعة عند النقطة B باستعمال مبدأ إنحفاظ الطاقة الميكانيكية (الكلية).

3- هل تصل M إلى النقطة C وما هي قيمة السرعة عندها.

التمرين الثالث (12 نقطة): كتلة m معلقة عند النقطة O بخيط عديم الكتلة طوله L وغير قابل للتمدد (شكل 2).

في البداية تكون الكتلة عند النقطة A في حالة التوازن ثم تقذف بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0}$، نحدد موقع الكتلة باستعمال الزاوية θ حيث $\theta = (\overrightarrow{0x}, \overrightarrow{OM})$.

1- ما هي جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة الكتلة، أكتب فيها شعاع الموقع.

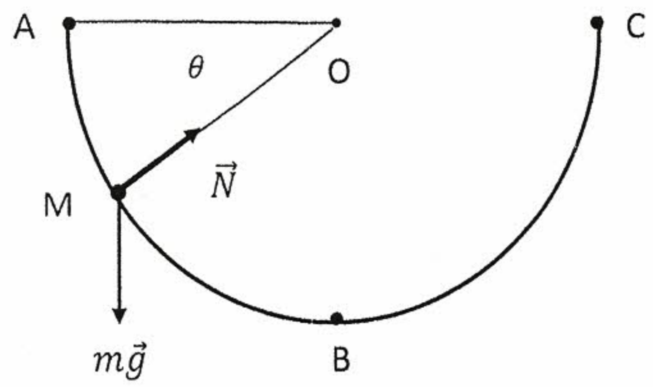
2- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك في هذه الجملة ثم بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$ أو: $\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$. يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$ اي $\dot{\theta}$. استنتج عبارة $\frac{d\theta}{dt}$.

3- أوجد عبارة توتر الخيط T، أين تكون شدته عظمى وصغرى.

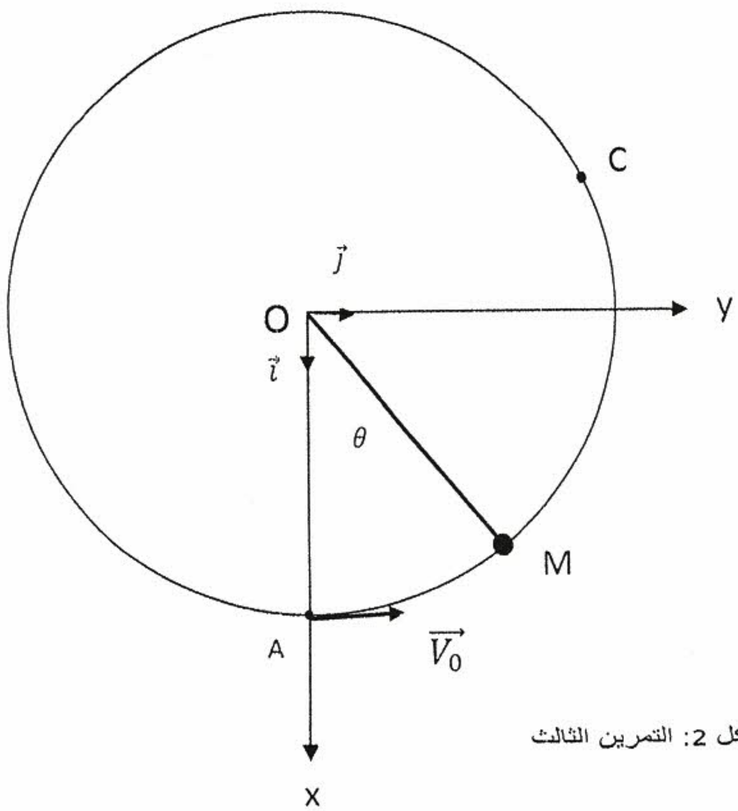
4- ما هي أصغر قيمة للسرعة $\overrightarrow{V_0}$ التي تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة.

5- نفترض أن السرعة $\overrightarrow{V_0} = \sqrt{3gL}\,\vec{j}$. أوجد الزاوية θ_C للنقطة C التي تصبح الحركة بعدها غير دائرية. ما هي عبارة سرعة الكتلة عندها، مثلها على الرسم. كيف تصبح الحركة بعد النقطة C ؟

الشكلان 1 و2 في الصفحة 2 ←



الشكل 1:التمرين الثاني



الشكل 2: التمرين الثالث

تصحيح نموذجي لامتحان الفيزياء 1 . (2011 - 2012)

التمرين الأول : أ -

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c + \vec{\gamma}_r \quad (0,5)$$

مع : $\vec{\gamma}_r = \frac{d^2x'}{dt^2}\cdot\vec{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k}'$ (0,5) ، $\vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega}\wedge\vec{v}_r$ (0,5)

و $\vec{\gamma}_e = \frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2} + \dot{\vec{\omega}}\wedge\vec{O'M} + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{O'M})$ (0,5)

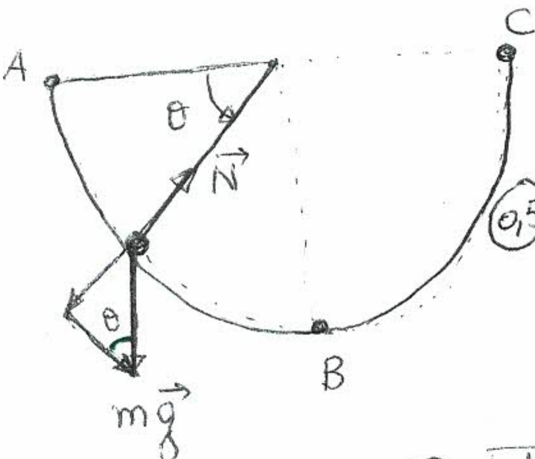
ب - $\vec{\gamma}_c = \vec{0} \Leftarrow$ (0,5)
- $\vec{v}_r=\vec{0}$ أي النقطة M ثابتة في المرجع النسبي.
- $\vec{\omega}=\vec{0}$ أي المرجع النسبي لا يدور في المرجع المطلق

ج - $\vec{\gamma}_e=\vec{0} \Leftarrow$
- $\vec{\omega}=\vec{0}$ أي $\vec{\gamma}_c=\vec{0}$ و $\frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2}=\vec{0}$ (0,5)
- $\vec{\omega}=\vec{0}$ تعني أن حركة المرجع النسبي إنسحابية بالنسبة للمرجع المطلق (0,5) و $\frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2}=\vec{0}$ تعني أن الحركة الإنسحابية مستقيمة منتظمة. أي

(0,5) $\Leftarrow \vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r$

المرجع النسبي هو إذن مرجع عطالي (غاليلي) مثل المرجع المطلق.

التمرين الثاني :



1 - أ - $\vec{N}$ عمودية على المسار ⇐ غير منتجة للعمل. (0,5)

$m\vec{g}$ غير عمودية على المسار ⇐ منتجة للعمل (0,5)

ب - $\boxed{dW = m\vec{g}\cdot d\vec{l}}$ (0,5) مع :

$$\begin{cases} d\vec{l} = R\,d\theta\cdot\vec{u}_\theta \\ m\vec{g} = mg\sin\theta\cdot\vec{u}_\rho + mg\cos\theta\cdot\vec{u}_\theta \end{cases}$$

إذن :

$$(0,5) \quad \boxed{dW = mgR\cos\theta\cdot d\theta}$$

العمل المنجز بين A و B هو :

$$W_{A\to B} = \int_{(C)\,A}^{B} mgR\cos\theta\,d\theta$$

$$(0,5) \quad W_{A\to B} = \int_0^{\pi/2} mgR\cos\theta\,d\theta = mgR\left[\sin\theta\right]_0^{\pi/2} = mgR$$

ج-

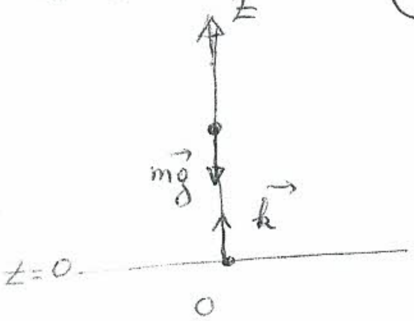
$$W_{A\to B} = E_c(B) - E_c(A) = E_c(B) \quad [v_A = 0]$$

(0,5)

$$W_{A\to B} = \frac{1}{2} m v_B^2 = mgR$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gR}}$$ (0,5)

2- القوه المحافظة هي قوة الجاذبية $m\vec{g}$ (0,5). الطاقة الكامنة المشتقة منها هي: $E_p = mgz$ (0,5) حيث z هو ارتفاع الكتلة m عن سطح الأرض.



بالنسبة للمحور الشاقولي $\vec{Oz}$: $m\vec{g} = -mg\vec{k}$

$m\vec{g}$ محافظة $\Leftarrow$ $m\vec{g} = -\vec{grad}\,E_p$

أو: $m\vec{g}\cdot\vec{dl} = -\vec{grad}\,E_p\cdot\vec{dl}$

$$-mg\,dz = -dE_p$$

أي: $\int dE_p = \int mg\,dz$ (0,5) أو: $E_p = mgz + c$

وعندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة عند $z=0$، لدينا: $\boxed{E_p = mgz}$

بما أن القوة الوحيدة التي تعمل هي $m\vec{g}$ فإن الطاقة الميكانيكية (الكلية) $E = E_p + E_c$ تبقى ثابتة، أي:

(0,5) $E(A) = E(B)$

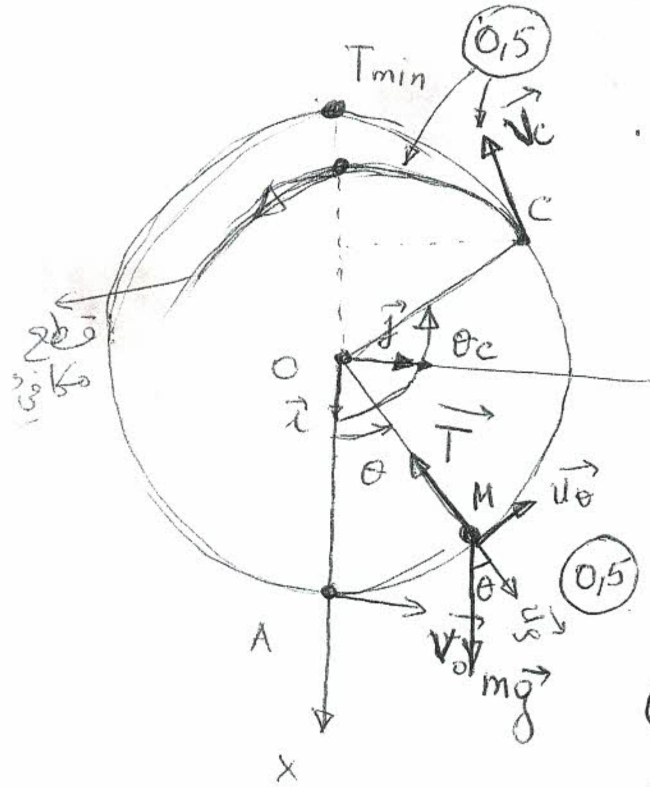
$$mgR + \frac{1}{2} m \underbrace{v_A^2}_{0} = \frac{1}{2} m v_B^2 + \underbrace{E_p(B)}_{0} \Longrightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2gR}}$$ (0,5)

3- لكي تصل M إلى C لابد أن تكون $E(A) = E(B) = E(C)$ (0,5)

أي: $\frac{1}{2} m v_B^2 = mgR + E_c(C)$ $\Rightarrow$ $E_c(C) = 0$ (0,5) $\left(E_c = \frac{1}{2} m v^2 \geq 0\right)$

إذن M تصل إلى C وتنعدم السرعة عندها.

التمرين الثالث:



1 - جملة الإحداثيات المناسبة هي القطبية.

0,5 $\rho = L$ ، $\theta = (\vec{OX}, \vec{OM})$

0,5 $\vec{OM} = L . \vec{u_\rho}$

2 - القانون الأساسي للتحريك يكتب:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{\gamma}$$ 0,5

مع: 0,5 $\vec{T} = -T . \vec{u_\rho}$

0,5 $m\vec{g} = mg\cos\theta . \vec{u_\rho} - mg\sin\theta . \vec{u_\theta}$

0,5 $\vec{\gamma} = -L\dot{\theta}^2 . \vec{u_\rho} + L\ddot{\theta} . \vec{u_\theta}$

ونستنتج المعادلتين:

0,5 $$\begin{cases} mg\cos\theta - T = -mL\dot{\theta}^2 \ (1) \rightarrow \vec{u_\rho} \\ -mg\sin\theta = mL\ddot{\theta} \ (2) \rightarrow \vec{u_\theta} \end{cases}$$

المعادلة التفاضلية للحركة (2) يمكن أن تكتب: $L\ddot{\theta} = -g\sin\theta$

أو: 0,5 $L\dfrac{d\dot{\theta}}{dt} = -g\sin\theta$. جداء طرفي المعادلة التفاضلية

في $\dfrac{d\theta}{dt}$ أي $\dot{\theta}$ يعطينا:

$$L\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{dt} = -g\sin\theta . \frac{d\theta}{dt}$$

أو: 0,5 $L\dot{\theta}\, d\dot{\theta} = -g\sin\theta\, d\theta$. ونحصل على معادلة تفاضلية مفصولة المتغيرات θ و $\dot{\theta}$. إذن:

$$L\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\, d\dot{\theta} = -g\int_0^{\theta} \sin\theta\, d\theta$$

$\dot{\theta}_0$ هي السرعة الزاوية الابتدائية.

بحيث: $V_0 = L\dot{\theta}_0$ 0,25 لأن: 0,25 $V = L\dot{\theta}$

وعند تكامل نحصل على:

$$\frac{L}{2}[\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2] = g[\cos\theta - 1]$$

إذن: $\boxed{L\dot{\theta}^2 = L\dot{\theta}_0^2 + 2g[\cos\theta - 1]}$ أو: $\boxed{V^2 = V_0^2 + 2Lg[\cos\theta - 1]}$ 0,5

3- من المعادلة (1) نحصل على:

$$T = mg\cos\theta + mL\dot{\theta}^2$$

$$T = mg\cos\theta + \frac{mV^2}{L} = \frac{mV_0^2}{L} + mg[3\cos\theta - 2]$$

$$\boxed{T = \frac{mV_0^2}{L} + mg[3\cos\theta - 2]} \quad 1$$

• $T_{min} = \frac{mV_0^2}{L} - 5mg$ (0,5) ونحصل عليها لما $\cos\theta = -1$ أي $\theta = \pi$ (0,5)

أي عندما تصل M إلى أعلى الدائرة.

• $T_{max} = \frac{mV_0^2}{L} + mg$ (0,5) ونحصل عليها لما $\cos\theta = 1$ أي لما $\theta = 0$ (0,5)

أي عندما تكون M في أسفل الدائرة أي في A.

4- للحصول على حركة دائرية لـ M لابد أن تكون $T_{min} \geq 0$ (0,5). أصغر قيمة لـ $\vec{V_0}$ تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة هي لما $T_{min} = 0$.

أي:

$$\frac{mV_0^2}{L} = 5mg \Rightarrow \boxed{\vec{V}_{0\,min} = \sqrt{5Lg}\cdot\vec{j}} \quad (0,5)$$

5- $\vec{V_0} = \sqrt{3Lg}\cdot\vec{j}$ ⇐ أن الكتلة لا تكمل الدائرة ونحصل على $T=0$ قبل وصول M إلى أعلى الدائرة أي في النقطة C.

$T = 0$ ⇐

$$V_0^2 = -mgL[3\cos\theta_c - 2]$$ أو

$$3Lg = -mg[3\cos\theta_c - 2]$$

إذن: $\boxed{\cos\theta_c = -1/3}$ (0,5) و

$$V_c^2 = 3Lg + 2Lg[\cos\theta_c - 1]$$

أي: $V_c = \sqrt{\frac{5}{3}Lg}$ (0,5) أي: $\vec{V_c} = \sqrt{\frac{5}{3}Lg}\cdot\vec{u_\theta}$

عند النقطة C تصير $T = 0$ وتصبح M تحت تأثير $m\vec{g}$
فقط . إذن تتعرض لسقوط حر بسرعة إبتدائية $\vec{V}_C$.
إذن مسار حركة الكتلة بعد C هو عبارة عن قطع
مكافئ قمته توجد على مسافة أقل من $2L$
بالنسبة للنقطة A .

0,5