الامتحان الأول في الميكانيك

- التمرين 01: (04 نقاط)

1- أعط تعريفا دقيقا للحركة ذات التسارع المركزي، وأذكر خواصها، و أذكر مثالين لها

2- أعط عبارة العمل الميكانيكي المنجز من طرف قوة $\vec{F}$ ، ثم برهن علاقة نظرية الطاقة الحركية.

3- عرف القوة المحافظة، و اذكر خواصها ثم بين كيف نفرق بينها وبين قوة غير محافظة

4- متى نتكلم على مبدأ إنحفاظ الطاقة الميكانيكية

- التمرين 02: (09 نقاط)

المعادلة الزمنية لحركة نقطة مادية في الإحداثيات الديكارتية تكتب :

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t)e^{t} \\ y(t) = \sin(t)e^{t} \\ z(t) = e^{t} \end{cases}$$

1- هل المسار مغلق أم مفتوح

2- أحسب شعاع السرعة و طويلته، استنتج مركبات شعاع الواحدة المماسي $\overrightarrow{U_T}$

3-أحسب شعاع التسارع و طويلته

4-أحسب التسارع المماسي و التسارع ألناظمي، ثم أستخرج نصف قطر الانحناء

5- أحسب طول المسار المقطوع خلال الفاصل الزمني **$(0\ ,\ T)$.**

- التمرين 03: (09 نقاط)

جسم متحرك كتلته m يسقط بدون احتكاك عبر سكة ($ABMC$) :

1- الفرع (AB) : حدد القوى المؤثرة ثم استنتج سرعته عند النقطة (B)

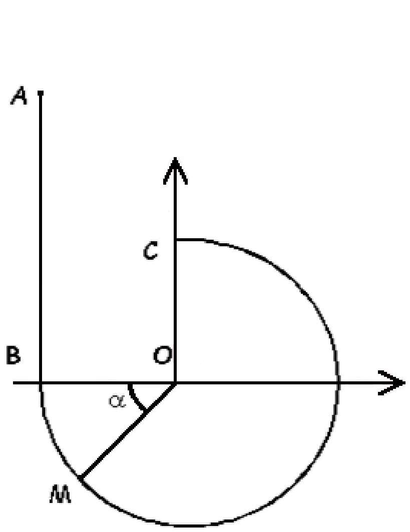
2- الفرع (BMC) : حدد عند النقطة (M) مجموع القوي المؤثرة في الجسم، ثم أكتب قانون نيوتن وأسقطه على الاتجاهين $\vec{U}_T$ و $\vec{U}_N$

3- كامل معادلة السرعة باستعمال العلاقة بين V و الزاوية α ، ثم استنتج عبارة السرعة و رد الفعل ألناظمي بدلالة الزاوية α

4- أحسب السرعة عند النقطة C

5- يغادر الجسم السكة عند النقطة C، حدد طبيعة المسار و استخرج معادلته بدلالة إحداثيات النقطة C

ت.ع: $AB= 1\ m$ ، $OB=r=50\ cm.$ ، $g=10\ ms^{-2}$



(1)

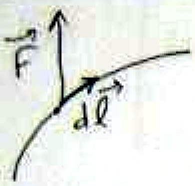
حل إمتحان الميكانيك

- التمرين 01 :- (0.25)

1)- هي حركة يكون إتجاه التسارع دائما نحو نقطة ثابتة C هي مركز التسارع

* خواص الحركة : - في حالة $O\equiv C$ لدينا $\vec{OM}\wedge\vec{V}=\vec{0}$
- الحركة مستوية ، - العزم الحركي ثابت (0.5)
- سرعة المسح $V_S=\frac{dS}{dt}$ ثابتة

* أمثلة :- - قوة الجاذبية ، - قوة التأثير الكهربائي (0.25)



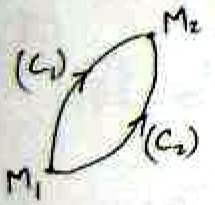
2)- * العمل العنصري $d\vec{W}=\vec{F}\cdot d\vec{l}$ (0.25)

العمل الحصل من $M_1 \to M_2$ (0.25) $W_{M_1\to M_2}=\int_{M_1}^{M_2}\vec{F}\cdot d\vec{l}$

* نظرية الطاقة الحركية : لدينا $\vec{F}=m\vec{\gamma}=m\frac{d\vec{V}}{dt}$ ، $d\vec{l}=\vec{V}\cdot dt$ نعوض

$$dW=m\frac{d\vec{V}}{dt}\cdot\vec{V}\,dt=m\vec{V}\cdot d\vec{V}=d\left(\frac{m\vec{V}^2}{2}\right)=dE_c \quad (0.25)$$

بين $M_1 \to M_2$: $W_{M_1\to M_2}=E_c(M_2)-E_c(M_1)$ (0.25)



3)- القوة المحافظة يكون عملها بين M_1 و M_2 مستقلا عن المسلك

(0.25) $$W_{M_1\to M_2}(C_1)=W_{M_1\to M_2}(C_2)$$

- خواصها:

* عبر مسلك مغلق يكون (0.25) $W_{\circlearrowleft}=0$
* تملك دالة أصلية E_p حيث (0.25) $\vec{F}=-\vec{grad}\,E_p$

- القوة المحافظة تحقق العلاقات (0.25) $\frac{\partial F_x}{\partial y}=\frac{\partial F_y}{\partial x}$ ، $\frac{\partial F_x}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial x}$ ، $\frac{\partial F_y}{\partial z}=\frac{\partial F_z}{\partial y}$

4)- عندما تكون القوة محافظة فإن الطاقة الميكانيكية الكلية تبقى محفوظة

$$E_{tot}=E_c+E_p=ct$$

(1)

②

-التمرين 02:-

1) مسار الحركة مفتوح لأن (0,5)

$$\left\{ \lim_{t\to\infty} z(t) = \infty \right\}$$ (0,5)

2)- حساب شعاع السرعة:-

$$\vec{V}(t) = \begin{cases} V_x = (\cos t - \sin t)e^t \\ V_y = -(\cos t - \sin t)e^t \\ V_z = e^t \end{cases}$$ ①

و الطويلة

① $$\begin{cases} \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2+V_y^2+V_z^2} \\ \|\vec{V}\| = e^t\sqrt{3-2\sin t.\cos t} \end{cases}$$

وشعاع الواحدة المماسي:

$$\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \begin{cases} u_x = \dfrac{\cos t - \sin t}{\sqrt{3-2\sin t\cos t}} \\ u_y = -\dfrac{\cos t - \sin t}{\sqrt{3-2\sin t\cos t}} \\ u_z = \dfrac{1}{\sqrt{3-2\sin t\cos t}} \end{cases}$$ ①

3)- حساب شعاع التسارع:-

$$\vec{\gamma}(t) = \begin{cases} \gamma_x = \dfrac{dV_x}{dt} = -2\sin t\, e^t \\ \gamma_y = \dfrac{dV_y}{dt} = 2\sin t\, e^t \\ \gamma_z = \dfrac{dV_z}{dt} = e^t \end{cases}$$ ①

و الطويلة

① $$\begin{cases} \|\vec{\gamma}\| = \sqrt{\gamma_x^2+\gamma_y^2+\gamma_z^2} \\ \|\vec{\gamma}\| = e^t\sqrt{8\sin^2 t+1} \end{cases}$$

-التسارع المماسي:-

$$\left\{ \gamma_T = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt} = 2e^t\frac{\sin^2 t - \sin t\cos t + 1}{\sqrt{3-2\sin t\cos t}} \right\}$$ ①

-التسارع الناظمي:- نجد أن

$$\begin{cases} \|\vec{\gamma}\|^2 = \|\vec{\gamma}_T\|^2+\|\vec{\gamma}_N\|^2 \Rightarrow \|\vec{\gamma}_N\|^2 = \|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2 \\ \|\vec{\gamma}_N\| = e^t\dfrac{\sqrt{12\sin^2 t + 6\sin t\cos t - 8\sin^3 t\cos t - 1}}{\sqrt{3-2\sin t\cos t}} \end{cases}$$ ①

-نصف قطر الانحناء:

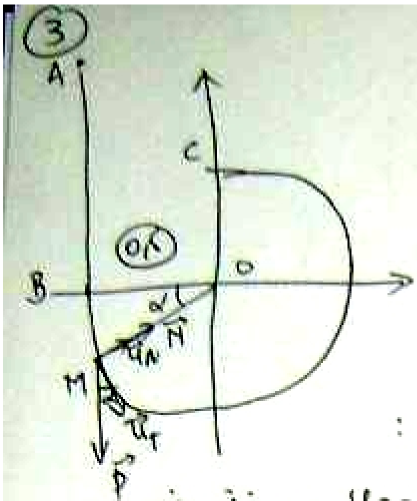
$$\left\{ \rho = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} \Rightarrow \rho = e^t\frac{(3-2\sin t\cos t)^{3/2}}{\sqrt{12\sin^2 t+6\sin t.\cos t-8\sin^3 t\cos t-1}} \right\}$$ (0,5)

5- حساب طول المسار:-

لدينا $ds = \|\vec{V}\|.dt$ (0,25) $\Leftarrow$

$$S = \int_0^T \|\vec{V}\|.dt = \int_0^T e^t\sqrt{3-2\sin t.\cos t}.dt$$ (0,25)

3



- التمرين 03 :

1- الفرع AB : القوة الوحيدة هي الثقل $\vec{P}$ (0,5)

وقانون نيوتن يكتب : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{\gamma}$

بالإسقاط نجد : (0,5) $\vec{\gamma} : \begin{cases} \gamma_x = 0 \\ \gamma_y = -g \end{cases}$

الحركة متسارعة بانتظام لذلك نطبق القانون :

$V_f^2 - V_0^2 = 2\gamma_y (y_f - y_0)$ مع $V_0 = 0$ ، $y_0 = \overline{AB}$ ، $y_f = 0$ ومنه نجد

(0,5) $\left\{ V_f = \sqrt{2g\overline{AB}} = \sqrt{20}\ m/s \right\}$

2- الفرع BMC : القوى المؤثرة هي الثقل $\vec{P}$ ورد الفعل الناظمي $\vec{N}$ (0,25)

قانون نيوتن يكتب (0,25) $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$

بالإسقاط : على $\vec{u}_T$: (0,5) $mg\cos\alpha = m\gamma_T = m\frac{dV}{dt}$ $\boxed{1}$

" : $\vec{u}_N$ (0,5) $N - mg\sin\alpha = m\gamma_N$ $\boxed{2}$

3) من المعادلة $\boxed{1}$ نجد $m\frac{dV}{dt} = mg\cos\alpha$ ، نقسم على m ونضرب

بالمقدار (0,5) $\left\{ R\frac{d\alpha}{dt} = R\omega = V \right\}$ فنجد : $\left\{ V\,dV = Rg\cos\alpha\,d\alpha \right\}$ (0,25)

نكامل بين B $(\alpha = 0)$ (0,25) و M (α) فنجد :

$\int_B^M V\,dV = \int_0^\alpha Rg\cos\alpha\,d\alpha \Leftarrow \left\{ \frac{1}{2}\left[V_M^2 - V_B^2\right] = Rg\left[\sin\alpha - \sin 0\right] = Rg\sin\alpha \right\}$ (0,25)

ونجد في الأخير : $\left\{ V_M = \sqrt{2g(\overline{AB} + R\sin\alpha)} \right\}$ (0,5)

- من المعادلة $\boxed{2}$ نجد : $N = m\gamma_N + mg\sin\alpha = m\frac{V_M^2}{R} + mg\sin\alpha$

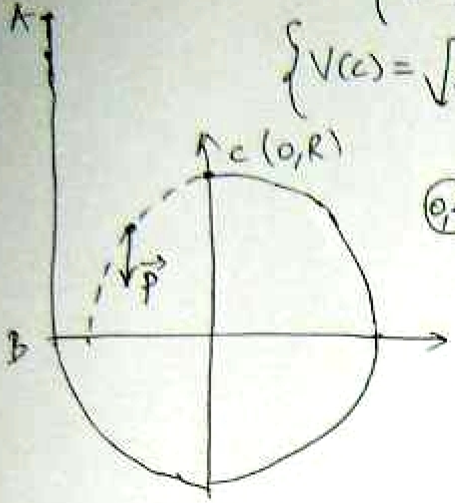
(0,75) $\left\{ N = mg\left[2\frac{\overline{AB}}{R} + 3\sin\alpha\right] \right\}$

4

4)- حساب السرعة عند C :-

عند النقطة (C) $\left\{ \alpha_c = 3\frac{\pi}{2} \quad \text{و} \quad \sin\alpha_c = -1 \right\}$ 0,5

ومنه $\left\{ V(c) = \sqrt{2g(\overline{AB}-R)} = \sqrt{2gR} = \sqrt{10}\,m/s \right\}$ 1



5)- المسار الحر بعد النقطة (C) هو قطع مكافئ مقلوب ذروته عند (C) 0,25

التسارع $\vec{\gamma} \begin{cases} 0 \\ -g \end{cases}$ 0,25 والسرعة $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_c = -\sqrt{2gR} \\ V_y = -gt \end{cases}$ 0,25

وتكون الفاصلة $\begin{cases} x = -\sqrt{2gR}\,.t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + R \end{cases}$ 0,25

ومعادلة المسار نجدها بحذف t

0,5 $$\boxed{y = -\frac{x^2}{4R} + R}$$