الامتحان الأول في الميكانيك

ـ التمرين 01 : (04 نقاط)

أ ـ يعطى المعلمان: المطلق $R(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ و النسبي $R'(o',\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}')$

ـ أكتب العلاقة بين شعاعي الموقع المطلق $\overrightarrow{OM}$ والنسبي $\overrightarrow{O'M}$، ثم استنتج قانون تركيب السرعة مع تحديد كل المقادير

ـ عندما تكون حركة $R'(o',\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}')$ انسحابية بسط القانون السابق، كيف تصبح المقادير السابقة

ب ـ عرف كل من: العمل الميكانيكي، الطاقة الحركية، ثم أستنتج نظرية الطاقة الحركية.

ـ حدد الفرق الأساسي بين قوة محافظة و قوة غير محافظة

ـ متى نتكلم عن الطاقة الكامنة، حدد العلاقة التي توجد بينها و بين القوة.

ـ عرف الطاقة الميكانيكية الكلية، و متى نتكلم عن مبدأ إنحفاظها.

ـ التمرين 02 : (09 نقاط)

نقطة مادية تتحرك على مسارمنحني وفق المعادلتين الزمنيتين:

$$x(t) = 100t^2 - 40t - 1 \quad \text{و} \quad y(t) = 5t - 2$$

1- أستخرج معادلة المسار ثم أرسمه في معلم (Oxy)، ما هي طبيعته، حدد نقطة بداية الحركة و اتجاهها على المسار.

2- أحسب شعاع السرعة و طويلته بدلالة الزمن.

3- أحسب شعاع التسارع و طويلته.

4- أحسب المركبة المماسية للتسارع، ثم استنتج المركبة الناظمية له.

5- عند اللحظة $t = \frac{1}{5}$، استنتج نصف قطر الانحناء، في أي جهة من المسار يقع مركز الانحناء.

ـ التمرين 03 : (09 نقاط)

جسم صلب يمكن اعتباره نقطة مادية كتلته m، ينزلق نحو الأسفل على مستوي مائل زاوية ميله α باحتكاك معامله f.

1- مثل مجموع القوى المؤثرة في الجسم، ثم حدد قيمة الزاوية الصغرى $\alpha_{\min}$ التي تبدأ معها الحركة.

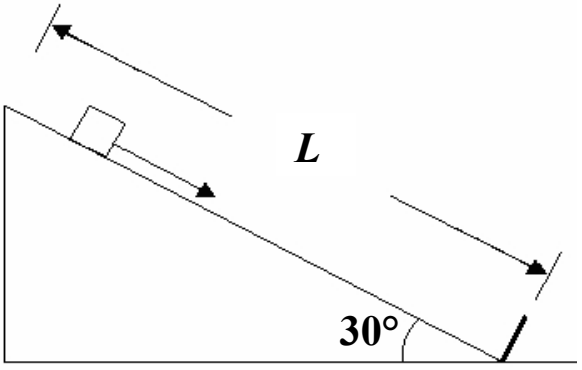
2- نأخذ زاوية ميل: $\alpha = 30°$، أكتب القانون الأساسي للتحريك ثم استخرج عبارة التسارع.

3- ينطلق الجسم من السكون و يقطع مسافة قدرها L، أوجد قيمة السرعة عندها.

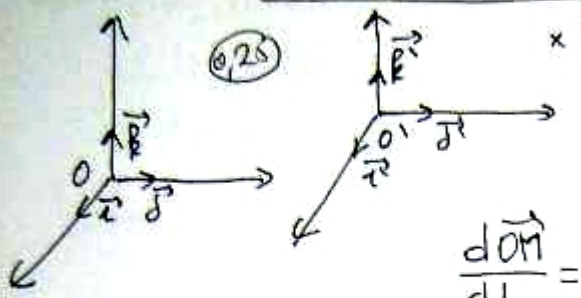
4ـ عند هذه المسافة يصطدم الجسم بحاجز ثابت فيرتد في الاتجاه المعاكس، محافظا على نفس السرعة، أوجد المسافة التي سوف يقطعها حتى يتوقف.

ـ ت.ع.: $L = 10m$ ، $f = 0.2$ ،

$m = 10Kg$ و $g = 10m/S^2$.



(1) # حل إمتحان الميكانيك



- التمرين 02 :-

- أ- (0,25) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$

بالإشتقاق نجد : $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}$

(0,5) $\overrightarrow{V_a} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + x'\frac{d\vec{i}}{dt} + y'\frac{d\vec{j}}{dt} + z'\frac{d\vec{k}}{dt} + \frac{dx'}{dt}\vec{i} + \frac{dy'}{dt}\vec{j} + \frac{dz'}{dt}\vec{k}$

$\overrightarrow{V_e}$ $\overrightarrow{V_r}$

(0,25) $\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_r} + \overrightarrow{V_e}$: السرعة المطلقة $\overrightarrow{V_a}$ ، السرعة النسبية $\overrightarrow{V_r}$ ، السرعة المكتسبة $\overrightarrow{V_e}$

- في حالة حركة إنسحابية للمعلم النسبي يكون لدينا

(0,25) $\boxed{\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_r} + \overrightarrow{V_t}}$ والقانون يصبح : $\boxed{\frac{d\vec{i}}{dt} = \frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{0}}$ (0,25)

حيث السرعة الإنسحابية $\overrightarrow{V_r} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}$ (0,25)

ب- العمل الميكانيكي : $\vec{F}$: القوة ، $d\vec{\ell}$: الإنتقال (0,25) $dW = \vec{F}.d\vec{\ell}$

(0,25) $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{\ell}$: خلال المسلك AB

الطاقة الحركية : (0,25) $E_c = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m}$

نظرية الطاقة الحركية : $\vec{F}.d\vec{\ell} = \frac{d\vec{P}}{dt}.\vec{V}.dt = \vec{V}.d\vec{P}$

$= \frac{\vec{P}}{m}.d\vec{P} = d\frac{\vec{P}^2}{2m} = dE_c$

(0,25) $W_{A\to B} = E_{cB} - E_A$: خلال المسلك AB

- القوة المحافظة: يكون عملها بين A و B مستقلا عن (2) المسلك أو عملها عبر مسلك مغلق يكون معدوماً (0,25)

القوة غير المحافظة: يكون عملها بين A و B متعلقا بالمسلك (0,25) و عملها عبر مسلك مغلق غير معدوم

الطاقة الكامنة: يمكن أن نتكلم عن الطاقة الكامنة عندما تكون القوة محافظة وتكون العلاقة بينهما هي:

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_p \quad \Leftarrow \quad dE_p = -\vec{F}.d\vec{l} \qquad (0,25)$$

الطاقة الميكانيكية الكلية: $E_M = E_c + E_p$ (0,25)

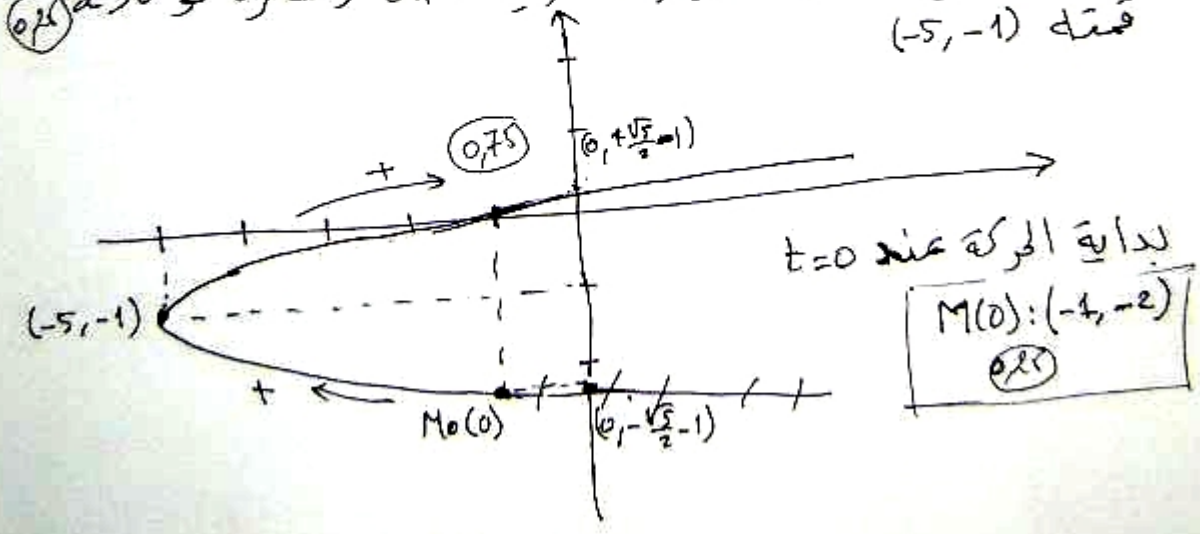
يكون مبدأ إنحفاظ الطاقة الميكانيكية محققاً عندما تكون القوى المؤثرة محافظة

- التمرين 02: -

1- معادلة المسار: - بإختزال الزمن بين المعادلتين نجد

$$x = 4y^2 + 8y - 1 \quad (0,5) \quad \Leftarrow \quad (x+5) = 4(y+1)^2 \quad (0,25)$$

وهو قطع مكافئ محوره موازي لـ OX وتقعره نحو $x>0$ (0,25) قمته $(-5,-1)$



بداية الحركة عند $t=0$

$M(0):(-1,-2)$ (0,25)

(3)

2- حساب شعاع السرعة: نجد بالإشتقاق

$$\vec{V}\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = 200t - 40 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 5 \end{cases} \quad (1)$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 5\sqrt{64(5t-1)^2+1} \quad (1)$$

3- حساب شعاع التسارع: نجد بالإشتقاق:

$$\vec{\gamma}\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = 200 \\ \frac{dV_y}{dt} = 0 \end{cases} \quad (0,75)$$

$$\|\vec{\gamma}\| = 200 \quad (0,25)$$

4- حساب المركبة المماسية للتسارع:

$$\gamma_T = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt} \quad (0,5)$$

$$\gamma_T = \frac{1600(5t-1)}{\sqrt{64(5t-1)^2+1}} \quad (0,5)$$

والمركبة النا ظمية: $\gamma_N^2 = \|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2$ (0,5)

$$\gamma_N = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}$$

$$\gamma_N = \frac{200}{\sqrt{64(5t-1)^2+1}} \quad (0,5)$$

5- حساب نصف قطر الإنحناء: $R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\gamma_N}$ (0,5) $\Leftarrow \gamma_N = \frac{\|\vec{V}\|^2}{R}$

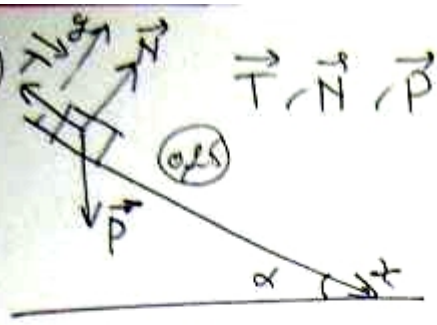
نجد أن $R = \frac{1}{8}\left[64(5t-1)^2+1\right]^{3/2}$ (0,5)

و في حالة $t = \frac{1}{5}$ نجد:

$$R = \frac{1}{8} \quad (0,5)$$

ومركز الإنحناء يقع دائما داخل التقعر بين فرعي القطع (0,5)

- التمرين 03 :- 1- القوى المؤثرة هي $\vec{T}, \vec{N}, \vec{P}$



عند السكون : $\vec{P}+\vec{N}+\vec{T}=\vec{0}$ (0,5)

عند الحركة : $\vec{P}+\vec{N}+\vec{T} \neq \vec{0}$

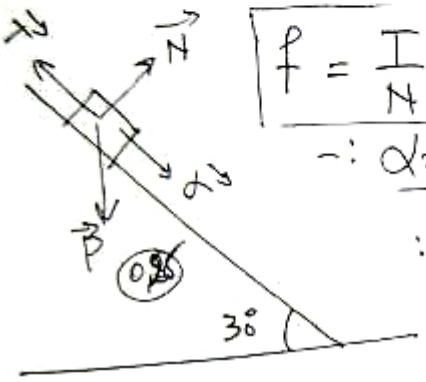
من أجل α_m حصل بالإسقاط

Ox : $mg\sin\alpha_m - T = 0$ (1) (0,25)

مع Oy : $N - mg\cos\alpha_m = 0$ (2) (0,25)

فنجد : $fN = T$ (0,25)

$f = \frac{I}{N} = tg\alpha_m \Rightarrow \alpha_m = 11,31°$ (0,25)



2- القانون الأساسي للتحريك : $\alpha = 30°$

بالإسقاط : $\vec{P}+\vec{N}+\vec{T} = m\vec{\gamma} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ (0,5)

Ox : $mg\sin\alpha - T = m\gamma$ (1) (0,25)

مع Oy : $N - mg\cos\alpha = 0$ (2) (0,25)

بالتعويض : $T = f.N$

$\Leftarrow T = fmg\cos\alpha$ ، $N = mg\cos\alpha$

(1) $\gamma = g[\sin\alpha - f\cos\alpha]$

$\gamma = 3,27\ m/s^2$ (0,25)

3- السارع ثابت و الحركة مسارعة بانتظام، نستعمل القانون :

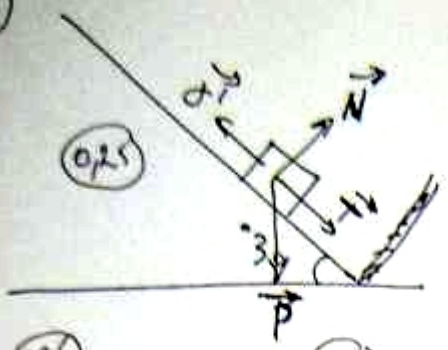
$V_f^2 - V_0^2 = 2\gamma L$ (0,5) مع $V_0 = 0$ (0,25)

$V_f = \sqrt{2\gamma L} \Leftarrow V_f = \sqrt{2Lg[\sin\alpha - f\cos\alpha]}$ (0,5)

$V_f = 8,085\ m/s$ (0,5)

4- عند نهاية الإصطدام يتحرك الجسم نحو الأعلى و قوة الإحتكاك تغير إتجاهها، نعيد تطبيق قانون نيوتن عند الصعود : (0,25)

(5)



(0,25) $\vec{P}+\vec{N}+\vec{T}'=m\vec{\gamma}'$ (0,25)

بالإسقاط على المحورين:

(0,25) $-T'-mg\sin\alpha=m\gamma'$ (1) : Ox

(0,25) $N-mg\cos\alpha=0$ (2) : Oy

(0,5) $\gamma'=-g\left[\sin\alpha+f\cos\alpha\right]$: بالتعويض نجد

(0,25) $\gamma'=-6{,}732\ m/s^2$ ⇐

الحركة متباطئة بانتظام، نطبق نفس القانون:

$V_f'^2-V_f^2=2\gamma' L'$ مع $V_f'=0$

(0,25) $L'=\dfrac{V_f^2}{2g\left[\sin\alpha+f\cos\alpha\right]}$ ⇐ $L'=-\dfrac{V_f^2}{2\gamma}$ ⇐

$L'=\dfrac{tg\alpha-f}{tg\alpha+f}L$ ⇐ (0,25) $L'=4{,}85\ m$