استدراك الميكانيك

- التمرين 01:(08 نقاط)

نقطة مادية تتحرك تحت تأثير حقل كهرومغناطيسي وفق المعادلتين الزمنيتين في جملة الإحداثيات القطبية :

$$\theta = \frac{t}{a} \quad , \quad \rho = \rho_0 e^{-\frac{t}{a}}$$ ، مع a , ρ_0 ثابتان موجبان

1- أرسم المسار في المجال $\theta \in [0, 2\pi]$

2- أحسب شعاع السرعة و مثله على المسار من أجل زاوية θ كيفية، مع رسم أشعة الواحدة $\left(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta}\right)$

3- بين أن الزاوية $\left(\vec{V}, \overrightarrow{U_\theta}\right)$ثابتة و استنتج قيمتها

4- أحسب شعاع التسارع، و بين أن الزاوية $\left(\vec{\gamma}, \overrightarrow{U_N}\right)$ ثابتة ثم استنتج قيمتها

5- أحسب نصف قطر انحناء المسار

- التمرين 02:(08 نقاط)

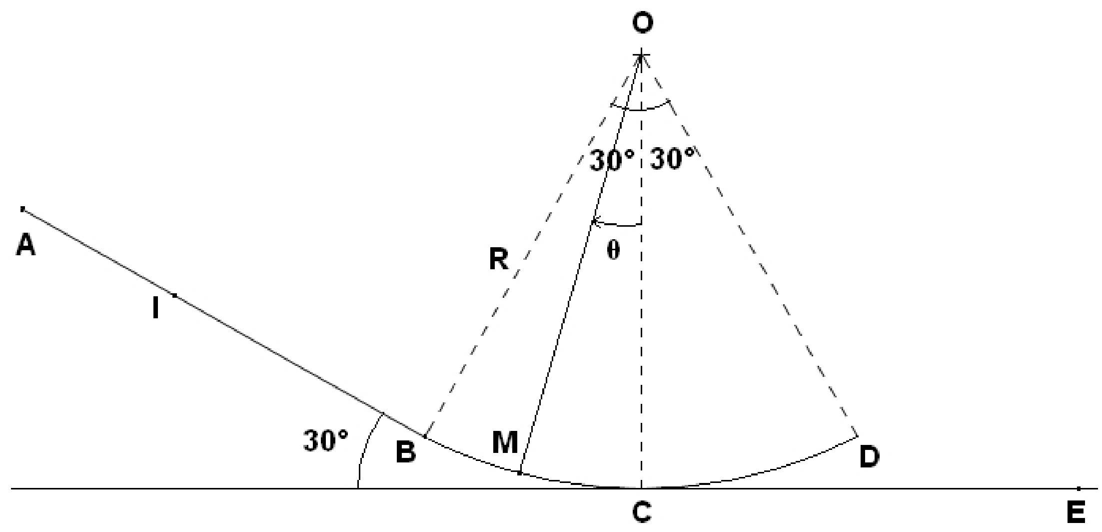
جسم كتلته m ينزلق على المسلك $DEABC$ (أنظر الشكل)، حيث الجزء BA يمثل مستويا زاوية ميله $30°$ و طوله $BA = L$ و يملك معامل احتكاك صلب f ، والجزء CBD يمثل سطحا جانبيا أملسا لأسطوانة مركزها O و نصف قطرها R ، محدودا بزاوية قيمتها $60°$ و يلامس مستوي الأرض عند النقطة C.

1- الجزء BA : - مثل عند النقطة I مختلف القوى المؤثرة في الجسم
- أكتب القانون الأساسي للتحريك و استخرج قيمة التسارع، ثم استنتج قوتي رد الفعل الناظمي و المماسي و كذا رد الفعل الكلي و مثلها على الرسم.
- احسب قيمة السرعة عند نفس النقطة، ثم استنتج قيمتها عند النقطة B.

2- الجزء BCD : - مثل عند النقطةM المحددة بالزاوية $\theta = (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{MO})$ مختلف القوى المؤثرة في الجسم
- أكتب القانون الأساسي للتحريك، ثم أسقطه في معلم الإحداثيات الذاتية $(\overrightarrow{U_T}, \overrightarrow{U_N})$
- أستنتج عبارة كل من التسارع المماسي و رد الفعل الناظمي
- بمكاملة التسارع المماسي، أحسب السرعة عند هذه النقطة، ثم أستنتج عبارتها عند النقطتين C و D

3- الجزء ED :
- يغادر الجسم المسلك و يتحرك في الفراغ، حدد طبيعة الحركة و شكل المسار
- أوجد إحداثيات النقطة $E\ (x,y)$ و قيمة مركبتي السرعة عندها.

ت-ع: $L = R = 10m$ ، $f = 0.1$ ، $m = 10Kg$ ، $g = 9.381 m/S^2$



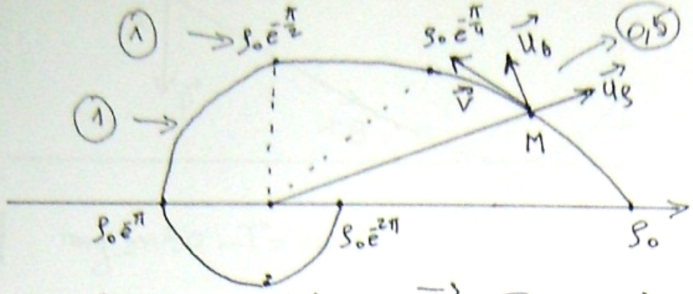
- <u>التمرين 03</u>:(04 نقاط)
- عرف الحركة ذات التسارع المركزي
- باستعمال نظرية العزم الحركي بين أن الحركة مستوية
- حدد الخاصية الأساسية الأخرى
- أعط مثالين فيزيائيين (واقعيين) يكون في أحدهما المسار مغلقا، و في الآخر مفتوحا.

(1)

حل إستدراك الميكانيك

التمرين 01 :-

-1



2- شعاع السرعة : $\vec{OM} = \rho \vec{u}_\rho \Rightarrow \vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ (0,5)

$$\boxed{\vec{V} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta = \frac{\rho_0}{a} e^{-\frac{t}{a}}\left[-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right]} \text{ (0,5)} \Rightarrow \boxed{\|\vec{V}\| = \frac{\rho_0}{a} e^{-\frac{t}{a}}.\sqrt{2}} \text{ (0,25)}$$

3- الزاوية $(\vec{V}, \vec{u}_\theta)$:

$$\text{(0,5)} \boxed{\cos(\vec{V}, \vec{u}_\theta) = \frac{\vec{V}.\vec{u}_\theta}{\|\vec{V}\|.\|\vec{u}_\theta\|} = \frac{V_\theta}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{(\vec{V}, \vec{u}_\theta) = \frac{\pi}{4}} \text{ (0,5)}$$

4- شعاع التسارع :-

$$\text{(0,5)} \boxed{\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{u}_\theta}$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = -2\frac{\rho_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}} \vec{u}_\theta} \text{ (0,5)} \Rightarrow \|\vec{\gamma}\| = 2\frac{\rho_0}{a} e^{-\frac{t}{a}}$$

- الزاوية : $(\vec{\gamma}, \vec{u}_T)$:

$$\boxed{\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right]} \text{ (0,25)}$$

$$\boxed{\cos(\vec{\gamma}, \vec{u}_T) = \frac{\vec{\gamma}.\vec{u}_T}{\|\vec{\gamma}\|.\|\vec{u}_T\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}} \text{ (0,25)} \Rightarrow (\vec{\gamma}, \vec{u}_T) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{(\vec{\gamma}, \vec{u}_N) = \frac{\pi}{4}} \text{ (0,5)}$$

5- نصف قطر الإنحناء :-

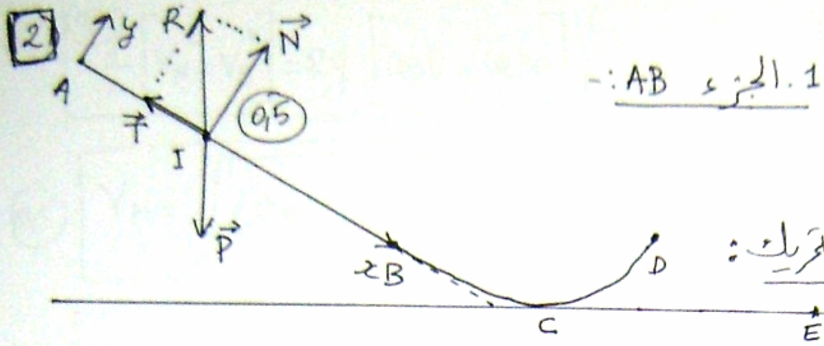
$$\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_T + \vec{\gamma}_N \Rightarrow \|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}$$

$$\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{\|\vec{V}\|^2}{R} \Rightarrow R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} \text{ (0,25)}$$

$$\|\vec{\gamma}_T\| = \left|\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\right| \Rightarrow \boxed{\|\vec{\gamma}_T\| = \frac{\rho_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}}\sqrt{2}} \text{ (0,25)}$$

$$\boxed{\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{\rho_0}{a^2} e^{-\frac{t}{a}}.\sqrt{2}} \text{ (0,25)}$$

$$\boxed{R = \rho_0 e^{-\frac{t}{a}}.\sqrt{2}} \text{ (0,5)}$$



- التمرين 02 :- 1. الجزء AB :-

- القانون الأساسي للتحريك :

(0,5) $\vec{P}+\vec{N}+\vec{T}=m\vec{\gamma}$ بالإسقاط

(1) $mg\sin 30 - T = m\gamma$: OX

(2) $N - mg\cos 30 = 0$: OY

لدينا $T = f.N$

⇐ (0,25) $N = mg\cos 30$ و (0,25) $\gamma = g\left[\sin 30 - f\cos 30\right]$

- الحركة متسارعة بإنتظام (0,25) $\gamma = 4,06\, m/s^2$ و $N = 84,96\, N$ (0,25)

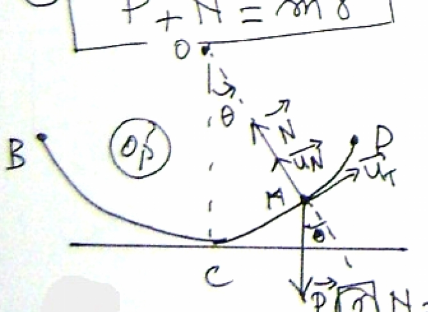
نطبق قانون السرعة : (0,25) $V_I^2 - V_A^2 = 2\gamma \overline{AI}$ ، $V_A = 0$ ، $\overline{AI} = x$ (0,25)

$V_I = \sqrt{2gx\left[\sin 30 - f\cos 30\right]}$ وعند B $x = L$ لنجد أخيرا

(0,25) $V_B = \sqrt{2gL\left[\sin 30 - f\cos 30\right]}$ و (0,25) $V_B = 9,01\, m/s$

2- الجزء BCD :- دون إحتكاك لدينا

(0,5) $\vec{P}+\vec{N}=m\vec{\gamma}$



بالإسقاط

(1) $-mg\sin\theta = m\gamma_T$: $\vec{U_T}$

(0,5)

(2) $N - gm\cos\theta = m\gamma_N$: $\vec{U_N}$

⇐ (1) $\gamma_T = \frac{dV}{dt} = -g\sin\theta$ و (2) $N = mg\cos\theta + m\gamma_N$

- مكاملة المعادلة (1)، نضربها بـ $d\theta$ ⇐ $\frac{dV}{dt}.d\theta = -g\sin\theta\, d\theta$

$V = R\omega$ ، $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ⇐ (0,5) $VdV = -Rg\sin\theta\, d\theta$ ⇐ بالمكاملة

(3) (0,25) $\boxed{\frac{1}{2}\left[V_M^2 - V_B^2\right] = Rg\left[\cos\theta - \cos 30\right]}$ ⇐ $\int_{B}^{M} V\,dV = -Rg\int_{\theta_B}^{\theta_M} \sin\theta\, d\theta$ (0,25)

(0,5) $\boxed{V_M = \sqrt{2Rg\left[\cos\theta + \sin 30 - (1+f)\cos 30\right]}}$ ⇐ نعوض V_B فنجد

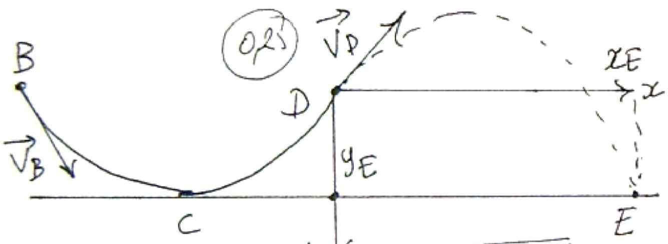
$R = L$

* عند النقطة C : $\theta = 0$ ⇐ (0,25) $\boxed{V_C = \sqrt{Rg\left[3 - (1+f)\sqrt{3}\right]}}$

* عند النقطة D : $\theta = 30°$ ⇐ (0,25) $\boxed{V_D = \sqrt{Rg\left[1 - f\sqrt{3}\right]}}$

$V_B = V_D = 9,01\ m/s$, $V_C = 10,36\ m/s$

3- الجزء DE : عند النقطة D ، شعاع السرعة هو نظير شعاع السرعة عند B ، يصنع زاوية 30° نحو الأعلى وهي حركة قذيفة (0,25)



المسار قطع مكافئ مقلوب (0,25)

لدينا $\vec{\gamma} = \vec{g}$

على OX : $V_x = V_D\cos 30$ (0,25) و $\boxed{x = V_D\cos 30\, t}$ (1)

على OY : $\gamma = g$ ⇐ $V_y = gt + V_D\sin 30$ (0,25) $\boxed{y = \frac{1}{2}gt^2 + V_D\sin 30\, t}$ (2)

عند النقطة E ، $\boxed{y_E = R - R\cos 30}$ نعوض في (2) لنجد الزمن

ثم نجد x_E من المعادلة (1)

(2) ⇐ $t^2 + 0,828t - 0,246$ ⇐ $\boxed{t = 0,232\ s}$

$\boxed{x = 1,81\ m}$ (0,25) , $\boxed{y = 1,34\ m}$ (0,25)

4

-التمرين 03 :-

-تعريف الحركة ذات التسارع المركزي :-

هي حركة يكون فيها التسارع موجهاً دائماً نحو نقطة ثابتة C تسمى بمركز التسارع، إذا اخترنا هذه النقطة كمركز للإحداثيات نجد : (0,5)

$$\vec{\gamma} /\!/ \vec{OM} \quad \text{و} \quad (0,5) \quad \vec{\gamma} \wedge \vec{OM} = 0$$

- نظرية العزم الحركي :-

مشتقة العزم الحركي بالنسبة للزمن تساوي محصلة عزوم القوى المؤثرة في الجملة :

$$(0,25)\ \vec{L} = \vec{OM} \wedge \vec{P} = \vec{OM} \wedge m\vec{V} \quad \text{و} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{F} \ (0,25)$$

$$\vec{F} = m\vec{\gamma} \ \text{و}\ \vec{\gamma}\ \text{مركزي} \Rightarrow \vec{OM} \wedge \vec{\gamma} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \ (0,25)$$

$\Rightarrow \vec{L} = \vec{ct}$ ، أي $\vec{OM}$ و $\vec{V}$ يقعان في المستوي العمودي على $\vec{L}$ ، هذا المستوي ثابت دائماً وبالتالي الحركة مستوية (0,25)

- سرعة المسح ثابتة : $\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}\rho^2\dot{\theta} = \frac{1}{2}\frac{\|\vec{L}\|}{m} = ct$ (1)

- حالة المسار المغلق يكون في حالة قوة الجاذبية، مثل دوران القمر حول الأرض، والمسار المفتوح في حالة القوة الكهربائية بين شحنتين موجبتين أو سالبتين (0,5) (0,5)

الامتحان الاستدراكي في الميكانيك

- التمرين 01: (04 نقاط)

1- تكلم بإيجاز عن قوانين كيبلر التي تصف حركة الكواكب حول الشمس، و أذكر هذه الكواكب

2- من منصة أطلاق صواريخ، تقذف مركبة بسرعة V_0 تصنع زاوية α مع الأفق :

- ناقش بشكل كيفي، حسب قيمة هذه السرعة، مختلف أنواع الحركة الممكنة للمركبة

- التمرين 02: (08 نقاط)

في معلم Oxy نحدد موقع النقطة M بالإحداثيات :

$$y(t) = r(1 - \cos(\omega t)) \quad ، \quad X(t) = r(\omega t - \sin(\omega t))$$

حيث r و ω ثابتان موجبان.

1- استخرج معادلة المسار و مثلها بشكل كيفي على المعلم

2- أحسب مركبات السرعة و التسارع و طويلتيهما

3- أحسب المركبات المماسية و الناظمية للتسارع

4- استنتج عبارة نصف قطر الانحناء

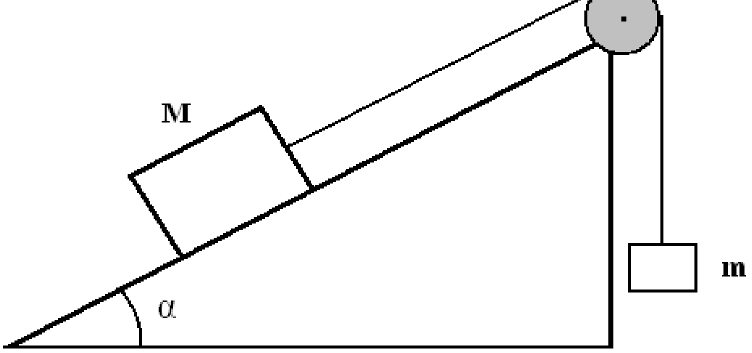
- التمرين 03: (08 نقاط)

جملة مشكلة من كتلتين M و m مرتبطتان بخيط غير قابل للتمدد حسب الشكل أسفل، الكتلة M تنزلق على المستوي المائل بدون احتكاك، و البكرة مهملة الكتلة.

1- من أجل أي قيمة للكتلة m مقارنة مع M ، تكون الجملة في حالة توازن

2- إذا كانت $m = 3M$ ، كيف يكون اتجاه الحركة ؟ أحسب شدة توتر الخيط و قيمة تسارع الكتلتين

ت .ع - نأخذ : $m = 1kg$ و $\alpha = 30°$ و تسارع الجاذبية $g = 10\ m/s^2$



1

حل الإمتحان الإستدراكي في الميكانيك

- التمرين 01 :-

1- قوانين كيبلر ثلاثة :

(0,75) - قانون المدارات :- الكواكب تسير في مدارات إهليجية تقع الشمس في إحدى بؤرتيها

(0,75) قانون المساحات :- شعاع موقع الكوكب بالنسبة للشمس يمسح مساحات متساوية في أزمنة متساوية

(0,75) - قانون الأدوار :- مربع دور حركة كوكب حول الشمس يتناسب مع مكعب نصف القطر الكبير للمدار

$$\frac{T^2}{a^3} = ct$$

الكواكب هي : (0,25) عطارد، الزهرة، الأرض، المريخ، المشتري، زحل، أورانوس، نبتون، بلوتو

2- حركة المركبة حسب قيمة السرعة $\vec{V_0}$ تكون :

(0,5) * السرعة $\vec{V_0}$ ضعيفة : تصعد المركبة ثم تعود وتسقط على الأرض

(0,5) * السرعة $\vec{V_0}$ متوسطة : تصعد المركبة وتستقر في مدار مغلق حول الأرض دون أن تسقط أو تبتعد عن الأرض

(0,5) * السرعة $\vec{V_0}$ كبيرة :- تصعد المركبة وتبتعد عن الأرض بإستمرار لتذهب في الفضاء الخارجي .

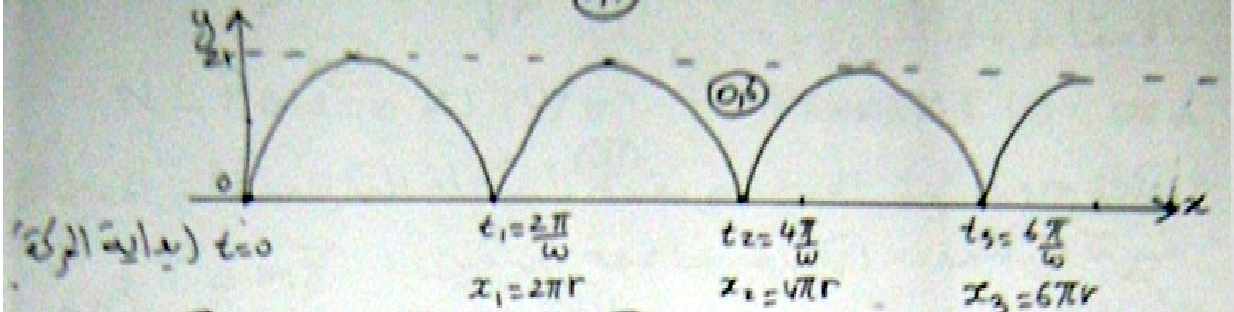
(2)

- التمرين 02:-

1- معادلة المسار:- نجد أن $(x-r\omega t)^2+(y-r)^2=r^2$ (0,5)

(0,5) وهي شكلاً تمثل دائرة نصف قطرها r ومركزها $C(r\omega t, r)$

يتحرك حسب ox بسرعة ثابتة $V_C=r\omega$ (0,5) ، شكل المسار هو:



2- حساب السرعة:- $V_x=\frac{dx}{dt}=r\omega(1-\cos\omega t)$ (0,5) ، $V_y=r\omega\sin\omega t$ (0,5)

وطويلتها: $\|\vec V\|=\sqrt{V_x^2+V_y^2}=r\omega\sqrt{2(1-\cos\omega t)}$ (0,5)

- حساب التسارع:- $\gamma_x=\frac{dV_x}{dt}=r\omega^2\sin\omega t$ (0,5) ، $\gamma_y=\frac{dV_y}{dt}=r\omega^2\cos\omega t$ (0,5)

وطويلته: $\|\vec\gamma\|=\sqrt{\gamma_x^2+\gamma_y^2}=r\omega^2$ (0,5)

3- حساب التسارع المماسي:-

$$\gamma_T=\frac{d\|\vec V\|}{dt}=\frac{r\omega^2\sin\omega t}{\sqrt{2(1-\cos\omega t)}}$$ (0,5) (0,5)

- حساب التسارع الناظمي:-

$$\|\vec\gamma_N\|^2=\|\vec\gamma\|^2-\|\vec\gamma_T\|^2=\frac{1}{2}r^2\omega^4(1-\cos\omega t)$$ (0,5)

$$\|\vec\gamma_N\|=r\omega^2\sqrt{\frac{1}{2}(1-\cos\omega t)}$$ (0,5)

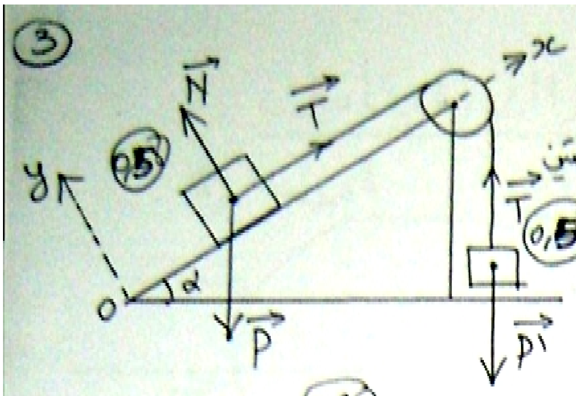
4- حساب نصف قطر الإنحناء:-

$$R=\frac{\|\vec V\|^2}{\|\vec\gamma_N\|}=r\sqrt{\frac{8(1-\cos\omega t)^2}{(1-\cos\omega t)}}=r\sqrt{8(1-\cos\omega t)}$$ (0,25) (0,25)

نضع $1-\cos\omega t=2\sin^2\left(\frac{\omega t}{2}\right)$ (0,25) ومنه نجد

$$R=4r\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$$ (0,25)

3



التمرين 03 :-

1- نطبق المبدأ الأساسي للتحريك على الكتلتين

* الكتلة M :-

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = M\vec{\gamma}$$ 0,5

بالإسقاط على المحورين :

$Ox = : T - P\sin\alpha = M\gamma$ (1) 0,25 ، $Oy = : N - P\cos\alpha = 0$ (2) 0,25

* الكتلة m :- توتر الخيط هو نفسه 0,25 لأن كتلة البكرة مهملة و الخيط غير قابل للتمدد، الكتلة خاضعة لقوتين : $\vec{P'} + \vec{T} = m\vec{\gamma}$ 0,5

بالإسقاط على المحور : $P' - T = m\gamma$ (3) 0,25

نأخذ المعادلتين (1) و (3) والمجهولان هما γ و T

حساب التسارع γ :- نجمع (1) + (3) فنجد : $P' - P\sin\alpha = (M+m)\gamma$

ونجد $$\gamma = \frac{m - M\sin\alpha}{m + M} g$$ 0,5

تبقى الجملة مستقرة عندما $\gamma = 0$ 0,5 $\Leftarrow m = M\sin\alpha$ 0,25 $\Leftarrow m = \frac{1}{2}M$ 0,25

2- $m = 3M$:-

نجد أن التسارع $$\gamma = \frac{3M - M\sin\alpha}{3M + m} g = \left(\frac{3 - \sin\alpha}{4}\right) g$$ 1

حساب التوتر T :-

من المعادلة (3) نجد : $$T = P' - m\gamma = \left(\frac{1 + \sin\alpha}{4}\right) mg$$ 1

ت ع : $$\gamma = \frac{2,5}{4} g = 6,25\, m/s^2$$ 0,75

و $$T = \frac{1,5}{4} . 1 . 10 = 3,75\, N.$$ 0,75

ألإمتحان الاستدراكي في الميكانيك

- التمرين 01 : (08 نقاط)

1- في حالة الإحداثيات ألأسطوانية أكتب :
- عبارة شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$
- أستنتج عبارة السرعة $\vec{V}$ وعبارة التسارع $\vec{\gamma}$

2- الحركة ذات التسارع المركزي :
- عرف الحركة
- بين باستعمال نظرية العزم الحركي أن الحركة مستوية
- حدد الخاصية الأساسية الأخرى
- أعط مثالين يكون في أحدهما المسار مغلقا، و في الآخر مفتوحا.

3- قوانين كيبلر:
- تكلم بإيجاز عن قوانين كيبلر الخاصة بحركة الكواكب حول الشمس
- أذكر هذه الكواكب

- التمرين 02 : (12 نقطة)

تعرف حركة نقطة مادية في الإحداثيات الأسطوانية بالمعادلات الزمنية :

$$z = 2\sqrt{2}r\, e^{\omega t} \quad , \quad \theta = \omega t \quad , \quad \rho = 2r\, e^{\omega t}$$

حيث ω و r ثابتان موجبان.

1- أوجد طبيعة المسار، أرسمه في المجال $\theta \in [0, 2\pi]$

2- اكتب شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ بدلالة أشعة الواحدة الأسطوانية

3- أستخرج المركبات الأسطوانية لشعاع السرعة و أحسب طويلتها.

4- أستخرج المركبات الأسطوانية لشعاع الواحدة المماسي

5- أستخرج المركبات الأسطوانية لشعاع التسارع و أحسب طويلته.

6- أستخرج المركبتين المماسية والناظمية لشعاع التسارع

7- أستنتج نصف قطر الانحناء

8- أحسب طول المسار ألذي تقطعه النقطة المادية خلال الفاصل الزمني [0 ، τ]

①

حل الإمتحان الإستدراكي في الميكانيك

- التمرين 01 :-

1)- * عبارة شعاع الموقع : (0.5) $\overrightarrow{OM} = \rho\,\vec{u}_\rho + z\,\vec{k}$

* " " السرعة : (1) $\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta + \dot{z}\,\vec{k}$

* " " التسارع : $\vec{\gamma} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{V}}{dt}$

(1) $= (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\,\vec{u}_\theta + \ddot{z}\,\vec{k}$

2)- الحركة ذات التسارع المركزي :-

* تعريف الحركة : هي حركة تكون فيها شعاع التسارع متجه دائماً نحو نقطة ثابتة "C" نسميها مركز التسارع ، إذا أخذنا هذا المركز (0.5) كمركز للإحداثيات "C≡O" نجد أن : $\vec{\gamma} \wedge \overrightarrow{OM} = \vec{0}$

* نظرية العزم الحركي : العزم الحركي : (0.25) $\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P}$

حيث $\vec{P} = m\vec{V}$ هي كمية الحركة ، بإشتقاق $\vec{L}$ بالنسبة للزمن

(0.25) $\frac{d\vec{L}}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$ ، حيث $\vec{F}$ هي محصلة القوى المؤثرة

إذا كان العزم $\vec{L}$ ثابت : $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0} \Leftarrow$ (0.25) $\overrightarrow{OM} \wedge \vec{\gamma} = \vec{0}$

وتكون الحركة ذات تسارع مركزي (0.25)

كذلك $\vec{L} = ct \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \wedge \vec{V} = c\vec{t}$ أي أن $\vec{V}$ و $\overrightarrow{OM}$ توجدان (0.5) دائماً داخل المستوي العمودي على $\vec{L}$ وهو ما يعني أن الحركة مستوية

* الخاصية الأساسية الأخرى : سرعة المسح وهي تمثل المساحة التي يمسحها شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ خلال وحدة الزمن وهي تكتب (0.25)

$$v_s \overset{(0.25)}{=} \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{OM} \wedge \vec{V}\| = \frac{1}{2m}\|\vec{L}\| \quad (0.25)$$

بما أن $\vec{L}$ ثابت فإن سرعة المسح تكون ثابتة (0.25)

2

- مثالان :-

0,25

0,25

* المسار مغلق : دوران الأرض حول الشمس

* المسار المفتوح : تنافر شحنتين كهربائيتين واحدة ثابتة

---

3) - قوانين كيبلر :

0,5

* قانون المدارات : مدار الكوكب حول الشمس عبارة عن إهليج تقع الشمس في إحدى بؤرتيه

0,5

* قانون المساحات : شعاع الموقع الذي يصل الكوكب بالشمس يمسح مساحات متساوية في أزمنة متساوية

0,5

* قانون الدوران : مربع زمن دورة كاملة للكوكب حول الشمس متناسب مع مكعب نصف القطر الكبير : $\frac{T_1^2}{a_1^3}=\frac{T_2^2}{a_2^3}=\frac{T_3^2}{a_3^3}=ct$

- أسماء الكواكب :- 0,5

عطارد (Mercure)، الزهرة (Venus)، الأرض، المريخ (mars)

المشتري (Jupiter)، زحل (Saturne)، أورانوس، نبتون، بلوتو.

- التمرين 02 :

0,5

1) - معادلة المسار :- $\rho=2re^{\theta}$ ، $z=2\sqrt{2}re^{\theta}$ و $z=\sqrt{2}.\rho$

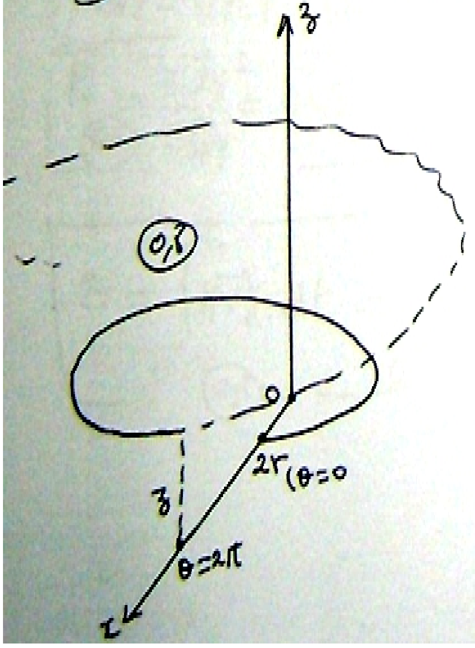
هي عبارة عن مسار لولبي أسي تصاعدي متباعد له نصف القطر ρ متناسب مع الإرتفاع z .

0,5

t	0	$\frac{\pi}{4}$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π	$3\pi/2$	2π
θ	0	$\omega\pi/4$	$\omega\frac{\pi}{2}$	$\frac{3}{4}\omega\pi$	$\omega\pi$	$\frac{3}{2}\omega\pi$	$2\omega\pi$
ρ	$2r$	$2re^{\frac{\omega\pi}{4}}$	$2re^{\theta}$	$2re^{\theta}$	$2re^{\theta}$	$2re^{\theta}$	$2re^{2\omega\pi}$
z	$2\sqrt{2}r$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$

0,5

0,5



(3)

2)- شعاع الموقع : $\boxed{\vec{OM} = \rho\,\vec{u}_\rho + z\,\vec{k} = (2re^{\omega t})\,\vec{u}_\rho + (2\sqrt{2}\,re^{\omega t})\,\vec{k}}$ (0,5)

3)- مركبات شعاع السرعة :

$$\boxed{\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \omega(2re^{\omega t})\left[\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta + \sqrt{2}\,\vec{k}\right]}$$ (0,5) (0,5)

حيث : $V_\rho = \omega(2re^{\omega t})$ ، $V_\theta = \omega(2re^{\omega t})$ و $V_z = \omega(2\sqrt{2}\,re^{\omega t})$ (0,5)

* طويلة السرعة :- $\boxed{\|\vec{V}\| = \sqrt{V_\rho^2 + V_\theta^2 + V_z^2} = 4r\omega e^{\omega t}}$ (0,5)

4)- مركبات شعاع الواحدة المماسي :-

$$\boxed{\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{2}\left[\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta + \sqrt{2}\,\vec{k}\right]}$$ (0,25) (0,5)

حيث : $u_{T\rho} = \frac{1}{2}$ ، $u_{T\theta} = \frac{1}{2}$ ، $u_{Tz} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (0,25)

5)- مركبات شعاع التسارع :-

$$\boxed{\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \omega^2(2re^{\omega t})\left[2\vec{u}_\theta + \sqrt{2}\,\vec{k}\right]}$$ (0,5) (0,5)

حيث : $\gamma_\rho = 0$ ، $\gamma_\theta = 4r\omega^2 e^{\omega t}$ ، $\gamma_z = 2\sqrt{2}\,\omega^2 re^{\omega t}$ (0,5)

* طويلة التسارع :- $\boxed{\|\vec{\gamma}\| = \sqrt{\gamma_\rho^2 + \gamma_\theta^2 + \gamma_z^2} = 2\sqrt{6}\,r\omega^2 e^{\omega t}}$ (0,5)

6)- المركبة المماسية للتسارع :- $\boxed{\|\vec{\gamma}_T\| = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt} = 4r\omega^2 e^{\omega t}}$ (0,5) (0,5)

* المركبة الناظمية للتسارع :- $\boxed{\|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2} = 2\sqrt{2}\,r\omega^2 e^{\omega t}}$ (0,5) (0,5)

7)- نصف قطر الإنحناء :- $\boxed{R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} = 4\sqrt{2}\,re^{\omega t}}$ (0,5) (0,5)

8)- طول المسار المقطوع :-

$$\boxed{S = \int_0^{\tau} \|\vec{V}\|\,dt = \int_0^{\tau} 4r\omega e^{\omega t}\,dt = 4r\left[e^{\omega\tau} - 1\right]}$$ (0,5) (1)

2012 / 2011

يوم 2012-04-05

جامعة منتوري قسنطينة

قسم الفيزياء (سنة أولى LMD)

الإمتحان الإستدراكي في الفيزياء 1

التمرين الأول (10 نقاط): في جملة الإحداثيات القطبية $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ ، تتحرك نقطة مادية وفق المعادلات الوسيطية :

$\rho = a . e^{-\omega t}$ و $\theta = \omega t$ ، حيث a و ω ثابتان موجبان و t معامل الزمن.

(1) 1- اعط معادلة المسار في الإحداثيات القطبية ثم ارسمه.

(2) 2- أوجد عبارة شعاع السرعة في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ وطويلته ثم بين أن الزاوية $(\vec{V}, \overrightarrow{U_\theta})$ ثابتة.

(1) 3- أوجد عبارة شعاع التسارع في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$.

(2) 4- أوجد عبارة التسارع المماسي γ_t ثم الشعاع $\overrightarrow{\gamma_t}$ في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$، هل الحركة متسارعة أم متباطئة؟

(2) 5- استنتج عبارة التسارع الناظمي $\overrightarrow{\gamma_n}$ في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ ثم بين أن الزاوية $(\vec{\gamma}, \overrightarrow{U_n})$ ثابتة.

(1) 6- أوجد عبارة نصف قطر الانحناء بدلالة θ و a.

(1) 7- أوجد عبارة الفاصلة المنحنية $S(t)$ ثم استنتج طول المسار الذي تسلكه النقطة المادية.

التمرين الثاني (10 نقاط): تتحرك نقطة مادية على المسار (OAB) الممثل في الشكل.

الجزء الأول : المسلك OA مستقيم طوله L (OA=L) والنقطة المتحركة تنطلق من O بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{V_0} = V_0\vec{\imath}$ مع وجود احتكاك معامله f.

(1.5) 1- مثل مجموع القوى التي تؤثر على النقطة المادية. كيف هو اتجاه رد الفعل $\vec{R}$ ؟

(2.5) 2- اكتب معادلة الحركة في نقطة كيفية M_1 من المسار ثم استنتج عبارتي التسارع والسرعة في M_1. ما هي طبيعة الحركة؟ استنتج السرعة عند النقطة A.

الجزء الثاني: المسلك AB عبارة عن ربع دائرة نصف قطرها R تتم الحركة فوقه من دون احتكاك.

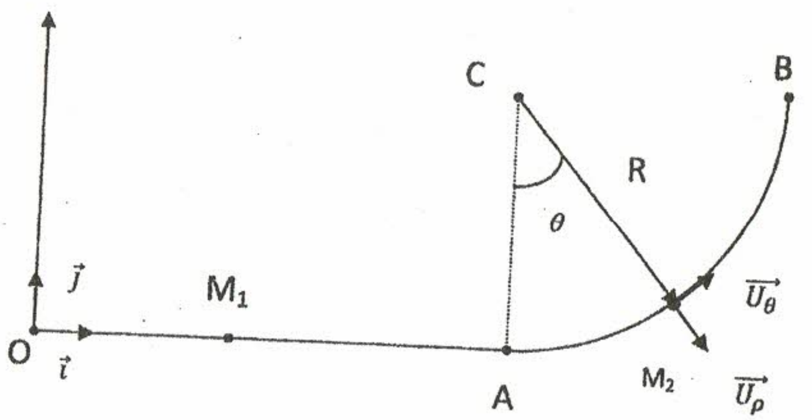
(0,5) 1- مثل مجموع القوى التي تؤثر على النقطة المادية في M_2 .

(1.5) 2- اكتب معادلة الحركة باستعمال جملة الإحداثيات القطبية $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ ذات القطب C.

(2) 3- اكتب المعادلة التفاضلية للحركة ثم استنتج عبارة السرعة في M_2. يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$ أي $\dot{\theta}$.

(1) 4- استنتج قوة رد الفعل N.

(1) 5- ما هي قيمة السرعة الابتدائية $\overrightarrow{V_0}$ حتى تتجاوز النقطة المتحركة النقطة B. في هذه الحالة كيف تكون الحركة بعد B.



التمرين الثالث: ما هي العلاقات الصحيحة في الحالات التالية:

1- $\vec{F}$ حقل قوة ، W عمل هذه القوة و E_c الطاقة الحركية للنقطة التي تتعرض لهذه القوة.

(A)- $dW = Fdl$ (B)- $dW = \vec{F}.\vec{dl}$ (C)- $dW = F.cos(\vec{F},\vec{dl}).dl$ (D)- $W_A^B = E_c(A) - E_c(B)$

$-0{,}5$ $0{,}5$ $0{,}5$ $-0{,}5$

2- $\vec{F}$ قوة محافظة و E_p الطاقة الكامنة لهذه القوة.

(A) - $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p$ (B)- $dW = dE_p$ (C)- $W_A^B = E_p(A) - E_p(B)$

(D)- $\int_{A,(C1)}^{B} \vec{F}\vec{dl} \neq \int_{A,(C2)}^{B} \vec{F}\vec{dl}$

$0{,}5$ $-0{,}5$ $0{,}5$ $-0{,}5$

3- تتعرض كتلة m الى قوة من الشكل $\vec{F} = -kx\vec{i}$.

(A)- $F = -\frac{dE_p}{dx}$ (B)- $E_p = kx^2$ (C)- $E_p = 1/2kx^2$ (D)- $E_p + E_c = Cte$

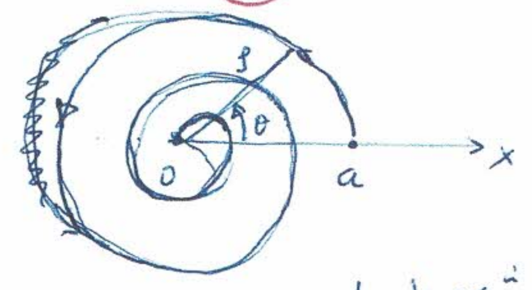
(E)- $E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B)$

$0{,}5$ $-0{,}5$ $0{,}5$ $0{,}5$ $0{,}5$

كل علاقة صحيحة تساوي نصف نقطة وعلاقة خاطئة ناقص نصف نقطة

الإمتحان الإستدراكي فيزياء 1.

0.5



شكل المسار.

التمرين الأول:

1. معادلة المسار هي: $\rho = a e^{-\theta}$ (0,5)

2- $\vec{v}(M) = \dfrac{d\vec{OM}}{dt}$ (0,5) , $\vec{OM} = \rho\cdot\vec{u}_\rho = a e^{-\omega t}\cdot\vec{u}_\rho$

$$\vec{v}(M) = a\omega e^{-\omega t}\left(-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{2}\cdot a\omega e^{-\omega t} \quad (0,5)$$

$$\vec{v}\cdot\vec{u}_\theta = a\omega e^{-\omega t} = \|\vec{v}\|\cdot\cos(\vec{v},\vec{u}_\theta) \Rightarrow \cos(\vec{v},\vec{u}_\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \pi/4. \quad (0,5)$$

3. $$\vec{\gamma} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -2a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\vec{u}_\theta \quad (1)$$

4- الحركة متباطئة

$$\gamma_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = -\sqrt{2}a\omega^2 e^{-\omega t} \quad (0,5), \quad \gamma_t < 0 \Rightarrow \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}_t = \gamma_t\cdot\vec{u}_T, \quad \vec{u}_T = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}_t = -\sqrt{2}a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right) = a\omega^2 e^{-\omega t}\left(\vec{u}_\rho - \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

5. $$\vec{\gamma}_N = \vec{\gamma} - \vec{\gamma}_t = -2a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\vec{u}_\theta - a\omega^2 e^{-\omega t}\left(\vec{u}_\rho - \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}_n = -a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\left[\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right] \quad (0,5)$$

$$\vec{u}_n = \frac{\vec{\gamma}_n}{\|\vec{\gamma}_n\|} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right). \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}\cdot\vec{u}_n = -2a\omega^2 e^{-\omega t}\times -\frac{\sqrt{2}}{2} = \|\vec{\gamma}\|\cdot\cos(\vec{\gamma},\vec{u}_n)$$

(0,5)

$$\cos(\vec{\gamma},\vec{u}_n) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

-6 $$\|\vec{\gamma}_n\| = \cancel{\frac{v^2}{R}} \Rightarrow R = \cancel{\frac{v^2}{\|\gamma_n\|} = \frac{2a^2\omega^2\left(e^{-\omega t}\right)^2}{a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}a e^{-\omega t}}$$

$$\boxed{\cancel{R = \sqrt{2}/2\, a e^{-\theta}}} \rightarrow \boxed{R = \sqrt{2}\cdot a e^{-\theta}}$$

(1)

$$\|\vec{\gamma}_n\| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{\|\vec{\gamma}_n\|} = \frac{2a^2\omega^2(e^{-\omega t})^2}{a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\sqrt{2}}$$ (0,5) -6

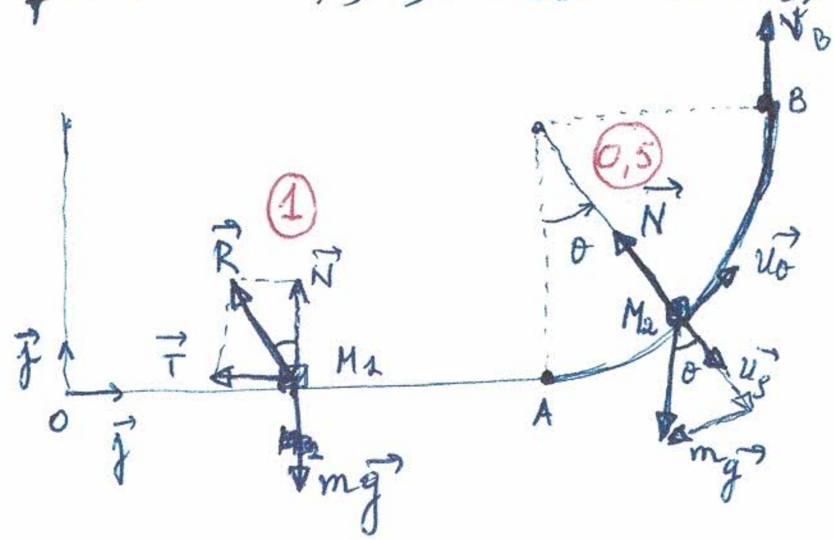
$$R = \sqrt{2}\cdot a e^{-\omega t} = \sqrt{2}\, a\, e^{-\theta}$$ (0,5)

(0,5)

$$\|\vec{v}\| = \frac{ds(t)}{dt} \Rightarrow S(t) = \int_0^t \|\vec{v}\|\, dt = \int_0^t \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}\, dt$$ -7

$$S(t) = \left[-\sqrt{2}\cdot a\frac{\omega}{\omega} e^{-\omega t}\right]_0^t = \sqrt{2}\, a\left[1 - e^{-\omega t}\right]$$

لما $t \to \infty$ ، $e^{-\omega t} \to 0$ ، إذن طول المسار هو: $S_T = \sqrt{2}\cdot a$ (0,5)



التمرين الثاني:

الجزء الأول: 1- فوق OA النقطة المادية تتحرك بوجود إحتكاك معامله f ⇐ قوة رد الفعل $\vec R$ ليست عمودية على OA.

$$\vec R = \vec T + \vec N$$ (0,5)

حيث المركبة المماسية $\vec T$ هي في الإتجاه المعاكس للحركة و $\|\vec T\| = f\cdot\|\vec N\|$

2- المعادلة الأساسية للتحريك هي: $m\vec g + \vec R = m\vec\gamma$

$\vec\gamma = \frac{d^2x}{dt^2}\cdot\vec i$ ، $\vec R = -\|\vec T\|\vec i + \|\vec N\|\vec j$ ، $m\vec g = -mg\vec j$

(0,5)

$$\begin{cases} -\|\vec T\| = m\gamma \Rightarrow \gamma = -f\cdot mg/m = -f.g \\ \|\vec N\| = mg \end{cases}$$ (0,5) (0,25)

$\gamma < 0$ ⇐ حركة متباطئة متغيرة بانتظام.

إذا كانت $M_1(x,0)$ ⇐ $v^2 - v_0^2 = 2\gamma(x - x_0)$ (0,5) ، $x_0 = 0$ ، إذن:

$v_{(A)} = \sqrt{v_0^2 - 2fgL}$ و $v(x) = \sqrt{v_0^2 - 2fgx}$ (0,5)

(0,25)

الجزء الثاني: 1 - القوى التي تؤثر على النقطة المادية في M_2 ممثلة على الشكل وهي $m\vec{g}$ و $\vec{N}$.

- معادلة الحركة هي: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$ 0,5

حيث: $m\vec{g} = mg\cos\theta.\vec{u_\rho} - mg\sin\theta\,\vec{u_\theta}$ ، $\vec{N} = -N\,\vec{u_\rho}$

و $\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2.\vec{u_\rho} + R\ddot{\theta}\,\vec{u_\theta}$ ونستنتج

$$\begin{cases} -N + mg\cos\theta = -mR\dot{\theta}^2 & (1) \\ -mg\sin\theta = mR\ddot{\theta} & (2) \end{cases} \rightarrow 1$$

3 - المعادلة التفاضلية للحركة هي العلاقة (2) والتي يمكن كتابتها:

$$-mg\sin\theta\frac{d\theta}{dt} = mR.\frac{d\dot{\theta}}{dt}.\dot{\theta} \rightarrow 0{,}5$$

أو:

$$R\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -g\sin\theta\,d\theta$$

أي:

$$\int_{\dot{\theta}_A}^{\dot{\theta}_{M_2}} R\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -\int_0^{\theta} g\sin\theta\,d\theta \quad 0{,}5$$

$$\frac{1}{2}R\left[\dot{\theta}_{M_2}^2 - \dot{\theta}_A^2\right] = g\left[\cos\theta - 1\right]$$

ولأن: $\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u_\theta} \Rightarrow v^2 = R^2\dot{\theta}^2$ أي لدينا:

$$v_{M_2}^2 - v_A^2 = 2gR\left[\cos\theta - 1\right] \quad 0{,}5$$

$$\boxed{v_{M_2}^2 = 2Rg\left[\cos\theta - 1\right] + \left(V_0^2 - 2fgL\right)} \quad 0{,}5$$

4 - نحصل على N من المعادلة (2): $N = mg\cos\theta + m\dfrac{V_{M_2}^2}{R}$ 0,5

(3)

$$N = mg\,[3\cos\theta - 2] + (V_0^2 - 2fgL) \quad 0{,}5$$

5- لكي تتعدى النقطة المتحركة النقطة B يجب أن يكون $V_B > 0$.
نحصل على V_B من علاقة V_{M_2} لما $\theta = \pi/2$.

$$V_B^2 = V_0^2 - 2fgL - 2Rg > 0$$

إذن: $\boxed{V_0^2 > 2fgL + 2Rg}$ 0,5

في B، $\vec{V}_B$ هي شاقولية نحو الأعلى 0,25. إذن بعد B،
النقطة المادية تكمل الحركة نحو الأعلى تحت تأثير
$m\vec{g}$ فقط ثم تتوقف عندما تصبح سرعتها $\vec{V} = \vec{0}$. ثم تعود 0,25
بعد ذلك لتسقط فوق المسار في النقطة B. عندما تصل
إلى A تبدأ سرعتها في الانخفاض بسبب الاحتكاك. وحسب
قيمة V_0 الابتدائية، إما تتوقف فوق OA (السرعة ضعيفة)
أو تكمل الحركة بعد النقطة O (V_0 معتبرة).

التمرين الثالث:

1- $(B) - dW = \vec{F}.\vec{dl}$ 0,5 ، $(C) - dW = F.\cos(\vec{F}.\vec{dl}).dl$ 0,5

2- $(A) - \vec{F} = -\vec{grad}\, E_p$ 0,5 ، $(C) - W = E_p(A) - E_p(B)$ 0,5

3- $(A) - F = -\dfrac{dE_p}{dx}$ 0,5 ، $(C) - E_p = \dfrac{1}{2}kx^2$ 0,5 ، $(D) - E_p + E_c = cte$ 0,5

0,5 $(D) - E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B)$

ملاحظة: لا يشترط كتابة العلاقة عند الإجابة، فمثلا في الحالة 1
يكفي أن يكتب: (B) و (C).
• العلاقة السالبة = 00 في التمرين الثالث.
(<0)

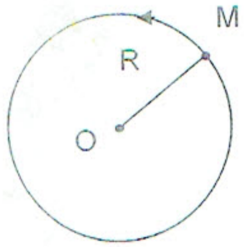
جامعة قسنطينة 1

يوم 10 /04/ 2013

سنة الأولى علوم المادة

الامتحان الاستدراكي في مقياس الفيزياء 1

التمرين 1 (5 نقاط): تتحرك نقطة مادية M فوق مسار دائري نصف قطره R ومركزه O.



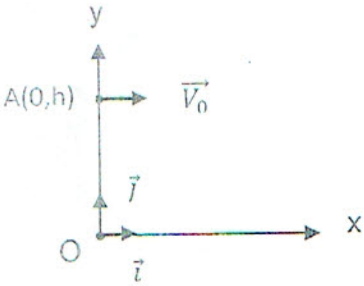
1- أختر جملة احداثيات لدراسة حركة M ثم اكتب عبارة شعاع الموقع فيها. 1

2- استنتج عبارات شعاع السرعة و شعاع التسارع. 1 + 1

3- متى تكون حركة M ذات تسارع مركزي وكم تساوي سرعة المسح لشعاع الموقع. 1 + 1

التمرين 2 (5 نقاط): تقذف نقطة مادية كتلتها m في المرجع الشاقولي (Ox, Oy)

من نقطة A (0,h) توجد على ارتفاع h بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0} = V_0\vec{\imath}$.



1- اوجد شعاع التسارع للنقطة المادية ثم استنتج شعاع السرعة اللحظية. 1

2- اوجد المعادلات الوسيطية للحركة ثم استنتج معادلة المسار ومثله على الشكل. 2

3- حدد موقع سقوط الكتلة على الأرض. 1

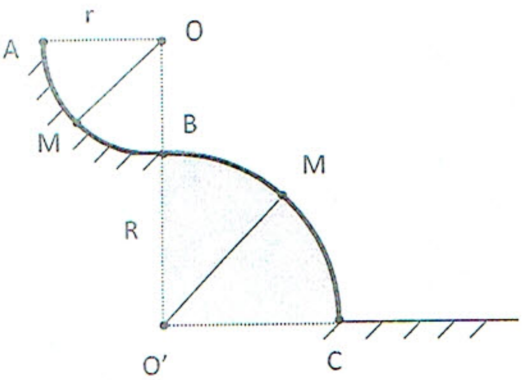
4- اوجد شدة التسارع الناظمي واستنتج نصف قطر انحناء المسار في أي لحظة t. 1

التمرين 3 (4 نقاط) : تترك نقطة مادية كتلتها m من دون سرعة ابتدائية في النقطة A من المسار الدائري الشاقولي AB (ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها r). الحركة فوق AB تتم بدون احتكاك.

1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار AB . 1

2- اوجد سرعة النقطة المادية في M باستعمال مبادئ العمل والطاقة. 2

3- تأكد أن النقطة المادية تصل إلى B بسرعة : $V_B = \sqrt{2gr}$. 1



التمرين 4 (6 نقاط) : عند وصول النقطة المادية في التمرين السابق إلى B

تواجه مسارا دائريا شاقوليا أخر BC مركزه 'O ونصف قطره R.

حركة النقطة المادية فوق BC هي أيضا بدون احتكاك.

1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC. 1

2- أختر مرجعا مناسبا لدراسة الحركة فوق BC واكتب المعادلات الخاصة بها. 1,5

3- استنتج قوة رد فعل المسار على النقطة المادية. 1,5

4- ما هو مسار النقطة المادية لما : ا- $R = 3r$ و ب- $R = r$.

2

ملاحظة: رغم وجود صلة بين التمرينين 3 و 4 فإن حل التمرين الأخير لا يتطلب حل التمرين 3.

تصحيح الامتحان الاستدراكي .

التمرين 1 : 1 - جمل الإحداثيات الممكنة هي : القطبية $(\vec{u}_\rho , \vec{u}_\theta)$ الذاتية $(\vec{u}_T , \vec{u}_N)$ والديكارتية $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (1)

شعاع الموقع : $\vec{OM} = R.\vec{u}_\rho$ ، $\vec{OM} = R\cos\theta\,\vec{i} + R\sin\theta\,\vec{j}$

في الذاتية عوض شعاع الموقع لدينا الفاصلة المنحنية : $S(t) = R\theta$

2 - نعطي الحل في القطبية فقط :

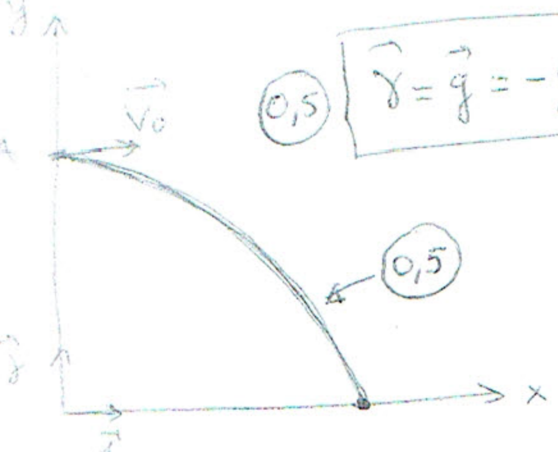
$\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ (1) ، $\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ (1)

3 - الحركة ذات تسارع مركزي : $\vec{OM} \parallel \vec{\gamma} \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$ (1)

سرعة المسح : $\frac{ds}{dt} = \frac{c}{2}$ (0,5) مع $c = \rho^2\dot{\theta} = R^2\dot{\theta}$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{R^2\dot{\theta}}{2} \quad (0,5)$$

التمرين 2 : 1 - $m\vec{g} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \boxed{\vec{\gamma} = \vec{g} = -g\vec{j}}$ (0,5)



$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{V}_0}^{\vec{V}} d\vec{V} = \int_0^t \vec{\gamma}\, dt$$

$$\boxed{\vec{V} = V_0\,\vec{i} - gt\,\vec{j}} \quad (0,5)$$

2 - $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \Rightarrow \int_{\vec{OA}}^{\vec{OM}} d\vec{OM} = \int_0^t \vec{V}\, dt \Rightarrow \vec{OM} = V_0 t\,\vec{i} - \frac{1}{2} g t^2\,\vec{j} + \vec{OA}$ (0,5)

$$\boxed{\vec{OM} = V_0 t\,\vec{i} + (h - \frac{1}{2} g t^2)\,\vec{j}} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = V_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases} \quad (0,5)$$

$t = \frac{x}{V_0} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2} + h}$ (0,5) ⇐ قطع مكافئ موجه نحو الاسفل قمته في A

3 - عند سقوط الكتلة على الأرض: $y = 0 \Leftarrow x_0 = \sqrt{\dfrac{2V_0^2 \cdot h}{g}}$

موقع السقوط هو إذن: $\left(\sqrt{2V_0^2 h / g}\,,\ 0\right)$. (1)

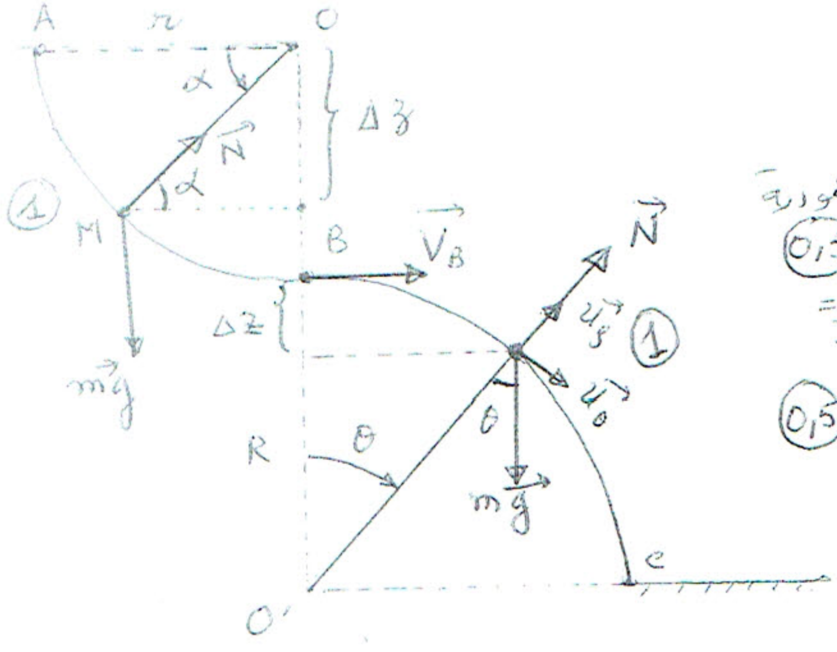
4 - $\gamma_N = \dfrac{\|\vec{V} \wedge \vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|} \Leftarrow \gamma_N = \dfrac{\|(V_0\vec{i} - gt\vec{j}) \wedge -g\vec{j}\|}{\sqrt{V_0^2 + g^2t^2}}$

أي: $\dfrac{V^2}{\rho} = \boxed{\gamma_N = \dfrac{V_0\, g}{\sqrt{V_0^2 + g^2t^2}}}$ (0,5) $\Leftarrow \boxed{\rho = \dfrac{(V_0^2 + g^2t^2)^{3/2}}{V_0\, g}}$ (0,5)

نصف قطر الإنحناء

* ملاحظة: يمكن حساب γ_N من العلاقة: $\gamma_N = \sqrt{\gamma^2 - \gamma_t^2}$

مع $\gamma_t = \dfrac{dV}{dt}$



التمرين 3: 1 - الشكل.

2 - لا يوجد إحتكاك $\Leftarrow \vec{N}$ عمودية على المسار أي لا تعمل. (0,5) $m\vec{g}$ هي فقط التي تنتج عملاً وهي قوة محافظة. إذن (0,5) الطاقة الكلية محفوظة.

إذن: $E_p(A) + \underset{0}{\underset{\parallel}{E_c(A)}} = E_p(M) + E_c(M)$ (0,5) $\Rightarrow E_c(M) = E_p(A) - E_p(M)$

أو: $\frac{1}{2} m V_M^2 = mg\,\Delta z \Rightarrow$ (0,5) $\boxed{V_M = \sqrt{2gr \sin\alpha}}$

لأن: $\Delta z = r\sin\alpha$

ملاحظة: يمكن حساب V_M باستعمال نظرية الطاقة الحركية: $dW = dE_c$

أي: $W_{A\to M} = E_c(M) - E_c(A)$.

3 - عندما تصل النقطة إلى B لدينا $\alpha = \pi/2$ (0,5)، ونجد بسهولة: $V_B = \sqrt{2gr}$ (0,5)

التمرين الرابع : فوق المسار BC تنطلق النقطة المادية بسرعة ابتدائية $\vec{V}_B$.

1. أنظر الشكل : $\vec{N}$ قوة رد الفعل عمودية على المسار
$m\vec{g}$ الثقل.

2. المرجع المناسب : القطبية $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ أو المنحنية : $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$
الحل مقدم في القطبية. 0,5

معادلة الحركة : $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$ وعند الإسقاط في
جملة الإحداثيات القطبية نجد :

$$\begin{cases} N - mg\cos\theta = -mR\dot{\theta}^2 \quad (1) \rightarrow \vec{u}_\rho \quad 0,5 \\ mg\sin\theta = mR\ddot{\theta} \quad (2) \rightarrow \vec{u}_\theta \quad 0,5 \end{cases}$$

لأن : $\vec{N} = N\,\vec{u}_\rho$ ، $m\vec{g} = -mg\cos\theta\,\vec{u}_\rho + mg\sin\theta\,\vec{u}_\theta$ ، $\vec{OM} = R\,\vec{u}_\rho$ ، $\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

و $\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$.

3. من المعادلة (1) نجد : $N = mg\cos\theta - mR\dot{\theta}^2$

$$0,25 \quad N = mg\cos\theta - m\frac{V_M^2}{R} \qquad (V_M = R\dot{\theta})$$

حساب N يتطلب حساب V_M. بحل المعادلة التفاضلية (2) أو باستعمال
مبدأ إنحفاظ الطاقة الكلية لأن $\vec{N}$ لا تعمل (عمودية على المسار).

$$E_p(B) + E_c(B) = E_p(M) + E_c(M)$$

$$E_c(M) = \frac{1}{2}mV_M^2 \overset{0,5}{=} \frac{1}{2}mV_B^2 + E_p(B) - E_p(M)$$

$$= \frac{1}{2}mV_B^2 + mg\,\Delta z$$

$$V_M^2 = V_B^2 + 2gR\,[1 - \cos\theta]$$

$$\boxed{V_M = \sqrt{2gR + 2gR\,[1 - \cos\theta]}.} \quad 0,25$$

تعويض V_M في عبارة N يعطينا:

$$\boxed{N = mg\left[3\cos\theta - 2\left(1 + \frac{r}{R}\right)\right]} \quad 0,5$$

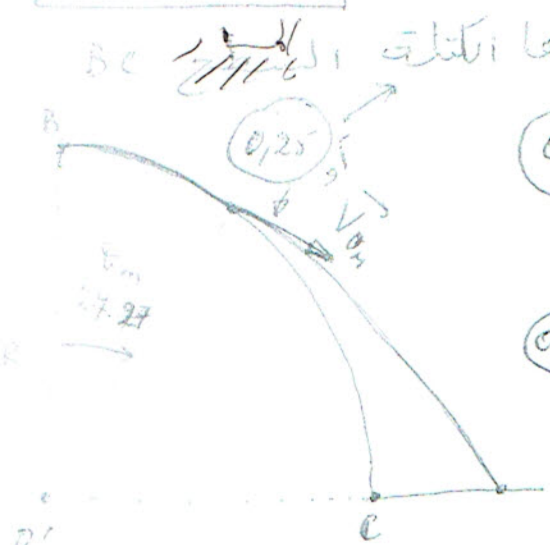
4 - ب - $R = 3r \Leftarrow$ $\boxed{N = mg\left[3\cos\theta - 8/3\right]}$ 0,25

النقطة المادية تبقى فوق المسار BC ما دامت $N \geq 0$ 0,25

أي: $3\cos\theta - 8/3 \geq 0$ أي: $\boxed{\cos\theta \geq 8/9}$

إذن الزاوية الحدية θ_m التي تغادر بعدها الكتلة ~~المسار~~ المسار BC هي:

0,25 $\theta_m \simeq 27.27°$

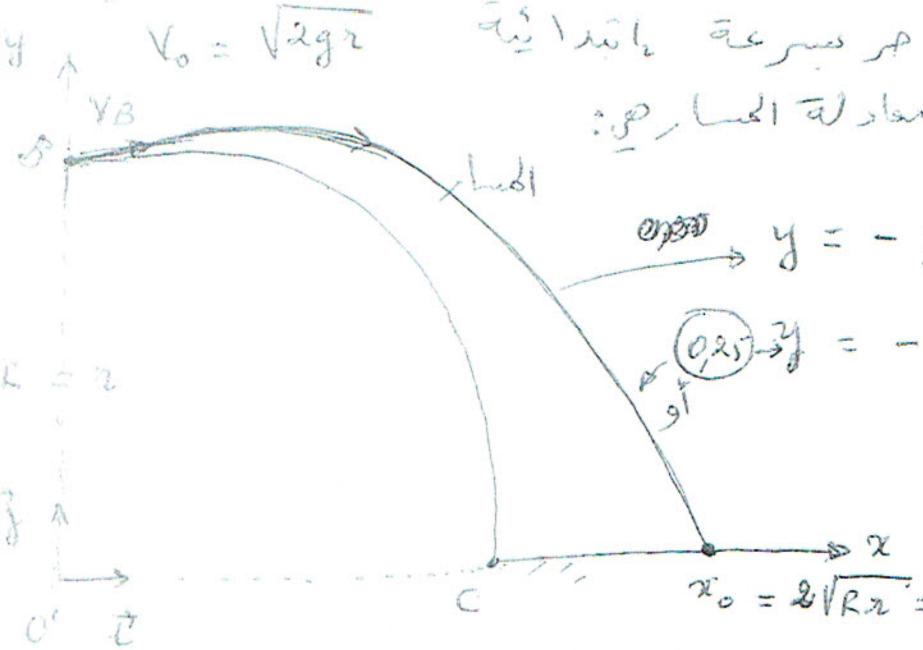


ب - $R = r \Leftarrow$ 0,25 $N = mg\left[3\cos\theta - 4\right]$

$N < 0$ 0,25

إذن النقطة المادية تغادر ~~السطح~~ المسار عند B بسرعة إبتدائية أفقية $\vec{V}_B$. 0,25

إذن تتعرض لسقوط حر بسرعة إبتدائية مثل ما هو في التمرين 2. معادلة المسار هي:



$$y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{2gr} + R$$

0,25 $y = -\frac{1}{4}\frac{x^2}{r} + R$

$y = 0 \Leftarrow$ $x_0 = 2\sqrt{R.r}$

$= 2R$

السنة الاولى علوم المادة

جامعة قسنطينة 1 / 08 أفريل 2014

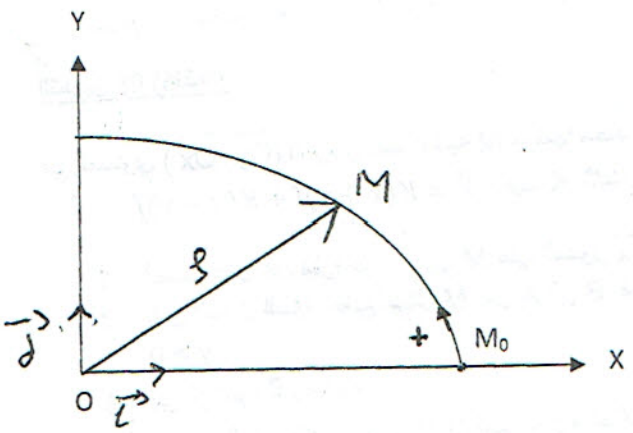
الامتحان الاستدراكي في الفيزياء 1 (ساعة ونصف)

التمرين 01 (8 نقاط) :

تعرف حركة نقطة مادية في الإحداثيات الأسطوانية بالمعادلات الوسيطية :

$\rho = a\, e^{-\omega t}$, $\theta = \omega t$, $z = 0$ حيث a و ω ثابتان موجبان.

تنطلق النقطة المادية في اللحظة الابتدائية ($t=0$) من النقطة M_0 الموجودة فوق OX (أنظر الشكل):



1) أحسب شعاع السرعة في الإحداثيات الأسطوانية و طويلته. أستنتج عبارة $\overrightarrow{U_t}$ شعاع الواحدة المماسي للمسار في القاعدة الأسطوانية. بين أن الزاوية $(\overrightarrow{U_t}, \overrightarrow{U_\theta})$ ثابتة، حدد قيمتها.

2) أحسب شعاع التسارع في الإحداثيات الأسطوانية و طويلته.

3) يمكن كتابة شعاع التسارع على الشكل: $\vec{\gamma} = \gamma_t\, \overrightarrow{U_t} + \gamma_n\, \overrightarrow{U_n}$

حيث $\overrightarrow{U_n}$ هو شعاع الواحدة الناظمي للمسار في النقطة M، أما γt و γ_n فهما المركبات المماسية و الناظمية لشعاع التسارع

أ) أحسب γt، ما هي طبيعة الحركة ؟

ب) إذا كانت القاعدة $(\overrightarrow{U_t}, \overrightarrow{U_n}, \vec{K})$ متعامدة متجانسة و مباشرة عين عبارة $\overrightarrow{U_n}$ في الإحداثيات الأسطوانية. بين أن γ_n موجبة حدد قيمتها. أستنتج نصف قطر انحناء المسار.

4) مثل على المسار عند اللحظة $t=0$ و $t=\pi/6\omega$ الأشعة $\vec{V}$ و $\vec{\gamma}$ ثم $\overrightarrow{U_\rho}$ ، $\overrightarrow{U_\theta}$ ، $\overrightarrow{U_t}$ ، $\overrightarrow{U_n}$.

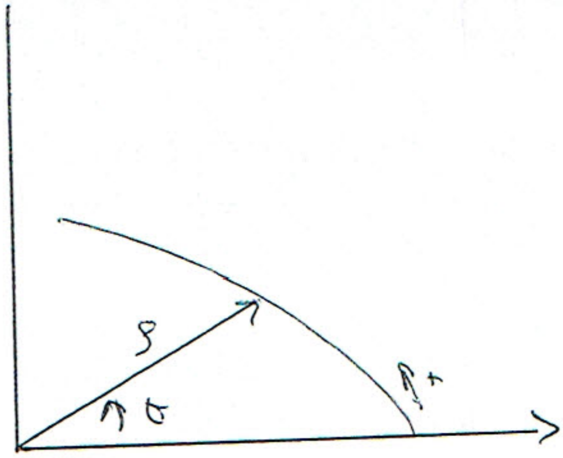
التمرين 02 (8 نقاط):

1) أذكر قوانين كيبلر الثلاثة التي تصف حركة الكواكب (مع شرح كل قانون دون برهان)

2) يعطي الجدول التالي الدور T و المحور الكبير a لمسار ثلاثة كواكب تدور حول الشمس. ما هو القانون الذي يبينه هذا الجدول. أحسب ثابت التناسب (نسمي هذا الثابت K). ما هي وحدة K في الجملة الدولية؟

الكوكب	T (jour)	a (10^6 km)
عطارد	88	58
الأرض	365	150
المشتري	4343	778

تمرين 1



$\rho = a e^{-\omega t}$

$\theta = \omega t$

$z = 0$

$\vec{OM} = \rho \vec{u_\rho}$

1)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\vec{u_\rho} + \rho \frac{d\vec{u_\rho}}{dt}$$

$$\vec{v} = -a\omega e^{-\omega t}\vec{u_\rho} + a\omega e^{-\omega t}\vec{u_\theta}$$

$$\boxed{\vec{v}(M) = \omega a e^{-\omega t}\left(\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho}\right)}$$ 0,5

$$\|\vec{v}\| = a\omega e^{-\omega t}\sqrt{1+1} = \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}$$

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}}$$ 0,5

$$\vec{v} = \|\vec{v}\|\,\vec{u_t} \Rightarrow \vec{u_t} = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = \frac{a\omega e^{-\omega t}\left(\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho}\right)}{\sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}}$$

$$\boxed{\vec{u_t} = \frac{\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho}}{\sqrt{2}}}$$ 0,5

$$\vec{u_t}\cdot\vec{u_\theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos(\vec{u_t}, \vec{u_\theta}) = 1/\sqrt{2} \Rightarrow (\vec{u_t}, \vec{u_\theta}) = \pi/4$$ 0,5

$$\Rightarrow \boxed{(\vec{u_t}, \vec{u_\theta}) = \frac{\pi}{4}}$$ 0,5

2)

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dr} = \frac{d}{dr}\left\{ w a e^{-wr}(\vec{u_o} - \vec{u_p})\right\}$$

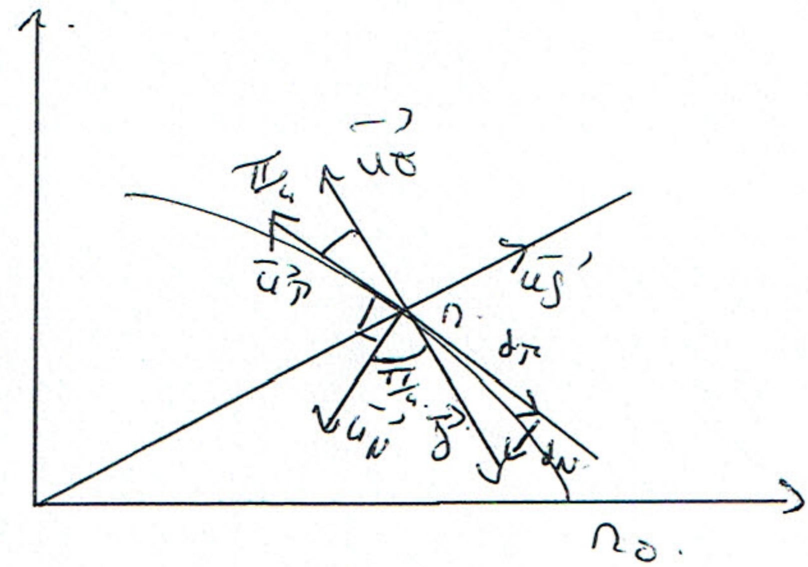
$$= \frac{d}{dr}(wae^{-wr})(\vec{u_o}-\vec{u_p}) + wae^{-wr}\left(\frac{d\vec{u_o}}{dr} - \frac{d\vec{u_p}}{dr}\right)$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = -2aw^2e^{-wr}\vec{u_o}}$$ 0,5

$\vec{\gamma}$ محمولة على $\vec{u_o}$ وفي الاتجاه المعاكس لـ $\vec{u_o}$

$$\boxed{\|\vec{\gamma}\| = 2aw^2e^{-wr}}$$ 0,5

3) يمكن اسقاط $\vec{\gamma}$ على القاعدة $(\vec{u_o}, \vec{u_p})$



$$\vec{\gamma} = -\|\vec{\gamma}\|\sin\frac{\pi}{4}\vec{u_T} + \|\vec{\gamma}\|\cos\frac{\pi}{4}\vec{u_N}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\|\vec{\gamma}\|\vec{u_T} + \frac{\sqrt{2}}{2}\|\gamma\|\vec{u_N}$$

أ) متباطئة

$< 0 \Rightarrow$ 0,5

(1) $\Rightarrow \gamma_T = -\sqrt{2}aw^2e^{-wr}$

ب) وهي موجبة 0,5

(1) $\gamma_N = \sqrt{2}aw^2e^{-wr}$

$$\vec{u_N} = -\sin\frac{\pi}{4}\vec{u_p} - \cos\frac{\pi}{4}\vec{u_o} = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{u_p}+\vec{u_o})$$ 0,5

4) عند اللحظة $t=0$

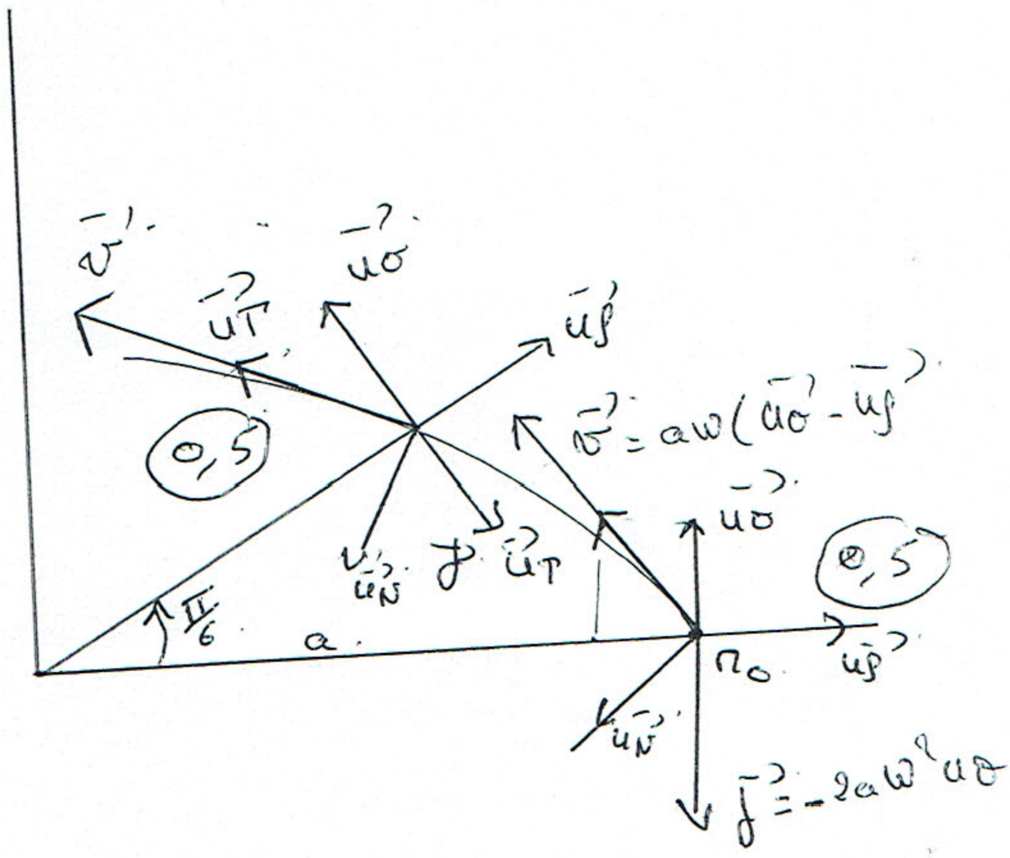
$z=0$ $\quad \theta=0 \quad \rho=a$

$\vec{\gamma}=-2a\omega^2\vec{u_\theta} \quad \vec{v}=a\omega(\vec{u_\theta}-\vec{u_\rho})$

$\vec{u_N}=-\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{u_\rho}+\vec{u_\theta}) \quad \vec{u_T}=\frac{\vec{u_\theta}-\vec{u_\rho}}{\sqrt{2}}$

عند اللحظة $t=\frac{\pi}{6\omega}$ $\quad \theta=\frac{\pi}{6} \quad z=0$

$\vec{\gamma}=-2a\omega^2 e^{-\pi/6}\vec{u_\theta} \quad \vec{v}=a\omega e^{-\pi/6}(\vec{u_\theta}-\vec{u_\rho})$

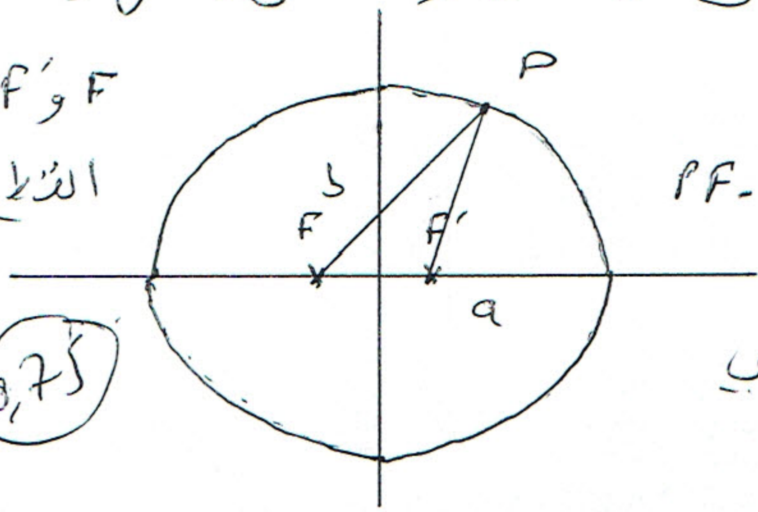


التمرين 2 (8 نقاط)

1) قوانين كبلر

القانون الأول: يدور الكوكب حول الشمس في مسار يشكل قطع ناقص حيث مركز الشمس يمثل إحدى بؤرتيه

F و F' هما بؤرتي القطع الناقص



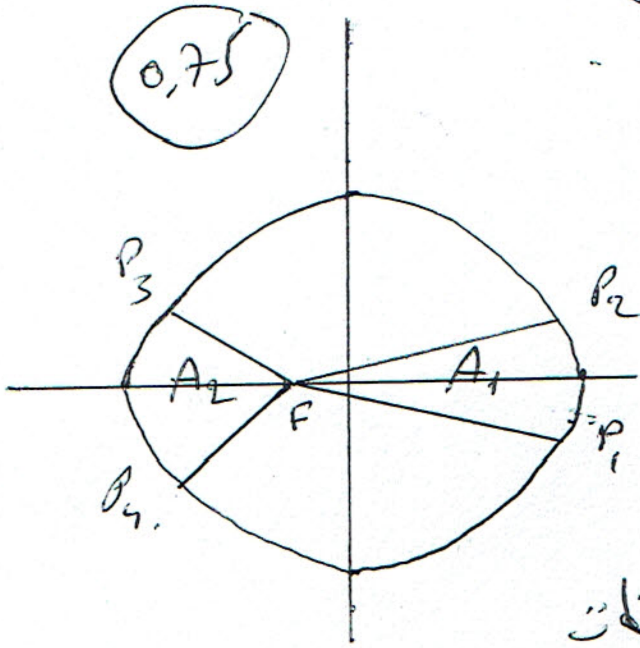
مع $PF - PF' = 2a$

حيث P هي نقطة من المنحنى (القطع الناقص)

0,75

القانون الثاني: إن نصف القطر الذي يربط بين مركز الشمس F ومركز الكوكب P يقطع مساحات متساوية خلال فترات زمنية متساوية

0,75



توضيح

إذا كانت المساحة $A_2 = A_1$ هذا يعني أن المدة الزمنية لحركة الكوكب من P_1 إلى P_2 تكون مساوية لمدة حركته من P_3 إلى P_4.

وحتى يقطع الكوكب P مسافات مختلفة ($\overset{\frown}{P_3P_4} < \overset{\frown}{P_1P_2}$) في أزمنة متساوية هذا يعني أن سرعته تكون أكبر في المواضع بين P_1 و P_2 وتقل كلما ابتعد الكوكب عن الشمس

القانون الثالث : أن مربع دور (T) كوكب يدور حول الشمس يتناسب مع مكعب نصف القطر الأكبر للقطع الناقص

0,75 $\frac{T^2}{a^3} = K.$

2) يبين الجدول القانون الثالث

$K = \frac{T^2}{a^3}$ en $J^2/(UA)^3$ 0,5

K ($J^2/(UA)^3$	a (UA)	T (Jour)	الكوكب
0,0397	58	88	عطارد
0,0395	150	365	الارض
0,04	778	434.	المشتري

1

$K \simeq 0{,}04\ J^2/(UA)^3$

3) $K' = T'^2/a'^3$

بالنسبة ل A.

0,5 $K' = \frac{(61)^2}{(31)^3} = 0{,}125\ J^2/(UA)^3$

بالنسبة ل B.

$K' = T'^2(B)/a'^3(B)$

0,5 $\Rightarrow a'(B) = \left[\frac{T'^2(B)}{K'}\right]^{1/3} = \left[\frac{(30)^2}{0{,}125}\right]^{1/3}$

$a'(B) = 19{,}3\ UA.$

و C

$K' = T'^2(c)/a'^3(c) \Rightarrow T'(c) = \sqrt{K'\,a'^3(c)}$

$T'(c) = \sqrt{0{,}125 \cdot (3)^3} = 1{,}8\ J$ 0,5

4) في حالة المسار الدائري فإن السرعة الخطية للكوكب هي $v = \omega a$

حيث ω هي السرعة الزاوية و a نصف قطر الدائرة

النجم المركزي لنجم جليس (876) يؤثر على الكوكب بقوة شدتها

$$F = \frac{G \cdot M_G m}{a^2} \quad (1) \quad 0{,}5$$

حيث M_G هي كتلة نجم جليس و m هي كتلة الكوكب

وحسب القانون الثاني لنيوتن الكوكب يخضع لقوة شدتها

$$F = m\frac{v^2}{a} \Rightarrow F = m\omega^2 a \quad (2)$$

بمقارنة (1) و (2) ⇐

$$\frac{G M_G m}{a^2} = m\omega^2 a$$

نحصل على

$$0{,}5 \quad \omega = \sqrt{\frac{G M_G}{a^3}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G M_G}}$$

ومنه :

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{M_G}} \quad 0{,}5$$

5) بالنسبة لـ K و K'

$$K = \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 a^3}{G M_S \times a^3} = \frac{4\pi^2}{G M_S} \quad (3) \quad 0{,}5$$

حيث M_S هي كتلة الشمس

وبنفس المبدأ فإن

$$K' = \frac{4\pi^2}{G M_G} \quad (4) \quad 0{,}5$$

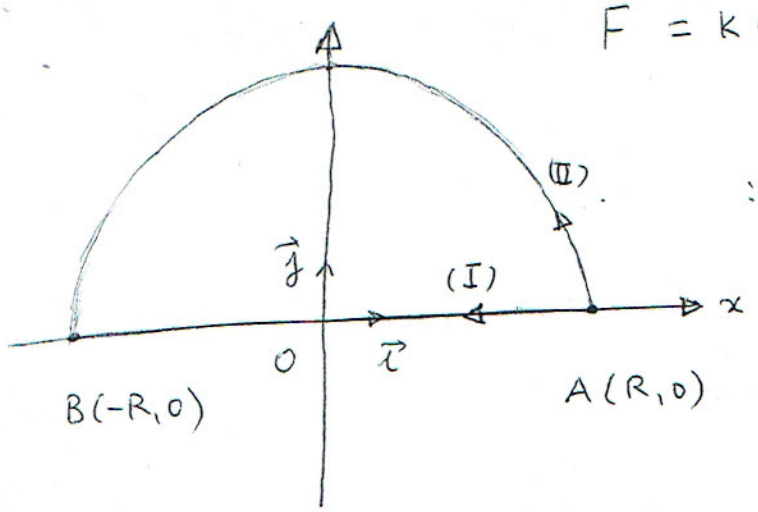
ومنه $\frac{(3)}{(4)} \Rightarrow$

$$\frac{K}{K'} = \frac{4\pi^2}{G M_S} \times \frac{G M_G}{4\pi^2} \quad 0{,}25$$

$$\Rightarrow \frac{M_G}{M_S} = \frac{K}{K'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{M_G = \frac{M_S}{3}}$$

كتلة نجم جليس أقل بـ 3 مرات من كتلة الشمس

التمرين 03 : $\vec{F} = K(x+y)\,\vec{i} + K(x-y)\,\vec{j}$



1 - العمل بين A و B فوق المحور ox :

$$dW = \vec{F}\cdot\vec{dl}$$

فوق المحور ox : $y = 0$

إذن تصبح : $\vec{F} = Kx\,\vec{i} + Kx\,\vec{j}$

و $\vec{dl} = -dx\,\vec{i}$ لأن $\vec{dl}$ في الإتجاه المعاكس لـ $\vec{i}$

إذن :

$$dW = \vec{F}\cdot\vec{dl} = -Kx\cdot dx$$

و :

$$W_{A\to B} = \int_{R}^{-R} -Kx\,dx = -K\left[\frac{x^2}{2}\right]_{R}^{-R}$$

$$\boxed{W_{A\to B} = 0}$$

1

2 - فوق المسار الدائري بين A و B : $dW = \vec{F}\,\vec{dl} = F_x\,dx + F_y\,dy$

$$dW = K(x+y)\,dx + K(x-y)\,dy$$

حساب هذا التكامل فوق المسار (II) الدائري يكون أسهل عند المرور إلى جملة الإحداثيات القطبية حيث : $x = R\cos\theta$ ، $y = R\sin\theta$

$dx = -R\sin\theta\,d\theta$ و $dy = R\cos\theta\,d\theta$ و عندما نعوض نجد :

$$dW = K\left[R\cos\theta + R\sin\theta\right]\times -R\sin\theta\,d\theta \;+$$
$$K\left[R\cos\theta - R\sin\theta\right]\times R\cos\theta\,d\theta$$

$$dW = KR^2\left[\underbrace{\cos^2\theta - \sin^2\theta}_{\cos 2\theta} + \underbrace{2\cos\theta\sin\theta}_{\sin 2\theta}\right]d\theta$$

$$W_{A\to B} = KR^2\int^{\pi}(\cos 2\theta + \sin 2\theta)\,d\theta$$

$$W_{A\to B} = KR^2\left[\frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\pi} - KR^2\left[\frac{\cos 2\theta}{2}\right]_0^{\pi} = 0$$

1,5

$$\boxed{W_{A\to B}^{(\Omega)} = 0}$$

3 - $\vec{F}$ محافظة $\Leftarrow$ $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$ و هو صحيح

أو: $\overrightarrow{Rot}\,\vec{F} = \vec{0}$ $\Leftarrow$ $K = K$

1

4 - $\vec{F}$ محافظة $\Leftarrow$ مشتقة من طاقة كامنة E_p.

أ - ليست هي الطاقة الكامنة E_p لأنها مقدار شعاعي. (0,5)

ب - ليست هي الطاقة الكامنة لأن: $-\overrightarrow{grad}\,E_p \neq \vec{F}$ (0,5)

ج - $-K\left(\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} + xy\right) + C_0$ هي الطاقة الكامنة لـ $\vec{F}$ لأن: $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,E_p$ (0,5)

5 - لدينا:

$$W_{A\to B} = E_p(A) - E_p(B)$$

بما أن: $E_p(A) = E_p(B) = -K\frac{R^2}{2}$ $\Leftarrow$ $E_p(A) - E_p(B) = 0$

1

إذن:

$$\boxed{W_{A\to B} = 0}$$

2015 | 2014

2015 - 04 - 09

جامعة الإخوة منتوري
السنة الأولى علوم المادة

الامتحان الاستدراكي في مقياس الفيزياء 1

تمرين 1 (8 نقاط): تتحرك نقطة مادية كتلتها m في المستوي الديكارتي ($\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}$) تحت تأثير حقل قوة $\vec{F}$ طاقته الكامنة $E_p = \frac{1}{2}K(x^2 + y^2)$ حيث K ثابت موجب.

1- ما هي وحدة الثابت K في النظام العالمي S.I.

2- ما هي عبارة حقل القوة $\vec{F}$.

3- أحسب بطرقتين مختلفتين عمل القوة لنقل النقطة المادية من المبدأ $O(0,0)$ إلى النقطة A(2,2) على المستقيم المحدد بالمعادلة $y = x$.

4- أوجد معادلات الحركة للنقطة المادية في الحالة التي تنطلق فيها من النقطة $M_0(a,0)$ بسرعة ابتدائية $\vec{V_0} = V_0\vec{j}$ مع العلم أن الحل العام للمعادلة التفاضلية : $\ddot{z} + \omega^2.z = 0$ يكتب من الشكل : $z(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ حيث A و ω و φ ثوابت يجب تعيينها.

5- استنتج معادلة المسار للنقطة المتحركة ومثله على المستوي ($\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}$) .

تمرين 2 (12 نقطة): يتزحلق رياضي كتلته m ، باستعمال بكرات خاصة لذلك، على المسلك المبين على الشكل. ينطلق من دون سرعة ابتدائية من النقطة A فوق مسار AB مشكل من ربع دائرة نصف قطرها R ثم يواصل حركته فوق مستوي أفقي BC طوله L ثم يمر بعد ذلك الى سطح أفقي آخر DE عبر فراغ مسافته d يفصل بين السطحين الأفقيين. السطح BC يوجد على ارتفاع h من السطح DE. الحركة تتم بدون احتكاك على المسار الدائري وباحتكاك على السطح الأفقي BC.

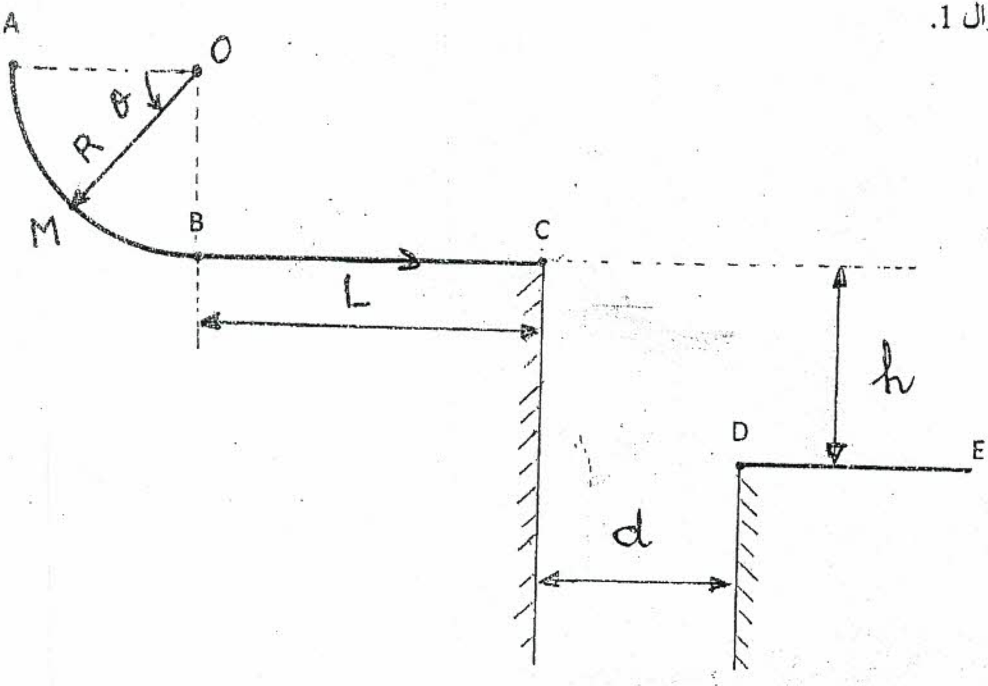
1- احسب قوة رد فعل المسار الدائري على الرياضي في نقطة M كيفية توجد بين A و B.

2- ما هي السرعة التي يصل بها عند النقطة B.

3- احسب معامل الاحتكاك f مع السطح BC حتى يتوقف عند النقطة C. ما هي قيمة f لكي يتوقف قبل C. ت.ع: L=10m , R=3m

4- أحسب معامل الاحتكاك f لكي يمر إلى السطح DE بأمان. ت.ع.: زيادة على قيم L وR السابقة نأخذ : h=6 m , d=4 m .

ملاحظة هامة: لحل التمرين يمكنكم استعمال كل المفاهيم التي تم تناولها في مقياس الفيزياء 1 وبكل حرية. حل الأسئلة من 2 إلى 4 لا يتطلب حل السؤال 1.



يوم 2016/04/05

السنة الاولى علوم المادة

جامعة الإخوة منتوري- قسنطينة

الامتحان الاستدراكي في مقياس الفيزياء I

التمرين 1 (04 نقاط): 1- اربط حقل القوة بعبارة الطاقة الكامنة التي توافقه مع تبرير ذلك.

حقل القوة	الطاقة الكامنة
$\vec{F} = -k(yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k})$	$E_p = x^2 + y^2$
$\vec{F} = -k(y^2\vec{i} + 2xy\vec{j})$	$E_p = 1/2\, k(x^2 + y^2 + z^2)$
$\vec{F} = -2xy\vec{i} - x^2\vec{j}$	$E_p = k\, x\, y^2$
$\vec{F} = -k(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})$	$E_p = k\, x\, y\, z$

2- احسب العمل اللازم لنقل نقطة مادية تحت تأثير الحقل $\vec{F} = -k(y^2\vec{i} + 2xy\vec{j})$ من النقطة $M(4,5)$ إلى المبدأ $O(0,0)$ على مسار دائري.

التمرين الثاني (07 نقاط): نقطة مادية M كتلتها m ترسم مسارا اهليلجيا محدد بشعاع الموقع $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = a.\cos(\omega t)\,\vec{i} + b.\sin(\omega t)\vec{j}$ حيث $\vec{i}$ و $\vec{j}$ هي أشعة الواحدة للمعلم الديكارتي Oxy و a و b و ω ثوابت موجبة.

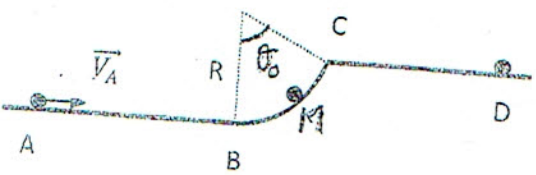
1- ما هي عبارة القوة $\vec{F}$ التي تتعرض لها النقطة M في هذه الحركة.

2- بين أن $\vec{F}$ مشتقة من طاقة كامنة E_p يطلب تحديدها بدلالة m , ω و r مع $r = \|\overrightarrow{OM}\|$. نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة عند النقطة O مبدأ المعلم Oxy.

3- تأكد من أن الطاقة الميكانيكية (الكلية) تبقى ثابتة.

4- حدد على المسار المواقع التي تكون فيها الطاقة الكامنة والطاقة الحركية متساويتان.

التمرين الثالث (10 نقاط): يقذف طفل كرة نعتبرها كنقطة مادية كتلتها m بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{V_A}$ على المسار المبين في الشكل. **نهمل جميع قوى الاحتكاك التي تتعرض لها الكرة.**



- AB خط أفقي طوله $5\,R$
- BC قوس دائري نصف قطره R وزاويته $\theta_0 = \pi/3$
- CD خط أفقي آخر.

$\theta_0 = \pi/3 = 60°$

1- ما هي طبيعة الحركة على الجزء AB

2- حدد سرعة الكرة في نقطة M كيفية من الجزء الدائري بين B و C.

3- حدد السرعة الابتدائية V_A التي تجعل الكرة تصل الى الجزء CD .

4- كيف تصير حركة الكرة بعد النقطة C . اوجد معادلة مسارها.

5- حدد السرعة الابتدائية V_A التي تجعل الكرة تسقط على مسافة $d = 5.R$ من النقطة C.

تصحيح الامتحان الاستدراكي فيزياء 1 2016

التمرين 01: 1- الربط بين حقل القوة والطاقة الكامنة يتم وفق العلاقة:

$$① \rightarrow \vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_p$$

حقل الطاقة الكامنة	حقل القوة	
$E_p = x^2 + y^2$	$\vec{F} = -K(yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k})$	0,5
$E_p = \frac{1}{2}K(x^2 + y^2 + z^2)$	$\vec{F} = -K(y^2\vec{i} + 2xy\vec{j})$	0,5
$E_p = Kxy^2$	$\vec{F} = -2xy\vec{i} - x^2\vec{j}$	0,5
$E_p = Kxyz$	$\vec{F} = -K[x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}]$	0,5

2- $\vec{F} = -K(y^2\vec{i} + 2xy\vec{j})$ قوة مشتقة من الطاقة الكامنة $E_p = Kxy^2 \Leftarrow$ عملها لا يتعلق بالمسار. $\leftarrow$ 0,5

$$0,5 \longrightarrow W_{M\to O} = E_p(M) - E_p(O) = K\times4\times5^2 = 100K\,(J)$$

التمرين 02: 1-

$$\vec{F} = m\vec{\gamma} \leftarrow 0,5$$

مع: $\overrightarrow{OM} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}$, $\vec{\gamma} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = -a\omega\sin\omega t\,\vec{i} + b\omega\cos\omega t\,\vec{j} \leftarrow 0,5$$

$$\vec{\gamma} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = -a\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - b\omega^2\sin\omega t\,\vec{j} = -\omega^2\overrightarrow{OM} \leftarrow 0,5$$

$$\vec{F} = -m\omega^2\overrightarrow{OM} = -m\omega^2[x\vec{i} + y\vec{j}] \quad 0,5$$

2- لدينا: $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0$ (0,5) $\Leftarrow$ $\vec{F}$ مشتقة من طاقة كامنة E_p

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,E_p \Leftarrow \begin{cases} 0,25\quad (1)\quad -m\omega^2 x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \\ 0,25\quad (2)\quad -m\omega^2 y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} \end{cases}$$

$$\Leftarrow \begin{cases} E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + f(y) + c \quad (0{,}25) \Leftarrow (1) \\ E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 y^2 + g(x) + c \quad (0{,}25) \Leftarrow (2) \end{cases}$$

مقارنة العبارتين $\Leftarrow$ $E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2) + c$ $\leftarrow$ (0,5)

بما أن مبدأ الطاقة هو في O $\Leftarrow$ (0,25)

$E_p(0,0) = 0 + c = 0$ $\Leftarrow$ $c = 0$

$$\boxed{E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2)}$$

أو : $(r^2 = x^2 + y^2)$

(0,25)

$$\boxed{E_p(r) = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2}$$

-3

$$E \overset{(0,25)}{=} E_p + E_c \overset{(0,25)}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2) + \frac{1}{2} m V^2$$

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2\cos^2\omega t + b^2\sin^2\omega t) + \frac{1}{2} m (\omega^2 a^2 \sin^2\omega t + b^2\omega^2\cos^2\omega t) \overset{(0,5)}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 [a^2 + b^2] = cte$$

$$\boxed{E_T = \frac{1}{2} m\omega^2 [a^2 + b^2]}$$

-4 $E_p = E_c$ $\Leftarrow$ (0,25)

$$E = E_p + E_c = 2E_p = 2E_c$$

$$\frac{1}{2} m\omega^2 [a^2 + b^2] = m\omega^2 [a^2\cos^2\omega t + b^2\sin^2\omega t] \quad (0{,}25)$$

ويمكن أن نكتب إذن :

$$m a^2 \omega^2 [1 - 2\cos^2\omega t] + m b^2\omega^2 [1 - 2\sin^2\omega t] = 0 \quad (0{,}25)$$

أي : $1 - 2\cos^2\omega t = 0$ و $1 - 2\sin^2\omega t = 0$

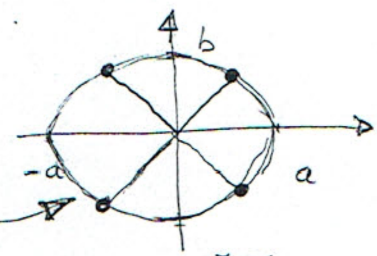
$\Downarrow$

(0,25) $\cos\omega t = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

(0,25) $\sin\omega t = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Downarrow$

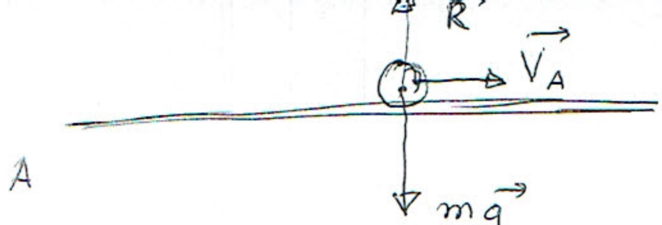
أي



$$\omega t = \frac{\pi}{4} + k\pi/2 = \pi/4,\ 3\pi/4,\ 5\pi/4,\ 7\pi/4$$

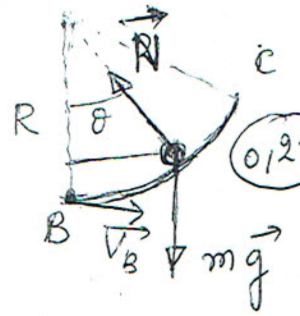
(0,25)

التمرين 03 : 1 ـ



لا يوجد احتكاك ⇐ $\vec R$ ناظمي على المسار ⇐ لا توجد قوة في إتجاه الحركة ⇐ الحركة تبقى مستقيمة منتظمة سرعتها الإبتدائية $\vec V_A$ $\Rightarrow \vec V_A = \vec V_B$ (1)

2 ـ $\vec N$ عمودية على المسار $\widehat{BC}$ ⇐ $\vec N$ لا تعمل (0,25)



(0,25)

القوة الوحيدة التي تقدم عملا على $\widehat{BC}$ هي الثقل $m\vec g$ وهي مشتقة من كمون
إذن الطاقة الميكانيكية تبقى محفوظة على $\widehat{BC}$.
(0,25)

$$E_p(B) + E_c(B) = E_p(M) + E_c(M) \quad (0{,}75)$$

وعندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة لـ $m\vec g$ فوق AB نجد:

$$0 + \frac{1}{2} m V_B^2 \overset{(0,5)}{=} mg[R - R\cos\theta] + \frac{1}{2} m V_M^2$$ مع ($V_B = V_A$)

إذن:

(0,5) → $$\boxed{V_M^2 = V_A^2 - 2gR[1 - \cos\theta]}$$

3 ـ لكي تصل الكرة إلى CD من المسار لابد أن تكون $V_C > 0$ ← (0,75)

$$V_C = V_M(\theta = \theta_0) \overset{(0,75)}{=} V_A^2 - gR[1 - \cos\theta_0] > 0$$

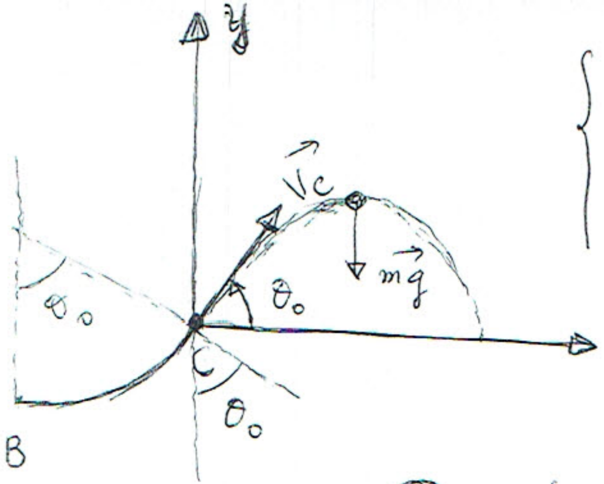
$$\cos\theta_0 = 1/2 \Leftarrow \boxed{V_A^2 > 2gR[1 - \cos\theta_0] = \cancel{4}g\frac{R}{\cancel{2}}} \quad (0{,}5)$$

4 ـ عندما تكون $V_C > 0$ فإن الكرة تواصل حركتها بعد النقطة C تحت تأثير ثقلها $m\vec g$ فقط وبسرعة إبتدائية $\vec V_C$
المعادلة التي تصبح تحكم الحركة هي:

(0,5) $m\vec g = m\vec\gamma$

أو: $\vec g = \vec\gamma \Rightarrow$

(0,5)
$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = 0 & (1) \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = -g & (2) \end{cases}$$



$$\begin{cases} \dfrac{dV_x}{dt} = 0 \Rightarrow V_x = V_c \cos\theta_0 \quad (0{,}5) \\ \dfrac{dV_y}{dt} = -g \Rightarrow V_y = -g t + V_c \sin\theta_0 \quad (0{,}5) \end{cases}$$

لأن السرعة الابتدائية $\vec{V_c}$ تكتب :

$$\vec{V_e} = V_c \cos\theta_0 \, \vec{i} + V_e \sin\theta_0 \, \vec{j}$$

لدينا :

$$\begin{cases} V_x = \dfrac{dx}{dt} \\ V_y = dy/dt \end{cases}$$

$x(t) = V_e \cos\theta_0 \cdot t$ (0,5)

$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_c \sin\theta_0 \cdot t \Leftarrow$ (0,5)

لأن : $x_0 = 0$ و $y_0 = 0$

وتعويض $t = \dfrac{x}{V_c \cos\theta_0}$ في عبارة y نحصل على معادلة المسار للكرة :

$$y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_c^2 \cos^2\theta_0} + V_c \sin\theta_0 \cdot \frac{x}{V_c \cos\theta_0}$$

أو :

(0,5) $$\boxed{y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_c^2 \cos\theta_0^2} + tg\,\theta_0 \cdot x}$$

5 - لكي تسقط الكرة عند ما $d = 5R$ من C $\Leftarrow$ لما $y = 0$ ، $x = 5R$

أي :

$$-\frac{1}{2} g \cdot \frac{(5R)^2}{V_c^2 \cos^2\theta_0} + tg\,\theta_0 \cdot 5R = 0 \leftarrow (0{,}5)$$

أو :

$$tg\,\theta_0 = \frac{1}{2} g \cdot \frac{5R}{V_e^2 \cdot \cos^2\theta_0} \Rightarrow \begin{cases} tg\,\theta_0 = \sqrt{3} \\ \cos\theta_0 = 1/2 \end{cases}$$

$$V_c^2 = V_A^2 - gR\left[1 - \cos\theta_0\right] = V_A^2 - \frac{gR}{2}$$

وعندما نعوض نجد :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\left[V_A^2 - \frac{gR}{2}\right] = 5gR$$

أي :

(0,5) $\rightarrow$ $$\boxed{V_A^2 = gR\left[10\frac{\sqrt{3}}{3} + 1/2\right]}$$

2017 / 2016

يوم 03 -04- 2017

السنة الاولى علوم المادة

امتحان استدراكي في مادة الفيزياء 1

التمرين الاول (10 نقاط): نقطة مادية M كتلتها m تتحرك في المستوي (Oxy) وفق المعادلة الزمنية :

$\overrightarrow{OM} = 4cos\pi t\vec{i} + 3sin\pi t\vec{j}$ حيث t يمثل الزمن.

(2) 1- استخرج معادلة المسار و مثله في المستوي (Oxy) و حدد نقطة بداية الحركة و مثل شعاع الموقع عند النقطة الكيفية M.

(1,5) 2- أحسب شعاع السرعة و طويلته و مثله على المسار عند النقطة الابتدائية و عند النقطة الكيفية M. أحسب الجداء $\overrightarrow{OM} \wedge \vec{v}$. ماذا تستنتج؟

(1,5) 3- أحسب شعاع التسارع و طويلته. مثله عند النقطة M و أحسب

(2) 4- ا- أحسب العزم الحركي $\vec{L}$ للنقطة M بالنسبة للنقطة O و استنتج $\frac{d\vec{L}}{dt}$. ماذا تلاحظ؟ اشرح ذلك.

ب- باستعمال قانون المساحات احسب المساحة المحصورة داخل المسار.

(3,5) 5- ا- بين أن القوة التي تؤثر في M محافظة واستنتج طاقتها الكامنة. نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة عند المبدأ O.

ب- احسب عمل القوة التي تؤثر في M بين الزمن الابتدائي t=0 والزمن t=1s ثم بين t=1s و t=2s .

ج- ما هي الطاقة الميكانيكية للنقطة M في هذه الحركة.

التمرين الثاني(10نقاط):

تترك نقطة مادية كتلتها m عند النقطة A من المسار (c) المبين على الشكل. الحركة تتم من دون احتكاك.

النقطة A توجد على ارتفاع H من B.

الجزء AB عبارة عن نصف قطع مكافئ و الجزء BC يمثل ربع دائرة مركزها O و نصف قطرها R=4H.

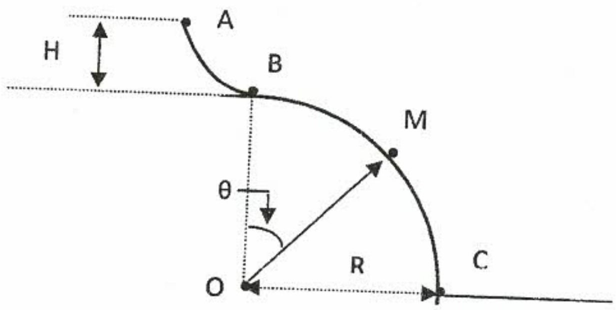
(2) **1**- ماهي السرعة التي تصل بها النقطة المادية إلى B

(2) **2**- أكتب معادلات الحركة للنقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC .

(2) **3**- أوجد سرعتها V_M في M.

(2) **4**- استنتج قوة رد الفعل N التي يؤثر بها المسار على النقطة المادية في M. هل تغادر النقطة المادية المسار بين B و c وأين؟

(2) **5**- عند ما تغادر النقطة المادية المسار، ما هي السرعة التي تغادر بها وكيف يكون المسار بعد مغادرتها. ارسمه بشكل كيفي ومثل شعاع السرعة عند المغادرة.

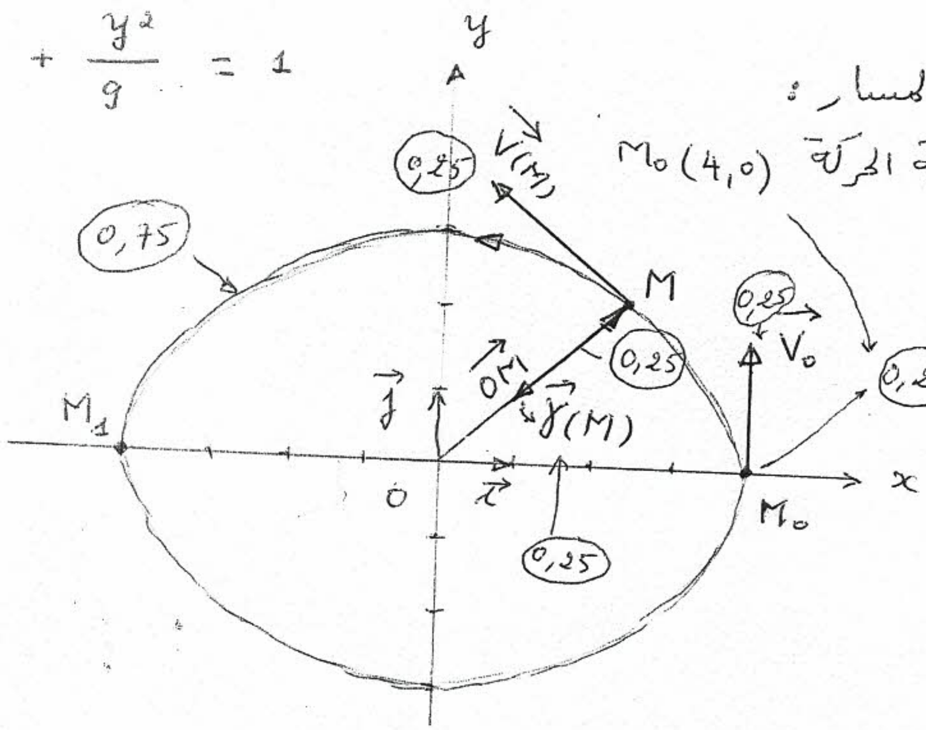


تصحيح الامتحان الاستدراكي فيزياء 1

التمرين 1 :

1- معادلة المسار : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ (0,75)

• نقطة بداية الحركة $M_0(4,0)$



(0,25) → واحدة تكفي

2- $\vec{V}(M) = -4\pi \sin \pi t\, \vec{i} + 3\pi \cos \pi t\, \vec{j}$ (0,5) ، $\|\vec{V}(M)\| = \pi \sqrt{16 \sin^2 \pi t + 9 \cos^2 \pi t}$ (0,5)

$\vec{V}_0 = 3\pi\, \vec{j}$ ، $\vec{V}(M)$ مماسي للمسار في M وفي اتجاه الحركة .

3- $\vec{\gamma}(M) = -4\pi^2 \cos \pi t\, \vec{i} - 3\pi^2 \sin \pi t\, \vec{j}$ (0,5) ، $\vec{\gamma}(M) = -\pi^2 . \vec{OM}$

$\|\vec{\gamma}(M)\| = \pi^2 \sqrt{16 \cos^2 \pi t + 9 \sin^2 \pi t}$ (0,5)

$\vec{\gamma}(M) \wedge \vec{OM} = -\omega^2 \vec{OM} \wedge \vec{OM} = \vec{0}$,

(0,25) $\Downarrow$

الحركة ذات تسارع مركزي

4- أ) $\vec{L}_{/O} = \vec{OM} \wedge \vec{P}$

$$\vec{L}_{/O} = \begin{pmatrix} 4 \cos \pi t \\ 3 \sin \pi t \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -4\pi m \sin \pi t \\ 3\pi m \cos \pi t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (0,25)$$

$\Rightarrow \vec{L}_{/O} = 12\pi m\, \vec{k} = \vec{cte} = \vec{L}_0$ (0,25)

$\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \vec{0}$ (0,25) ⇐ حركة النقطة المادية هي ذات تسارع مركزي أو تخضع لقوة مركزية (0,25)

ب) القوة المادية تخضع لقوة مركزية ⇐ $\frac{ds}{dt} = \frac{L_0}{2m} = \frac{12\pi m}{2m}$ (0,25)

الشعاع $\vec{OM}$ يمسح كل المساحة داخل المسار أثناء الدور T .

$\pi T = 2\pi \Rightarrow T = 2.s$ (0,25)

$S = \int_0^2 6\pi . dt = 12\pi = 4 \times 3 \times \pi$ (0,25) (0,25)

$\vec{F} = (-\pi^2 x\,\vec{i} - \pi^2 y\,\vec{j})\cdot m \Leftarrow \vec{F} = m\vec{\gamma} = -\pi^2\,\overrightarrow{OM}$

(أ .5

. قوة محافظة $\vec{F} \Leftarrow \dfrac{\partial F_x}{\partial y} = \dfrac{\partial F_y}{\partial x} = 0$ 0,25

$$\left.\begin{array}{ll} -m\pi^2 x = -\dfrac{\partial E_p}{\partial x} & (1) \\ -m\pi^2 y = -\dfrac{\partial E_p}{\partial y} & (2) \end{array}\right\} \Leftarrow \vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_p$$

0,25 0,25

مقارنة العبارتين للدالة تعطينا $E_p(x,y)$

$$\begin{cases} E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\pi^2 x^2 + f(y) + cte & \Leftarrow (1)\ 0,25 \\ E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\pi^2 y^2 + g(x) + cte & \Leftarrow (2)\ 0,25 \end{cases}$$

$$E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\pi^2 (x^2 + y^2) + C$$

$C = 0 \Leftarrow O(0,0)$ مبدأ الطاقة الكامنة هو في

إذن 0,25 $E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\pi^2 (x^2 + y^2)$

ب. $t = 0\,s \Leftarrow$ النقطة المادية توجد في $M_0(4,0)$ 0,25

$t = 1\,s \Leftarrow$ " " " $M_1(-4,0)$

القوة $\vec{F}$ محافظة $\Leftarrow W_{0\to1} = W_{M_0\to M_1} = E_p(M_0) - E_p(M_1)$ 0,25

$W_{0\to1} = \frac{1}{2} m\pi^2 \times 4^2 - \frac{1}{2} m\pi^2 \times (-4)^2 = 0$ 0,25

$t = 2\,s \Leftarrow$ النقطة تعود إلى M_0 $\Leftarrow W_{0\to1} + W_{1\to2} = W_{0\to1} + W_{1\to0} = 0$

لأن القوة محافظة $\Rightarrow W_{1\to2} = 0$ 0,25

ج. الطاقة الميكانيكية محفوظة لأن $\vec{F}$ محافظة

$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m V_M^2 + \frac{1}{2} m\pi^2 (x^2 + y^2)$ 0,25 0,25

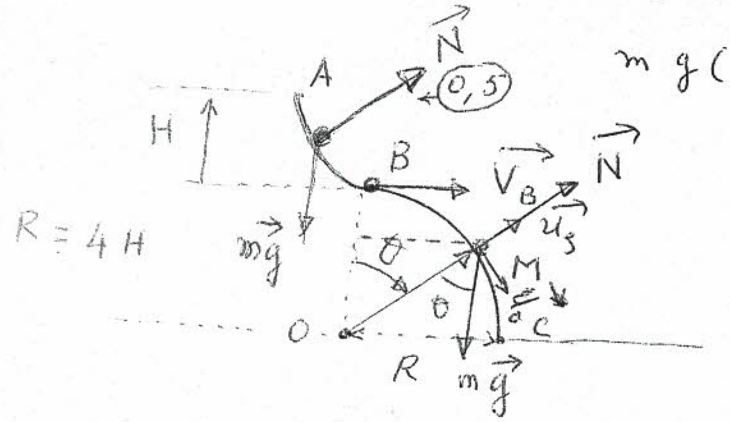
$E = \frac{1}{2} m\left[16\pi^2 \sin^2\pi t + 9\pi^2 \cos^2\pi t\right] + \frac{1}{2} m\pi^2 \left[16\cos^2\pi t + 9\sin^2\pi t\right] = \frac{1}{2} m\pi^2 \left[16(\cos^2\pi t + \sin^2\pi t) + 9(\cos^2\pi t + 9\sin^2\pi t)\right] = \frac{1}{2} m\pi^2 (16+9)$ 0,25

0,25 $E = \dfrac{25}{2} m\cdot\pi^2$

التمرين 2 : 1) على المسار $\widehat{AB}$ ، $\vec{N}$ دائما عمودية ⇐ $\vec{N}$ لا تنتج عمل

القوة الوحيدة التي تعمل هي $m\vec{g}$ و هي محافظة . اذن

$$E = E_p + E_c = cte \Leftarrow E_p(B) + E_c(B) = E_p(A) + E_c(A) \leftarrow (0,5)$$



أو : $mg(H+R) + 0 = mgR + \frac{1}{2} m V_B^2$

$$V_B^2 = 2gH$$

أو : $V_B = \sqrt{2gH}$ (1)

$E_p(0)$

2 - فوق $\widehat{BC}$ معادلة الحركة للنقطة المادية تكتب :

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{\gamma} \quad (0,25)$$

في المرجع $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ لدينا : $\vec{N} = N.\vec{u}_\rho$ (0,25) ، $m\vec{g} \overset{(0,25)}{=} -mg\cos\theta\,\vec{u}_\rho + mg\sin\theta\,\vec{u}_\theta$ ، $\vec{OM} = R.\vec{u}_\rho \Rightarrow \vec{V}(M) = R.\dot{\theta}.\vec{u}_\theta$ (0,25)

و $\vec{\gamma}(M) \overset{(0,25)}{=} -R\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ وإسقاط المعادلة الأساسية للتحريك في المرجع $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ تعطينا :

$$\begin{cases} N - mg\cos\theta \overset{(0,5)}{=} -m.R.\dot{\theta}^2 = -\dfrac{m V_M^2}{R} & (1) \\ mg\sin\theta \overset{(0,25)}{=} mR\ddot{\theta} & (2) \end{cases}$$

3 - فوق $\widehat{BC}$ الطاقة الميكانيكية محفوظة لأن $\vec{N}$ لا تعمل والقوة الوحيدة التي تنتج عملا هي $m\vec{g}$ ⇐ (0,25) $E(B) = E(M)$ (0,25)

أو : $E_p(B) + E_c(B) = E_p(M) + E_c(M)$

أو : $mgR + \frac{1}{2} m V_B^2 = mgR\cos\theta + \frac{1}{2} m V_M^2$ (0,5)

إذن : $V_M^2 = 2gR + 2gH - 2gR\cos\theta$

$$V_M^2 = 2g[R + H - R\cos\theta] \overset{(1)}{=} 2gH[5 - 4\cos\theta]$$

يمكن الحصول على V_M بحل المعادلة التفاضلية (2) .

4 - من المعادلة (1) نحصل على: $N = mg\cos\theta - m\dfrac{V_M^2}{R}$ (0,25)

وعندما نعوض نجد: $N = mg\left[3\cos\theta - \dfrac{2(R+H)}{R}\right]$ (0,25)

$R = 4H \Leftarrow$ $N = mg\left[3\cos\theta - \dfrac{5}{2}\right]$ (0,25)

تغادر النقطة المسار $\overset{\frown}{BC}$ لما تصير $N = 0$ (0,25) أي: $3\cos\theta - \dfrac{5}{2} = 0$

أي: $\cos\theta = \dfrac{5}{6} < 1$ (0,5) $\Leftarrow$ تغادر النقطة المادية لما:

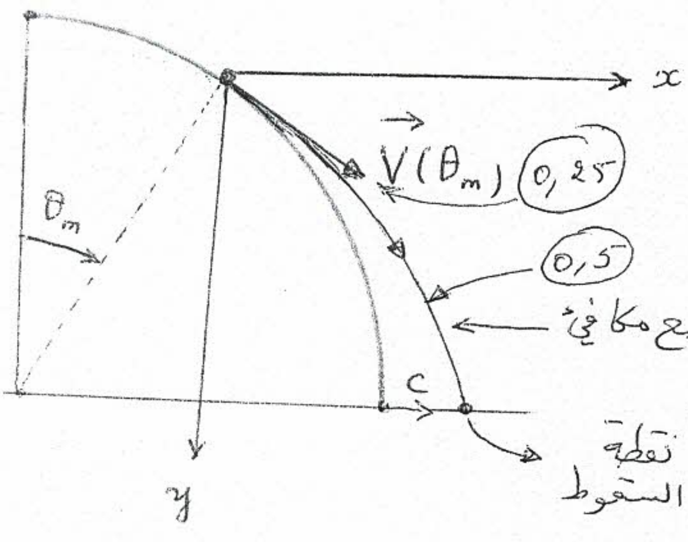
$\theta = \theta_m = 33.6°$ (0,25)

5 - عندما تغادر $\overset{\frown}{BC}$: $V_m^2 = 2gH\left[5 - 4 \times \dfrac{5}{6}\right] = \dfrac{10}{3}gH$ (0,5)

إذن تغادر النقطة المادية بسرعة: $V(\theta_m) = \sqrt{\dfrac{10}{3}gH}$ (0,25)

عندما تغادر في θ_m تصير حركة النقطة المادية عبارة عن سقوط حر تحت تأثير الثقل $m\vec{g}$ بسرعة إبتدائية $\vec{V}(\theta_m)$. (0,25)

المسار بعد المغادرة عبارة عن قطع مكافئ يكون $\vec{V}(\theta_m)$ مماسي (0,25) له في بدايته كما هو في الشكل: $\vec{V}(\theta_m)$ مماسي أيضا للدائرة في θ_m .



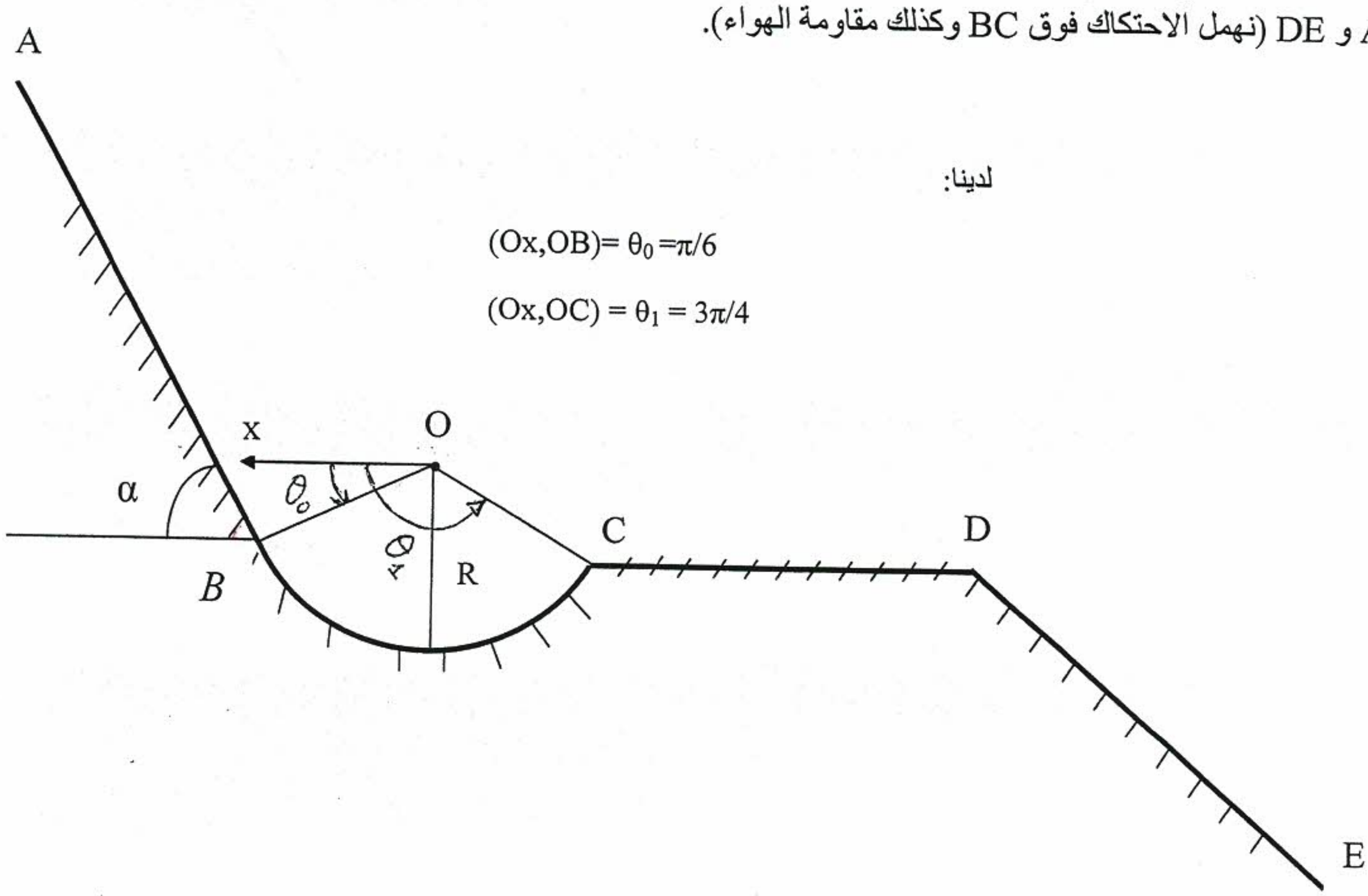
2018 / 2017

2018/04/10

السنة الأولى علوم المادة

امتحان استدراكي في مقياس الفيزياء 1

يتكون مسار للتزلج على الجليد (أنظر الشكل) من منحدر مستقيم AB طوله L مائل بزاوية α عن المستوي الأفقي ثم جزء من دائرة BC مركزها O ونصف قطرها R مماسي للمستقيم AB في B ثم مستقيم أفقي CD طوله $d = 8.R$ غير مهيء للتزلج وينتهي بمنحدرمائل آخرDE طوله 1Km. يوجد احتكاك معامله f فقط على المنحدرين AB و DE (نهمل الاحتكاك فوق BC وكذلك مقاومة الهواء).



ينطلق رياضي ،نعتبره كنقطة مادية كتلتها m ، من دون سرعة إبتدائية من النقطة A .

5 1- أكتب القانون الاساسي للتحريك فوق AB ثم استنتج السرعة التي يصل بها الرياضي إلى B ومثلها على الشكل.

7 2- اختر المرجع المناسب لدراسة الحركة على الجزء الدائري BC ثم اكتب معادلة الحركة في هذا المرجع ثم استنتج السرعة التي يصل بها الرياضي إلى C ومثلها على الشكل.

4 3- ما هي طبيعة الحركة بعد C. اختر مرجعا لدراسة هذه الحركة ثم استنتج المسار الذي يأخذه الرياضي بعد C .

4 4- نأخذ : $L = 10.R$ و f=1/4 وقيم θ_0 و θ_1 المعطاة مع الشكل ، اعط قيمة زاوية الميل α ثم حدد المدى الذي يصله الرياضي من دون المرور على الجزء CD الغير قابل للتزلج. ما هي أصغر قيمة للطول L بدلالة R الذي ينطلق منه الرياضي ليتجنب المرور على الجزء CD.

تصحيح الإمتحان الاستدراكي فيزياء 1 .

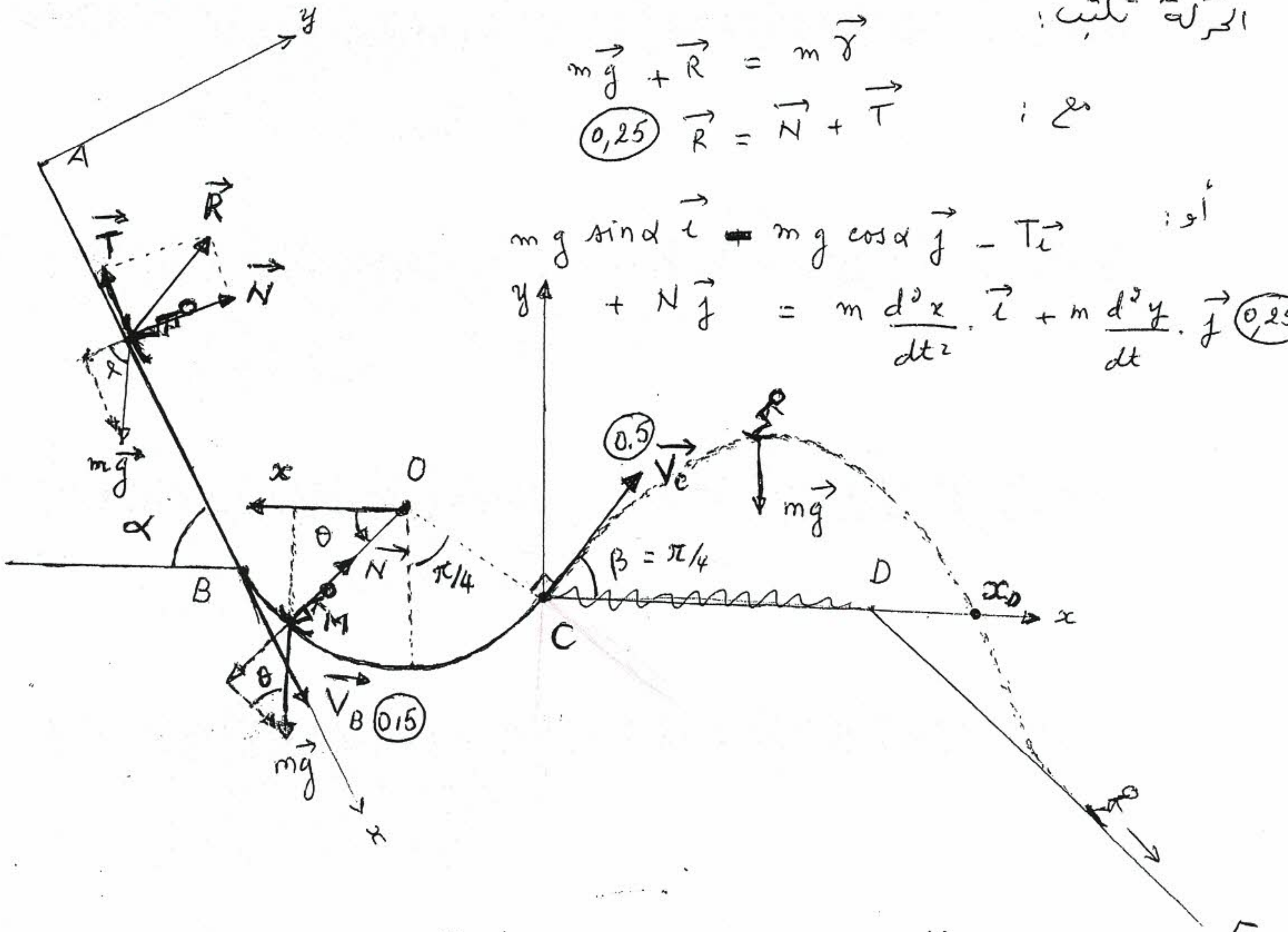
1- المسار AB : في المرجع $(\vec{Ax}, \vec{Ay})$ معادلة الحركة تكتب:

$$m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{\gamma}$$

مع: (0,25) $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

أو:

$$mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} - T\vec{i} + N\vec{j} = m\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\vec{i} + m\frac{d^2y}{dt}\cdot\vec{j} \quad (0,25)$$



أي:

$$\begin{cases} mg\sin\alpha - T = m\dfrac{d^2x}{dt^2} & (1) \quad (0,5) \\ -mg\cos\alpha + N = m\dfrac{d^2y}{dt^2} & (2) \quad (0,5) \end{cases}$$

وبما أنه لاتوجد حركة في الإتجاه $\vec{Ay}$ $\Leftarrow$ $\gamma_y = \frac{d^2y}{dt^2} = 0$ (0,25) .

أي: (0,25) $N = mg\cos\alpha$

قانون الاحتكاك الصلب يعطينا: $f = \frac{T}{N}$ (0,25) $\Leftarrow$ $T = f.mg.\cos\alpha$ (0,25)

والمعادلة (1) تعطينا: $mg(\sin\alpha - f\cos\alpha) \overset{(0,5)}{=} m\gamma_x = m\frac{d^2x}{dt^2}$

الحركة في الإتجاه $\vec{Ax}$ هي متغيرة بانتظام لأن γ_x ثابت .

إذن :

$$2\,\gamma_x \cdot L = V_B^2 - V_A^2 \quad (0{,}5)$$

وبما أن $V_A = 0 \Leftarrow$

$$\boxed{V_B^2 = 2g(\sin\alpha - f\cos\alpha)\cdot L} \quad (1)$$

2- الحركة على الجزء BC هي حركة دائرية مركزها O وسرعة ابتدائية $\vec{V}_B$. المرجع المناسب لدراسة هذه الحركة هو القطبي $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ (0,5). معادلة الحركة هي :

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\,\vec{\gamma} \quad (0{,}25)$$

مع : $\vec{N} = -N\cdot\vec{u}_\rho$ (0,25) ، $m\vec{g} \overset{(0,5)}{=} mg\sin\theta\cdot\vec{u}_\rho + mg\cos\theta\cdot\vec{u}_\theta$

لدينا : $\vec{OM} = R\cdot\vec{u}_\rho$ (0,25) $\Leftarrow$ $\vec{V}(M) \overset{(0,25)}{=} R\dot{\theta}\cdot\vec{u}_\theta$

و

$$\vec{\gamma}(M) = -R\dot{\theta}^2\cdot\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\cdot\vec{u}_\theta \quad (0{,}5)$$

وعندما نعوض في القانون الأساسي للتحريك نجد :

$$\begin{array}{l} \vec{u}_\rho \leftarrow \\ \vec{u}_\theta \leftarrow \end{array} \begin{cases} mg\sin\theta - N = -mR\dot{\theta}^2 & (1) \quad (0{,}5) \\ mg\cos\theta = mR\ddot{\theta} & (2) \quad (0{,}5) \end{cases}$$

حل المعادلة التفاضلية (2) يسمح بإيجاد السرعة V_c.

يمكن كتابة المعادلة (2) من الشكل :

$$R\ddot{\theta} = R\frac{d\dot{\theta}}{dt} = g\cos\theta$$

وعند جداء طرفي المعادلة في $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ نحصل على :

$$R\dot{\theta}\cdot\frac{d\dot{\theta}}{dt} \overset{(0,25)}{=} g\cos\theta\cdot\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow R\dot{\theta}\,d\dot{\theta} \overset{(0,25)}{=} g\cos\theta\,d\theta$$

أي : $R\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}_1}\dot{\theta}\,d\dot{\theta} \overset{(0,5)}{=} \int_{\theta_0}^{\theta_1} g\cos\theta\,d\theta$

$$\Leftarrow \quad R\frac{\dot{\theta}_1^2}{2} - \frac{R}{2}\dot{\theta}_0^2 \overset{(0,5)}{=} g\left[\sin\theta_1 - \sin\theta_0\right]$$

وبما أن $\vec{V}$ فوق $\overset{\frown}{BC}$ هو : $\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \Leftarrow V_B \overset{(0,25)}{=} R\dot{\theta}_0$

و $V_c \overset{(0,25)}{=} R\dot{\theta}_1$ إذن :

$$\boxed{V_c^2 = 2gR\left[\sin\theta_1 - \sin\theta_0\right] + V_B^2} \quad (1)$$

3 - يواصل الرياضي مساره بعد النقطة C بسرعة ابتدائية $\vec{V}_c$ وبما أن $\vec{V}_c$ غير مماسية الجزء CD فإنه يقذف في الفضاء تحت تأثير القوة الوحيدة $m\vec{g}$ والسرعة $\vec{V}_c$. (0,5)

معادلة الحركة بعد C في المرجع $(\vec{Cx}, \vec{Cy})$ (0,25) نكتب:

$$m\vec{g} = m\vec{\gamma} \quad (0{,}25) \Rightarrow \begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = 0 & (1) \ (0{,}25) \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = -mg & (2) \ (0{,}25) \end{cases}$$

المعادلة (1) تعطينا: $V_x = V_c \cos\beta$ (0,25) ثم: $x(t) = V_e \cos\beta \cdot t$ (0,5)

المعادلة (2) تعطينا: $V_y = -gt + V_c \sin\beta$ (0,25) ثم: $y(t) = -\frac{1}{2}g t^2 + V_c \sin\beta \cdot t$ (0,5)

وعندما نعوض: $t = \dfrac{x}{V_e \cos\beta}$ في معادلة y نجد:

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{V_c^2 \cos^2\beta} + tg\beta \cdot x} \quad (1)$$

وهي معادلة قطع مكافئ يمر من C ومقعر نحو الأسفل.

4 - $\theta_0 = \pi/6 \Leftarrow \alpha = \pi/3$ (0,25) لأن الزاوية: $O\hat{B}A = \pi/2$ (AB مماسي للدائرة في B)

$\theta_1 = 3\pi/4 \Leftarrow \beta = \pi/4$ (0,25). ومن معادلة y بدلالة x نجد المدى الذي يصله الرياضي في الاتجاه $\vec{Cx}$ دون المرور على CD.

$y = 0 \Leftarrow x = 0$ و

$x_D = 2\, tg\beta \cdot \cos^2\beta\, V_e^2/g$

أي: $(1) \rightarrow \boxed{x_D = 2 \sin\beta \cos\beta\, V_c^2/g}$

عندما $L = 10R$ و $\beta = \pi/4$ و $f = 1/4$ ، $\theta_0 = \pi/6$ ، $\theta_1 = 3\pi/4$ ، $\alpha = \pi/3$ نجد:

$$x_D = 2\,\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot V_c^2/g = V_c^2/g \quad (0{,}25)$$

$$V_C^2 = 2gR\left[\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right]+V_B^2$$

وبما أن :

$$V_B^2 = 2g\left[\sin\alpha - f.\cos\alpha\right]L = 2g\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{4}.\frac{1}{2}\right].10.R$$

$$= 20.g.R\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{8}\right] \quad 0,25$$

نجد :

$$V_C^2 = 2gR\left[\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right]+20gR.\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{8}\right]$$

$$V_C^2 = gR\left[10\sqrt{3}+\sqrt{2}-\frac{7}{2}\right] \quad 0,5$$

إذن : $x_D = R\left[10\sqrt{3}+\sqrt{2}-7/2\right] \simeq 15.2R > d$ 0,5

وفق المعطيات السابقة يمر الرياضي إلى المنحدر DE دون المرور على CD.

أصغر قيمة للطول L نحصل عليها لما : $x_D = d = 8.R$

أي :

$$V_C^2/g = 8.R \leftarrow 0,5$$

$$V_C^2/g = \left[2gR.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right)+2g\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{8}\right].L\right]/g = 8.R$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{8}\right).L = 4R - R.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\right)$$

ونجد : 0,5

$$L_{min} = \frac{R.\left[9-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-1/4\right)} \simeq 5.12\,R$$

2019/2018 امتحان استدراكي لمقياس الفيزياء 1 (سا و30 د) السنة الاولى علوم المادة

التمرين 1 (6 نقاط): في المسوي (Oy , Ox) لجملة الإحداثيات الديكارتية نعتبر:

حقل القوة $\vec{F} = -2xy\vec{\imath} - x^2\vec{\jmath}$ والنقاط A(0,4) , B(2,4).

1- أحسب العمل لنقل نقطة مادية توجد تحت تأثير هذه القوة من المبدأ O إلى النقطة B على المسارين التاليين :
ا- على القطعة المستقيمة OA ثم القطعة المستقيمة AB. ب- على القطع المكافئ $y = x^2$. ماذا تلاحظ ؟

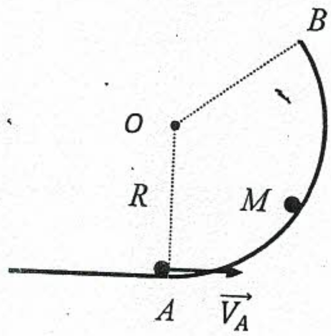
بين أن حقل القوة $\vec{F}$ محافظ .

2- من بين الدوال السلمية التالية أيهم تمثل الطاقة الكامنة للقوة $\vec{F}$: $E_p = xy^2 + C$ ، $E_p = 2x^2y + C$ ، $E_p = x^2y + C$. حدد قيمة الثابت C عند اعتبار مبدأ الطاقة الكامنة في النقطة O.

3- أعد حساب عمل القوة $\vec{F}$ بين النقطتين O و B باستعمال الطاقة الكامنة.

التمرين 2 (14 نقطة): تتحرك نقطة مادية كتلتها m في مستوي شاقولي على خط مستقيم أفقي مماسي لمسار دائري AB مركزه O ونصف قطره R . تصل النقطة المتحركة على المسار المستقيم إلى A بسرعة $\overrightarrow{V_A}$.

الزاوية : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{3}{4}\pi$.



1- اختر مرجعا مناسبا لدراسة حركة النقطة المادية على المسار AB ثم اكتب معادلات الحركة في نقطة كيفية M.

2- حل المعادلة التفاضلية للحركة ثم استنتج السرعة وقوة رد فعل المسار في M .

3- ما هي أصغر قيمة للسرعة V_A التي تجعل النقطة المتحركة تصل إلى B .

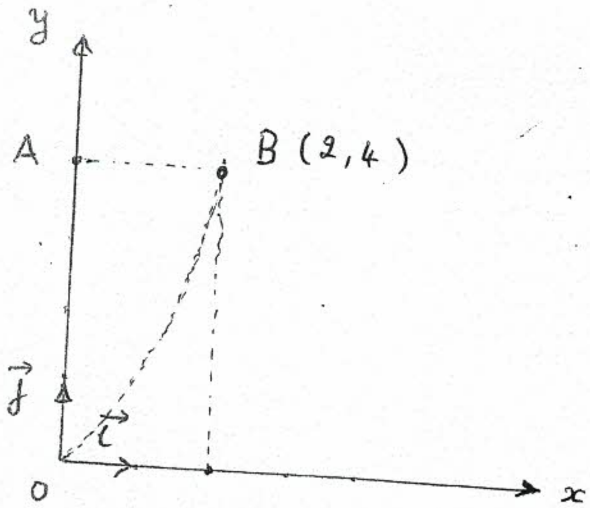
4- عندما تكون $V_A = \sqrt{10.g.R}$: - ما هي السرعة V_B التي تصل بها إلى B . - ما هي طبيعة المسار الذي تأخذه النقطة المتحركة بعد B . - أوجد سرعتها $\vec{V}$ بعد B ثم استنتج سرعتها عندما تصل ارتفاعها الأعلى h_{max} .

5- تبقى الطاقة الميكانيكية (الكلية) للنقطة المادية بعد B محفوظة ، لماذا؟ وظف هذه الطاقة للحصول على h_{max} بدلالة V_B ثم استنتج h_{max} لما $V_A = \sqrt{10.g.R}$.

ت.ع.: لما $R=3m$, $g=10m/s^2$ ($h_{max}=10.05m$, $V_A \approx 62Km/h$) .

تصحيح نموذجي للامتحان الاستدراكي فيزياء 1

2019 - 2018



التمرين 1 :

$$W_{O\to B} = \int_{O,(C)}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

1 - العمل عبر المسلك أ (C₁) :

$$W_{O\to B}^{(C_1)} = \int_{O,(C_1)}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{l} \overset{0,25}{=} \int_{O,(OA)}^{A} \vec{F}\, d\vec{l} + \int_{A,(AB)}^{B} \vec{F}\cdot d\vec{l} \overset{0,25}{=} \int_{O}^{A} \vec{F}\cdot dy\,\vec{j} + \int_{A}^{B} \vec{F}\cdot dx\,\vec{i}$$

$$W_{O\to B}^{(C_1)} \overset{0,25}{=} -\int_{O,(OA)}^{A} x^2\cdot dy - \int_{A,(AB)}^{B} 2xy\, dx = -\int_{0}^{2} 8x\, dx = -\left[4x^2\right]_0^2$$

$$W_{O\to B}^{(C_1)} = -16 \ u.I \quad 0,25$$

- العمل عبر المسلك ب (C₂) :

$$W_{O\to B}^{(C_2)} = \int_{O,(C_2)}^{B} \vec{F}\, d\vec{l} \overset{0,25}{=} \int_{O,(C_2)}^{B} -2xy\, dx - \int_{O,(C_2)}^{B} x^2\cdot dy \quad , \quad d\vec{l} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j}$$

وبما أن على (C_2) : $y = x^2$ ⇐

$$W_{O\to B}^{(C_2)} \overset{0,25}{=} +\int_{0}^{B} -2x^3\, dx - \int_{0}^{B} y\, dy$$

أو :

$$W_{O\to B}^{(C_2)} \overset{0,25}{=} -\int_{0}^{2} 2x^3\, dx - \int_{0}^{4} y\, dy = -2\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^2 - \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^4$$

$$W_{O\to B}^{(C_2)} = -8 - 8 = -16 \ u.I \quad 0,25$$

• نلاحظ أن العمل على المسلك (C_1) $\overset{0,5}{=}$ العمل على المسلك (C_2) .

• لدينا :

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = -2x = \frac{\partial F_y}{\partial x} \quad 0,5 \quad \Leftarrow \quad \vec{F} \text{ قوة محافظة}$$

2- $\vec F$ قوة محافظة أي مشتقة من طاقة كامنة E_p

$$\vec F = -\overrightarrow{grad}\,E_p$$

إذن :

* لما: $E_p = xy^2 + c$ ، $-\overrightarrow{grad}\,E_p = -y^2\vec i - 2xy\,\vec j \neq \vec F$ (0,5)

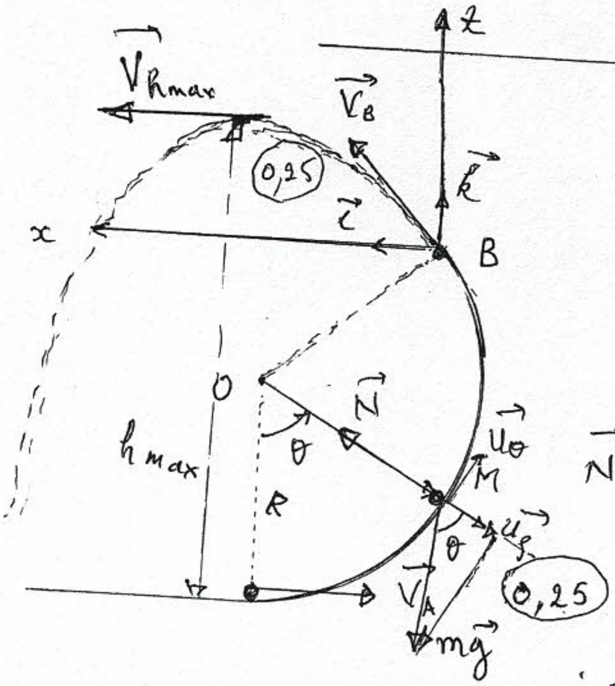
* لما: $E_p = 2x^2y + c$ ، $-\overrightarrow{grad}\,E_p = -4xy\,\vec i - 2x^2\vec j \neq \vec F$ (0,5)

* لما: $E_p = x^2y + c$ ، $-\overrightarrow{grad}\,E_p = -2xy\cdot\vec i - x^2\vec j = \vec F$ (0,5)

إذن الطاقة الكامنة للقوة $\vec F$ هي: $E_p = x^2y + c$

لما: $E_p(O) = 0$ (0,25) $\Leftarrow 0 + c = 0 \Leftarrow c = 0$ (0,25) $\Leftarrow E_p = x^2y$.

3- $W_{O\to B} = E_p(O) - E_p(B)$ (0,5) $\Rightarrow W_{O\to B} = -4\times4 = -16$ u.I (0,5)



التمرين 2 :

1- المرجع المناسب هو $(O, \vec u_\rho, \vec u_\theta)$ (0,25)

المعادلة الأساسية للحركة هي:

$m\vec g + \vec N = m\vec\gamma$ (0,25) مع:

$m\vec g = mg\cos\theta\cdot\vec u_\rho - mg\sin\theta\cdot\vec u_\theta$ (0,5) و $\vec N = -N\,\vec u_\rho$ (0,25)

و $\vec{OM} = R\,\vec u_\rho$ و $\vec V(M) = R\dot\theta\,\vec u_\theta$ (0,25)

و $\vec\gamma(M) = -R\dot\theta^2\cdot\vec u_\rho + R\ddot\theta\,\vec u_\theta$ (0,25)

وعندما نعوض في المعادلة الأساسية نجد:

$$\begin{cases} -N + mg\cos\theta = -mR\dot\theta^2 & (1) \\ -mg\sin\theta = mR\ddot\theta & (2) \end{cases}$$

في الإتجاه $\vec u_\rho$: (0,5)

وفي الإتجاه $\vec u_\theta$: (0,5)

2- حل المعادلة التفاضلية (2) نحصل عليه بكتابتها من الشكل: $R\frac{d\dot\theta}{dt} = -g\sin\theta$ وعند جداء طرفيها في $\dot\theta = \frac{d\theta}{dt}$ نحصل على:

$R\dot\theta\frac{d\dot\theta}{dt} = -g\cdot\sin\theta\cdot\frac{d\theta}{dt}$ (0,25) $\Rightarrow R\dot\theta\,d\dot\theta = -g\cdot\sin\theta\,d\theta$ (0,5)

ونحصل بذلك على معادلة مفصولة المتغيرات θ و $\dot{\theta}$

وبتكاملها يعطينا:

$$R\int_{\dot{\theta}_A}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\, d\dot{\theta} \overset{0,5}{=} g\int_0^{\theta} -\sin\theta\, d\theta \Rightarrow \frac{R}{2}\left[\dot{\theta}^2-\dot{\theta}_A^2\right] \underset{1}{=} g(\cos\theta-1)$$

وبما أن على المسار $\widehat{AB}$: $V = R\dot{\theta}$ فإن: $V_A \overset{0,25}{=} R\dot{\theta}_A$

وعندما نعوض نجد: $V^2 = V^2(M) = 2gR\left[\cos\theta-1\right]+V_A^2$ (0,5)

وعندما نعوض: $R\dot{\theta}^2 = \frac{V^2}{R}$ في المعادلة (1) نجد:

$$N = mg\left[3\cos\theta-2\right]+\frac{mV_A^2}{R} \quad (0,5)$$

3- لكي تصل النقطة المتحركة إلى B يجب أن تبقى $N \geq 0$ ونحصل على أصغر قيمة لـ V_A لما $N=0$ عند النقطة B أي: $\theta=\theta_B$ (0,5)

أي: $V_A^2 = -gR\left[3\cos\theta_B-2\right]$ (0,5)

وبما أن: $\theta_B = \frac{3\pi}{4}$ $\Leftarrow$ $V_A^2 = gR\left[3\frac{\sqrt{2}}{2}+2\right]$ (0,5)

4- $V_A^2 = 10.g.R$ $\Leftarrow$ $V_B^2 = 2gR\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right]+10gR$

أي: $V_B^2 \overset{0,5}{=} g.R.\left[8-\sqrt{2}\right]$

عندما تغادر النقطة المادية القوس الدائري في B تصير حركتها عبارة عن قذيفة بسرعة إبتدائية $\vec{V}_B$ تخضع لثقلها $m\vec{g}$ فقط. مسارها هي إذن عبارة عن قطع مكافئ مماسي لـ $\vec{V}_B$ في B (0,5) معادلة الحركة في المرجع $(O,\vec{i},\vec{k})$

نكتب: $m\vec{\gamma} \underset{0,25}{=} m\vec{g}$ أي: $\ddot{x}=0$ (1) و $\ddot{z}=-g$ (2)

(1) $\Leftarrow$ $V_x = cte = V_B\cos\alpha$ (0,5) و (2) $\Leftarrow$ $V_z = -gt+V_B\sin\alpha$ (0,5)

$\alpha = (\vec{Ox},\vec{V}_B) = \pi/4$ $\Leftarrow$ $\sin\alpha = \cancel{\cos}\,\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ وإذن بعد B:

$$\vec{V} = V_B\cos\alpha\,\vec{i} + (-gt+V_B\sin\alpha)\,\vec{k} \quad (0,5)$$

أعلى إرتفاع نحصل عليه لما : $\frac{d\,z(t)}{dt} = 0$ (0,5) ، أي : $\dot{z} = V_z = 0$

إذن لما : $h = h_{max}$ لدينا : $\vec{V} = V_B \cos\alpha \,.\, \vec{i}$ (0,5)

5 - بعد النقطة B الطاقة الميكانيكية : $E = E_p + E_c$ تبقى محفوظة لأن النقطة المتحركة توجد تحت تأثير ثقلها $m\vec{g}$ فقط وهي قوة محافظة. (0,5)

$$E(h_{max}) = E(h_B) \Rightarrow \left\{ \frac{1}{2} m (V_B \cos\alpha)^2 + m\,g\,h_{max} = \frac{1}{2} m V_B^2 + m\,g\,h_B \right.$$ (0,5) (0,5)

وبما أن : $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $h_B = R + R\frac{\sqrt{2}}{2}$ فإننا نجد عندما

نعوض : $h_{max} = h_B + V_B^2/4g$ (0,5) أي : $h_{max} = R\left[3 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right]$ (0,5) .

لما $V_A^2 = 10.g.R$ ، $h_{max} \simeq 3,35.R \Leftarrow$ لما $R = 3\,m$ ، $h_{max} \simeq 10\,m$

و $V_A \simeq 62\ km/h$.