جامعة قسنطينة السنة الجامعية 2005/2006

المراقبة المستمرة رقم 01 : في الميكانيك

- التمرين 01 : **(05 نقاط)**

في معلم متعامد و متجانس (O , i , j , k) , نعرف الشعاعين :

$\mathbf{V_1 = 3i + 2j - k}$ و $\mathbf{V_2 = i - 3j + k}$

1- أحسب الجداء السلمي : $\mathbf{V_1 . V_2}$

2- أحسب الجداء الشعاعي : $\mathbf{V_1 \Lambda V_2}$

3- أحسب الزاوية : $\mathbf{(V_1 , V_2)}$

4- أستنتج دون حساب قيمة الجدائين : $\mathbf{(V_1 \Lambda V_2) . V_1}$ و $\mathbf{V_2 . (V_1 \Lambda V_2)}$

- التمرين 02 : **(10 نقاط)**

نقطة مادية **M** تتحرك على مسار مستوي وفق المعادلة الزمنية : $\boldsymbol{\gamma = 6\,j}$

حيث في اللحظة الإبتدائية للحركة كان لدينا :

$V_x(0) = 1m/S$ ، $V_y(0) = -12m/S$ ، $x(0) = 1m$ ، $y(0) = 13m$.

1- أستخرج عبارة السرعة و طويلتها عند اللحظة **t** .

2- أستخرج موقع النقطة **M(x,y)** عند نفس اللحظة **t** .

3- أستخرج معادلة مسار النقطة **M** و مثله في المعلم Oxy ، مع تحديد نقطة البداية و إتجاه الحركة ، ما هي طبيعة هذا المسار

4- مثل شعاعي السرعة و التسارع عند الأزمنة : $t = 0S$ ، $t = 2S$ ، $t = 4S$.

- التمرين 03 : **(05 نقاط)**

1- أكتب عبارة السرعة المطلقة $\mathbf{V_a}$ بدلالة السرعة النسبية $\mathbf{V_r}$.

- كيف تتبسط عند الحركة الإنسحابية
- كيف تتبسط عند الحركة لدورانية

2- أكتب عبارة التسارع المطلق $\boldsymbol{\gamma_a}$ بدلالة التسارع النسبي

- ماذا يحدث إذا كان المعلم النسبي يتحرك حركة إنسحابية منتظمة، كيف نسمي هذا الصنف من المعالم و ماهي خاصيته الأساسية

* / التمرين 1 :

1) $\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = 3\times1 - 3\times2 - 1\times1 = -4$ (1)

2) $\vec{V_1}\wedge\vec{V_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 3 & 2 \\ 1 & -3 \end{matrix} =$

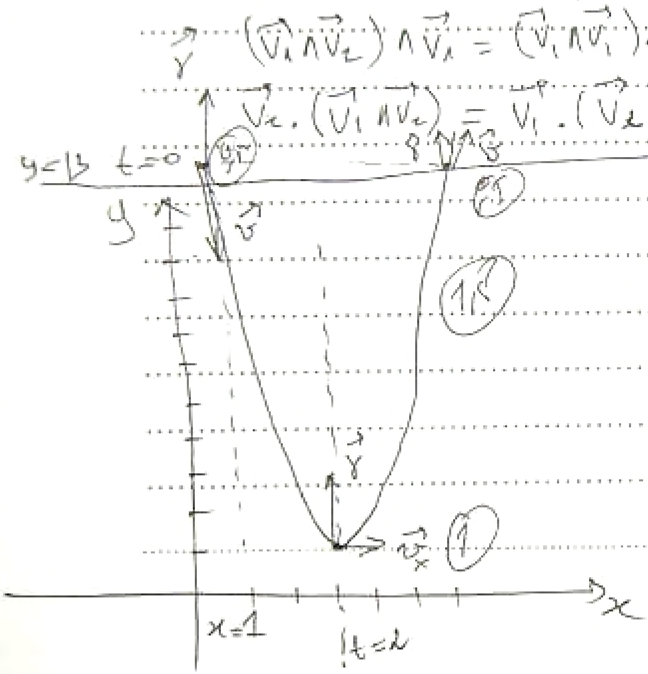
$= (2\times1 - 3\times1)\vec{i} + (-1\times1 - 3\times1)\vec{j} + (3\times-3 - 2\times1)\vec{k}$ (2)

$= -\vec{i} - 4\vec{j} - 11\vec{k}$

3) $\cos(\vec{V_1},\vec{V_2}) = \frac{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}}{\|\vec{V_1}\|\cdot\|\vec{V_2}\|} = \frac{-4}{\sqrt{14}\times\sqrt{11}}$ (1)

4) $(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2})\wedge\vec{V_1} = (\vec{V_1}\wedge\vec{V_1})\cdot\vec{V_2} = 0$ (0,5)

$\vec{V_2}\cdot(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}) = \vec{V_1}\cdot(\vec{V_2}\wedge\vec{V_2}) = 0$ (0,5)



* التمرين 2 :

1) $\vec{\gamma} = 6\vec{j} \Leftarrow \begin{cases} \gamma_x = 0, & \gamma_y = 6 \end{cases}$

(0,5) $v_x = v_{x0} \Leftarrow \gamma_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$

$v_y = 6t + v_{y0} \Leftarrow \gamma_y = \frac{dv_y}{dt} = 6$ (0,5)

عند $t=0$: $v_x(0) = v_{x0} = 1$

$v_y(0) = 6\times0 + v_{y0} = -12$

و منه (0,5) $v_x = 1$

(0,5) $v_y = 6t - 12$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{1 + (6t-12)^2}$

2) $v_x = \frac{dx}{dt} = 1 \Rightarrow x = t + x_0$ (0,5)

$v_y = \frac{dy}{dt} = 6t - 12 \Rightarrow y = 3t^2 - 12t + y_0$ (0,5)

عند $t=0$: $x(0) = x_0 = 1 \Rightarrow x = t + 1$

$y(0) = 3\times 0 - 12\times 0 + y_0 = 13$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x &= t+1 \quad (1) \\ y &= 3t^2 - 12t + 13 \quad (1) \end{aligned}}$$

3) ومنه $t = x - 1$

$y = 3(x-1)^2 - 12(x-1) + 13$

$\Rightarrow (y-1) = 3\left[(x-1)^2 - 4(x-1) + 4\right]$ (0,5)

$(y-1) = 3\left[(x-1) - 2\right]^2$

$\boxed{(y-1) = 3(x-3)^2}$ (1)

* التمرين 03 :

1) $\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ (1)

- $\vec{V}_e = \vec{V}_T$

$\Rightarrow \vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_T$ (0,5)

- $\vec{V}_e = \vec{V}_R$

$\Rightarrow \vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_R$ (0,5)

2) $\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r + \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c$ (1)

- $\vec{\gamma}_e = \vec{0}$, $\vec{\gamma}_c = 0$ (0,5)

$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r$ (0,5)

هو معلم غاليلي (عطالي) - محافظ على قانون التحريك الأساسي

(1)

<u>مراقبة قصيرة في الميكانيك</u>

<u>- التمرين 01</u> : (08 نقاط)

نعطي النقاط **A(1 , 1,-2)** ، **B(1,-1, 3)** ، **C(-2, 0, 1)** ، **D(-1,-2, 2)**

1- أحسب مركبات الأشعة : $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{CD}$

2- أوجد الزاوية بين الأشعة : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ ، و $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CD})$

3- أحسب مساحة المثلثين : **(ABC)** و **(BCD)**

4- أحسب حخم متوازي السطوح المشكل من : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CD})$

<u>- التمرين 02</u> : (12 نقطة)

المعادلة الزمنية لحركة نقطة مادية في الإحداثيات القطبة تكتب :

$\rho = \mathrm{a}.\mathrm{e}^{\theta}$ و $\theta = \omega.\mathrm{t}$ حيث ω, a ثابتان موجبان

1- أرسم المسار في المجال **$\theta = 0$** و **$\theta = 2\pi$**

2- أحسب شعاع السرعة و طويلته : ثم استنتج مركبات شعاع الواحدة المماسي $\overrightarrow{U_T}$

3-أحسب شعاع التسارع و طويلته

4-أحسب التسارع المماسي و التسارع الناظمي ثم أستخرج نصف قطر الإنحناء

5- أحسب طول المسار المقطوع خلال الفاصل الزمني **(T , 0).**

①

حل مراقبة الميكانيك

التمرين 01 : (08 نقاط)

1)- $\vec{AB}\begin{pmatrix}0\\-2\\5\end{pmatrix}$ (0,25) ، $\vec{AC}\begin{pmatrix}-3\\-1\\+3\end{pmatrix}$ (0,25) ، $\vec{CD}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ (0,25)

2)- $\cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \dfrac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|}$ (0,5)

* (0,5) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = (0\times -3)+(-2\times -1)+(5\times +3) = 17$

(0,5) $\|\vec{AB}\| = \sqrt{0^2+(-2)^2+5^2} = \sqrt{29}$, $\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-3)^2+(-1)^2+3^2} = \sqrt{19}$ (0,5)

$\cos(\vec{AB},\vec{AC}) = 0{,}724 \Leftarrow$ ، $(\vec{AB},\vec{AC}) = 43{,}6°$ (0,25)

* (0,5) $\vec{AC}\cdot\vec{CD} = (-3\times 1)+(-1\times -2)+(3\times 1) = 2$

$\|\vec{AC}\| = \sqrt{19}$, $\vec{CD} = \sqrt{1^2+(-2)^2+1^2} = \sqrt{6}$ (0,5)

$\cos(\vec{AC},\vec{CD}) = \dfrac{2}{\sqrt{19}\times\sqrt{6}} = 0{,}1873 \Leftarrow$ ، $(\vec{AC},\vec{CD}) = 79{,}2°$ (0,25)

3 - $S(ABC) = \frac{1}{2}\|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\|$ (0,25)

① $\vec{AB}\wedge\vec{AC} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & -2 & 5\\ -3 & -1 & 3\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-15\\-6\end{pmatrix}$

(0,25) $\|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\| = \sqrt{(-1)^2+(-15)^2+(-6)^2} = \sqrt{262}$

$S(ABC) = \dfrac{\sqrt{262}}{2} = 8{,}0932$

$\vec{BC}\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix}$ (0,25) ، $S(BCD) = \frac{1}{2}\|\vec{BC}\wedge\vec{CD}\|$ ،

① $\vec{BC}\wedge\vec{CD} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -3 & 1 & -2\\ 1 & -2 & 1\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\1\\5\end{pmatrix}$

$\|\vec{BC}\wedge\vec{CD}\| = \sqrt{(-3)^2+1^2+5^2} = \sqrt{35}$ (0,25)

$S(BCD) = \dfrac{\sqrt{35}}{2} = 2{,}958$

2

$$V = (\vec{AB} \wedge \vec{AC}) \cdot \vec{CD} = \begin{pmatrix} -1 \\ -15 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = -1 + 30 - 6 \quad -4$$

0,5

$$V = 23$$ 0,25

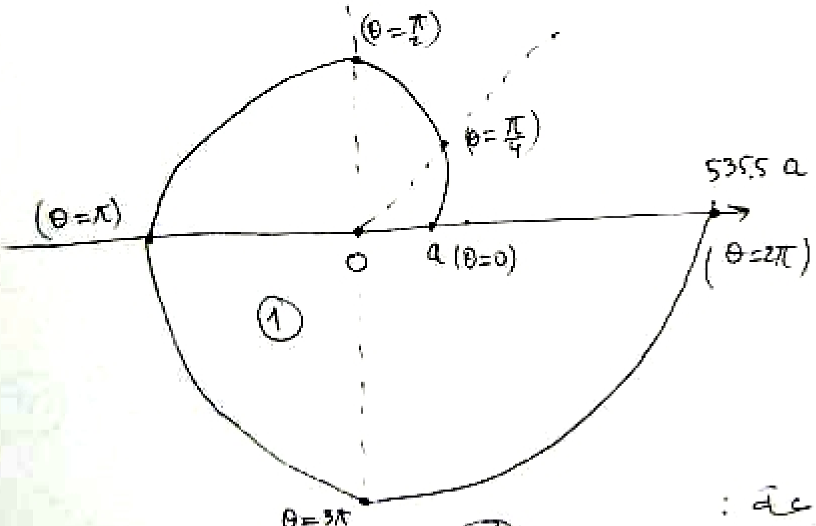
-التمرين 02 : (12 نقطة)

1- رسم المسار :

$$\rho = a \cdot e^{\theta} = a \cdot e^{\omega t} \quad , \quad \theta = \omega t$$

0,5

θ	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$3\frac{\pi}{2}$	2π
ρ	a	$a e^{\frac{\pi}{4}}$	$a \cdot e^{\frac{\pi}{2}}$	$a e^{\pi}$	$a e^{\frac{3\pi}{2}}$	$a e^{2\pi}$



2- حساب السرعة :

0,5

$$\dot{\rho} = a\omega e^{\omega t} \quad , \quad \dot{\theta} = \omega \quad , \quad \vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \boxed{\dot{\rho}\, \vec{u}_\rho + \rho \dot{\theta}\, \vec{u}_\theta} \text{ 0,5}$$

$$\vec{V} = a\omega e^{\omega t} \vec{u}_\rho + a\omega e^{\omega t} \vec{u}_\theta = a\omega e^{\omega t} (\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta)$$ 0,5

$$\boxed{\|\vec{V}\| = a\omega\sqrt{2}\, e^{\omega t}} \text{ 0,5}$$

$$\boxed{\text{0,5} \quad \vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta) \text{ 0,5}}$$

3

3- حساب التسارع:

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma} = \ddot{\rho}\vec{U}_\rho + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{U}_\theta + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{U}_\theta + \rho\ddot{\theta}\vec{U}_\theta - \rho\dot{\theta}^2\vec{U}_\rho$$

$$(0,5)\ \boxed{\ddot{\rho} = a\omega^2 e^{\omega t} \ ,\ \dot{\rho} = a\omega e^{\omega t}} \ \boxed{,\ \ddot{\theta} = 0 \ ,\ \dot{\theta} = \omega}\ (0,5)$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{U}_\rho + 2\dot{\rho}\dot{\theta}\vec{U}_\theta \quad (0,5)}$$

$$\boxed{\|\vec{\gamma}\| = 2a\omega^2 e^{\omega t} \quad (0,5)} \qquad \boxed{\vec{\gamma} = 2a\omega^2 e^{\omega t}\vec{U}_\theta \quad (0,5)}$$

4- حساب التسارع المماسي والناظمي:

$$\boxed{\|\vec{\gamma}_T\| = a\omega^2\sqrt{2}\, e^{\omega t} \quad (0,5)} \Leftarrow \|\vec{\gamma}_T\| = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt} \quad (0,5)$$

$$(0,5)\ \|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2} = a\omega^2\sqrt{2}\, e^{\omega t} \quad (0,5)$$

نجد نصف قطر الإنحناء:

$$(0,5)\ R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} = \frac{a^2\omega^2 . 2\, e^{2\omega t}}{a\omega^2\sqrt{2}\, e^{\omega t}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = a\sqrt{2}\, e^{\omega t} \quad (0,5)}$$

5- $dS = \|\vec{V}\| \cdot dt \quad (0,5)$

$$(0,5)\ S = \int_0^T \|\vec{V}\| . dt = \int_0^T a\omega\sqrt{2}\, e^{\omega t} . dt$$

$$\boxed{S = a\sqrt{2}\left[e^{\omega t} - 1\right] \quad (0,5)}$$

مراقبة قصيرة في الميكانيك

- التمرين 01 : (05 نقاط)

في معلم متعامد و متجانس $(O , \vec{i} , \vec{j} , \vec{k})$, نعرف الشعاعين :

$\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ و $\vec{V}_2 = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$

1- أحسب الجداء السلمي : $\vec{V}_1.\vec{V}_2$

2- أحسب الجداء الشعاعي : $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$

3- أحسب الزاوية : $(\vec{V}_1,\vec{V}_2)$

4- أستنتج دون حساب قيمة الجدائين : $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2).\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2.(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)$

- التمرين 02 : (05 نقاط)

لتكن الدالة الشعاعية تابعة للزمن t من الشكل : $\vec{V}(t) = Vx(t)\ \vec{i} + Vy(t)\ \vec{j} + Vz(t)\ \vec{k}$

1- بين في الحالة العامة أن : $d||\vec{V}||/dt \neq ||d\vec{V}/dt||$ ، متى نحصل على المساواة

2- بين كذلك أن المساواة : $\vec{V}.d\vec{V}/dt = ||\vec{V}||.d||\vec{V}||/dt$ صحيحة دائما

3- إذا كانت $||\vec{V}|| = Cte$ بين أن $d\vec{V}(t)/dt \perp \vec{V}(t)$

4- إذا كانت عبارة الدالة من الشكل : $\vec{V}(t) = (4t)\ \vec{i} - (3t^2)\ \vec{j} + (2t^2 + 4t)\ \vec{k}$

أ- أحسب : $d\vec{V}(t)/dt$ و $d^2\vec{V}(t)/dt^2$

ب- أحسب : $||d\vec{V}/dt||$ و $d||\vec{V}||/dt$ ، ماذا تلاحظ

- التمرين 03 : (10 نقاط)

تتحرك نقطة مادية **M** على مسار مستوي وفق المعادلة الزمنية : $\vec{\gamma} = 4\ \vec{i}$

حيث في اللحظة الإبتدائية كان لدينا :

$\mathbf{V_x(0) = -8m/S}$ ، $\mathbf{V_y(0) = 2m/S}$ ، $\mathbf{x(0) = 2m}$ ، $\mathbf{y(0) = 6m}$.

1- أستخرج عبارة السرعة و طويلتها عند اللحظة **t** .

2- أستخرج موقع النقطة **M(x,y)** عند نفس اللحظة **t** .

3- أستخرج معادلة المسار و مثله في المعلم **Oxy** ، حدد نقطة البداية و إتجاه الحركة و طبيعة هذا المسار

4- مثل شعاعي السرعة و التسارع عند الأزمنة : **t = 0S** و **t = 2S** .

السنة الأولى LMD (1) مقياس M.P.

تصحيح مراقبة الميكانيك

- التمرين 01 :-

1) $\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = \begin{pmatrix}2\\4\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\-2\\2\end{pmatrix} = -16$ (1)

2) $\vec{V_1}\wedge\vec{V_2} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 4 & -3\\ -1 & -2 & 2\end{vmatrix} = 2\vec{i} - \vec{j} + 0\vec{k}$ (1)

3) (0,5) $\cos(\vec{V_1},\vec{V_2}) = \dfrac{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}}{\|\vec{V_1}\|\cdot\|\vec{V_2}\|} = \dfrac{-16}{\sqrt{29}\times\sqrt{9}}$

(0,5) $|\sin(\vec{V_1},\vec{V_2})| = \dfrac{\|\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}\|}{\|\vec{V_1}\|\cdot\|\vec{V_2}\|} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{29}\times\sqrt{9}}$

$(\vec{V_1},\vec{V_2}) = 187{,}95°$ (0,5)

4) $\vec{V_1} \perp (\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}) \Longrightarrow (\vec{V_1}\wedge\vec{V_2})\cdot\vec{V_1} = 0$ (0,5)

$\vec{V_2} \perp (\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}) \Longrightarrow \vec{V_2}\cdot(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}) = 0$ (0,5)

- التمرين 02 :-

1) $\dfrac{d\vec{V}}{dt} = \dfrac{dV_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dV_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dV_z}{dt}\vec{k}$.

(0,25) $\left\|\dfrac{d\vec{V}}{dt}\right\| = \sqrt{\left(\dfrac{dV_x}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dV_y}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dV_z}{dt}\right)^2}$, $\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ (0,25)

$\dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\left[V_x\dfrac{dV_x}{dt} + V_y\dfrac{dV_y}{dt} + V_z\dfrac{dV_z}{dt}\right]}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} = \dfrac{\vec{V}\cdot\dfrac{d\vec{V}}{dt}}{\|\vec{V}\|} = \left\|\dfrac{d\vec{V}}{dt}\right\|\cdot\cos\left(\vec{V},\dfrac{d\vec{V}}{dt}\right)$ (0,25)

في الحالة العامة :

$\dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt} \neq \left\|\dfrac{d\vec{V}}{dt}\right\| \Leftarrow \cos\left(\vec{V},\dfrac{d\vec{V}}{dt}\right) \neq 1 \Leftarrow \dfrac{d\vec{V}}{dt} \not\parallel \vec{V}$ (0,25)

2

-(2 0,5 $\vec{V}\cdot\vec{V} = \|\vec{V}\|\cdot\|\vec{V}\|\cdot\cos(\vec{V},\vec{V}) = \|\vec{V}\|\cdot\|\vec{V}\|$

بالإشتقاق:

$$\frac{d\vec{V}}{dt}\cdot\vec{V} + \vec{V}\cdot\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\cdot\|\vec{V}\| + \|\vec{V}\|\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}$$

$$\Rightarrow 2\vec{V}\cdot\frac{d\vec{V}}{dt} = 2\|\vec{V}\|\frac{d\|\vec{V}\|}{dt} \Rightarrow \vec{V}\cdot\frac{d\vec{V}}{dt} = \|\vec{V}\|\cdot\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}$$ 0,5

-(3 $\|\vec{V}\| = ct \Rightarrow \|\vec{V}\|^2 = \|\vec{V}\|\cdot\|\vec{V}\| = \vec{V}\cdot\vec{V} = ct^2$ 0,25

بالإشتقاق:

$$\left(\frac{d\,\vec{V}\cdot\vec{V}}{dt}\right) = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{V}}{dt}\cdot\vec{V} = 0 \Rightarrow \vec{V} \perp \frac{d\vec{V}}{dt}$$ 0,25 0,5

-(4 -أ

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} 4t \\ -3t^2 \\ 2t^2+4t \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{d\vec{V}}{dt} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6t \\ 4t+4 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{d^2\vec{V}}{dt^2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$ 0,5 0,5

-ب

$$\left\|\frac{d\vec{V}}{dt}\right\| = \sqrt{16 + 36t^2 + (4t+4)^2} = \sqrt{52t^2 + 32t + 32}$$

$$= 2\sqrt{13t^2 + 8t + 8}$$ 0,5

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{(4t)^2 + (-3t^2)^2 + (2t^2+4t)^2} = \sqrt{16t^2 + 9t^4 + 4t^4 + 16t^3 + 16t^2}$$

$$= \sqrt{13t^4 + 16t^3 + 32t^2}$$

$$\frac{d\|\vec{V}\|}{dt} = \frac{1}{2}\,\frac{52t^3 + 48t^2 + 64t}{\sqrt{13t^4 + 16t^3 + 32t^2}}$$ 0,5

القيمتان مختلفتان

(3)

- التمرين 03 :-

$$\vec{\gamma}=4\vec{i} \Rightarrow \vec{\gamma}\begin{pmatrix}\gamma_x=4\\ \gamma_y=0\end{pmatrix}$$

1)-

(0,5) $V_x=\int \gamma_x \, dt + V_{x_0} = 4t-8$

(0,5) $V_y = \int \gamma_y \, dt + V_{y_0} = 0.t+2$ $\Rightarrow \vec{V}\begin{pmatrix}4t-8\\ 2\end{pmatrix}$ (0,5)

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{(4t-8)^2+4} = 2\sqrt{4t^2-16t+17}$$ (0,5)

2)

(0,5) $x = \int V_x \, dt + x_0 = 2t^2-8t+2$, $t=0$, $x(0)=2$

(0,5) $y = \int V_y \, dt + y_0 = 2t+6$ $y(0)=6$ (1)

3)- معادلة المسار :-

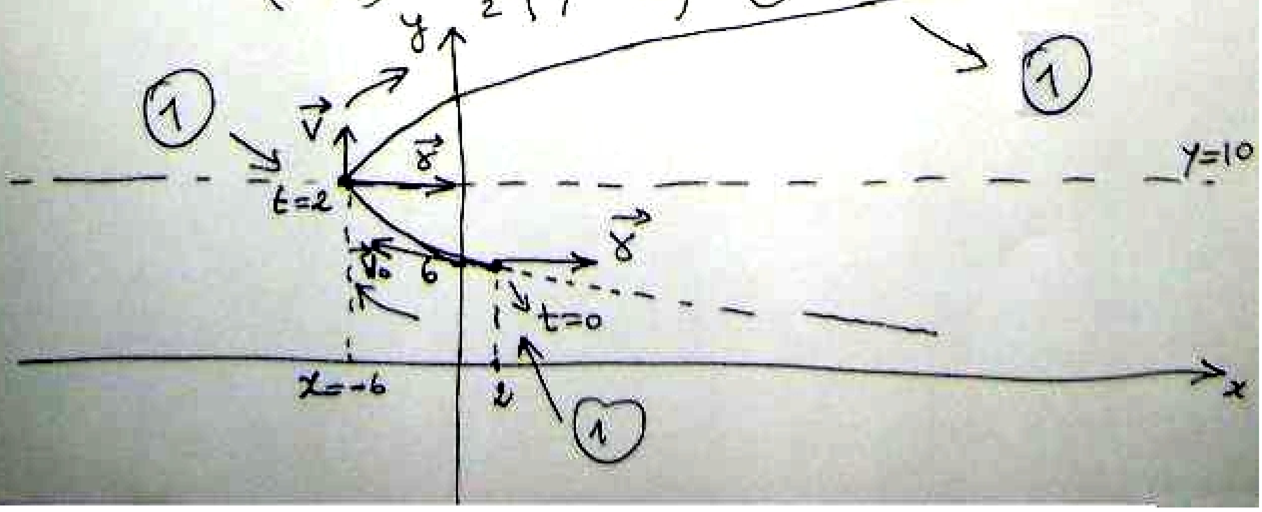
$$t = \left(\frac{y-6}{2}\right)$$

$$x = 2\left(\frac{y-6}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{y-6}{2}\right) + 2$$ (1)

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}y^2 - 10y + 44$$

أو

$$(x+6) = \frac{1}{2}(y-10)^2$$ (1)



4

المسار هو قطع مكافئ محوره موازي لـ ox ، يمر من النقطة $(-6,10)$
مقعر نحو $x>0$

1 $t=0$ ، $x(0)=2$ ، $y(0)=6$ نقطة بداية الحركة
$t=2$ ، $x(2)=-6$ ، $y(2)=10$ ذروة القطع المكافئ

مراقبة قصيرة في الميكانيك

- التمرين 01 : (08 نقاط)

نعطي النقاط **A(1 , 2, 0)** ، **B(3, 0, 1)** ، **C(0, 5, 2)** ، **D(-2,-3, 3)**

1- أحسب مركبات الأشعة التالية و طويلاتها : $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AD}$

2- أحسب الجداآت السلمية: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، و $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}$ ثم استنتج الزاوية $(\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD})$

3- أحسب مساحة متوازي الأضلاع الناشئ من: $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$

4- أحسب حجم متوازي السطوح المشكل من : $(\overrightarrow{CD},\ \overrightarrow{CA},\ \overrightarrow{AB})$

- التمرين 02 : (12 نقطة)

نقطة مادية **M** تتحرك في مستوي الإحداثيات القطبية وفق المعادلتين الزمنيتين :

$$\rho = R_0(Cos\,\omega t + 1) \qquad \text{و} \qquad \theta = \omega.t$$

حيث R_0 ، ω ثابتان موجبان

1- أدرس تغير ρ بدلالة θ ، ثم أرسم المسار في المجال $[0\ ,\ 2\pi]$

2- أكتب تعريف : شعاع الموقع ، شعاع السرعة و شعاع التسارع

3-أحسب عبارة شعاع السرعة و استنتج طويلتها

4-أحسب عبارة شعاع التسارع و استنتج طويلته

5-أحسب كل من قيمة التسارع المماسي و التسارع الناظمي.

1

حل مراقبة الميكانيك

التمرين 01 :-

1)- $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$ (0,33) ، $\|\vec{AB}\| = 3$ (0,33) ، $\vec{AC}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$ (0,33) ، $\|\vec{AC}\| = \sqrt{14}$ (0,33)

$\vec{AD}\begin{pmatrix}-3\\-5\\3\end{pmatrix}$ (0,33) ، $\|\vec{AD}\| = \sqrt{43}$ (0,33)

2)- $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = -6$ (0,5) ، $\vec{AC}\cdot\vec{AD} = -6$ (0,5)

$$\cos(\vec{AC},\vec{AD}) \overset{(0,5)}{=} \frac{\vec{AC}\cdot\vec{AD}}{\|\vec{AC}\|\cdot\|\vec{AD}\|} = \frac{-6}{\sqrt{14}\times\sqrt{43}}$$

$$(\vec{AC},\vec{AD}) = +104{,}15^\circ \quad (0,5)$$

3)- مساحة متوازي الأضلاع :-

$$\vec{AB}\wedge\vec{AD} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -2 & 1\\ -3 & -5 & 3\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-9\\-16\end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\Leftarrow \quad S = \|\vec{AB}\wedge\vec{AD}\| \quad (0,5)$$

$$= \sqrt{1+81+256} \overset{(0,5)}{=} \sqrt{338}$$

4)- حجم متوازي السطوح :-

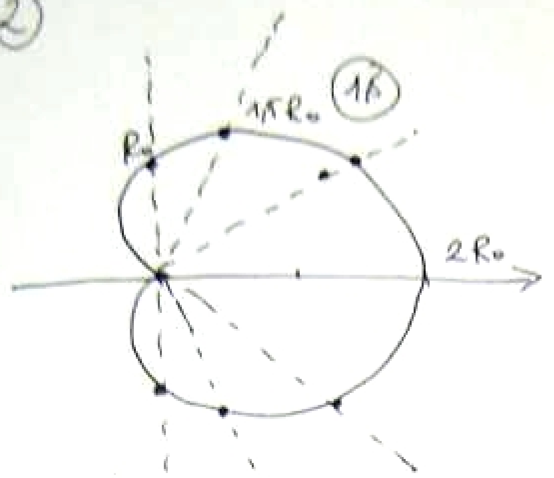
$$\vec{AC}\wedge\vec{AB} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 3 & 2\\ 2 & -2 & 1\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}7\\5\\-4\end{pmatrix} \quad (0,5)$$

$$\vec{CD}\begin{pmatrix}-2\\-8\\1\end{pmatrix} \quad (0,5)$$

$$V \overset{(0,5)}{=} \left|\vec{CD}\cdot(\vec{CA}\wedge\vec{AB})\right| = \left|\vec{CD}\cdot(\vec{AC}\wedge\vec{AB})\right|$$

$$V = |-14-40-4| = 58 \quad (0,5)$$

2



- التمرين 02 :-

1- مسار الحركة :- 0,5

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
ρ	$2R_0$	$1{,}87R_0$	$1{,}5R_0$	R_0	0	R_0	$1{,}5R_0$	$2R_0$

2- شعاع الموقع :-
هو الشعاع الذي يربط النقطة M بمركز الإحداثيات O
وهو يتغير مع الزمن $\overrightarrow{OM}(t)$ 0,66

- شعاع السرعة :- هي مشتقة شعاع الموقع بالنسبة للزمن

0,66 $$\vec{V}(t)=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

- شعاع التسارع :- هو مشتقة شعاع السرعة بالنسبة للزمن

0,66 $$\vec{\gamma}(t)=\frac{d\vec{V}}{dt}=\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

3- عبارة شعاع السرعة :-

0,5
$$\vec{V}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}=\dot{\rho}\,\vec{u}_\rho+\rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$$

1
$$\vec{V}=R_0\omega\left[-\sin\omega t\,\vec{u}_\rho+(\cos\omega t+1)\vec{u}_\theta\right]\Rightarrow \|\vec{V}\|=R_0\omega\sqrt{2(\cos\omega t+1)}$$
0,5 + 0,5

4- عبارة شعاع التسارع :-

0,5
$$\vec{\gamma}=(\ddot{\rho}-\rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho+(2\dot{\rho}\dot{\theta}+\rho\ddot{\theta})\vec{u}_\theta$$

1
$$\vec{\gamma}=-R_0\omega^2\left[(2\cos\omega t+1)\vec{u}_\rho+2\sin\omega t\,\vec{u}_\theta\right]\Rightarrow \|\vec{\gamma}\|=R_0\omega^2\sqrt{5+4\cos\omega t}$$
0,5 + 0,5

5- عبارة التسارع المماسي :-

0,5 ; 1
$$\|\vec{\gamma}_T\|=\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}=-R_0\omega^2\frac{\sin\omega t}{\sqrt{2(\cos\omega t+1)}}$$

3

عبارة التسارع الناظمي :-

(0,25) $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_T + \vec{\gamma}_N$

$\Leftarrow \|\vec{\gamma}\|^2 = \|\vec{\gamma}_T\|^2 + \|\vec{\gamma}_N\|^2 \Leftarrow \|\vec{\gamma}_N\|^2 = \|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2$ (0,25)

$\|\vec{\gamma}_N\|^2 = R_0^2\omega^4\left[\frac{5\cos\omega t+4}{2}\right]$ (0,5) $\Rightarrow \|\vec{\gamma}_N\| = R_0\omega^2\sqrt{\frac{5\cos\omega t+4}{2}}$ (0,5)

مراقبة قصيرة في الميكانيك

- التمرين 01: (06 نقاط)

في معلم ديكارتي نعرف الشعاعين : $\vec{V}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ و $\vec{V}_2 = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$

1- أحسب الجداء السلمي : $\vec{V}_1 . \vec{V}_2$ ، ثم استنتج الزاوية $(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$

2- أحسب الجداء الشعاعي : $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$

3- أستنتج دون حساب قيمة الجدائين : $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2).\vec{V}_1$ و $\vec{V}_2.(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)$

- التمرين 02: (14 نقطة)

نقطة مادية M تتحرك في المستوي (Oxy) ، تملك المعادلتين الوسيطيتين:

$$x(t) = a.Cos(\omega t) + c \quad و \quad y(t) = b.Sin(\omega t) + d$$

حيث a , b , c , d , ω ثوابت موجبة

1- أستخرج معادلة المسار وبين طبيعته، ثم أرسمه في معلم ديكارتي، حدد نقطة بداية الحركة و اتجاهها
2- عرف شعاع الموقع، ثم أحسب عبارة شعاع السرعة و استنتج طويلتها
3- أحسب عبارة شعاع التسارع و استنتج طويلته
4- أحسب كل من قيمة التسارع المماسي و التسارع ألناظمي

1

حل مراقبة الميكانيك

التمرين الأول :-

1- حساب $\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}$:

(1)
$$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}=\begin{pmatrix}4\\3\\-2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\3\end{pmatrix}=\boxed{-11}\ (0,5)$$

2- حساب الزاوية $(\vec{V_1},\vec{V_2})$:

$$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}=\|\vec{V_1}\|\,\|\vec{V_2}\|\cos(\vec{V_1},\vec{V_2}) \Longrightarrow \cos(\vec{V_1},\vec{V_2})=\frac{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}}{\|\vec{V_1}\|\cdot\|\vec{V_2}\|}=\frac{-11}{\sqrt{29}\cdot\sqrt{14}}\ (1)$$

$$\boxed{(\vec{V_1},\vec{V_2})=236,9^\circ}\ (0,5)$$

2- حساب $\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}$:

(1)
$$\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}=\left|\begin{array}{ccc|cc}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}&\vec{i}&\vec{j}\\4&3&-2&4&3\\-2&1&3&-2&1\end{array}\right|=\boxed{11\vec{i}-8\vec{j}+10\vec{k}}\ (1)$$

3- الجداء المختلط دوري لذلك :

$$(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2})\cdot\vec{V_1}=(\vec{V_1}\wedge\vec{V_1})\cdot\vec{V_2}=\vec{0}\cdot\vec{V_2}=\boxed{0}\ (0,5)$$

$$\vec{V_2}\cdot(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2})=(\vec{V_2}\wedge\vec{V_2})\cdot\vec{V_1}=\vec{0}\cdot\vec{V_1}=\boxed{0}\ (0,5)$$

التمرين الثاني :-

1- معادلة المسار :

(1)
$$\boxed{\left(\frac{x-c}{a}\right)^2+\left(\frac{y-d}{b}\right)^2=1}$$

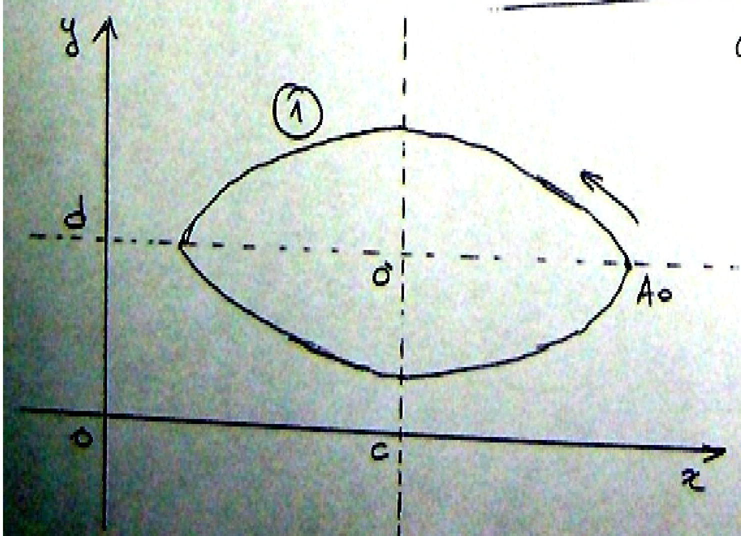
قطع ناقص مركزه $O'(c,d)$ (0,5)

تبدأ الحركة عند $t=0$ ونقطة البداية هي $A_0(a+c,d)$ (1)

$\cos\omega t$: دالة متناقصة

$\sin\omega t$: دالة متزايدة

ومنه إتجاه الحركة محدد بالسهم على الرسم (1)



2- شعاع السرعة: نكتب شعاع الموقع: $\overrightarrow{OM} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$ (1)

2

وشعاع السرعة: $\vec{V} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = -a\omega\sin\omega t\,\vec{i} + b\omega\cos\omega t\,\vec{j}$ (1)

طويلة السرعة: $\|\vec{V}\| = \sqrt{a^2\omega^2\sin^2\omega t + b^2\omega^2\cos^2\omega t} = \omega\sqrt{(a^2-b^2)\sin^2\omega t + b^2}$ (1)

3- شعاع التسارع: $\vec{\gamma} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = -a\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - b\omega^2\sin\omega t\,\vec{j}$ (1)

طويلة التسارع: $\|\vec{\gamma}\| = \omega^2\sqrt{a^2\cos^2\omega t + b^2\sin^2\omega t} = \omega^2\sqrt{(a^2-b^2)\cos^2\omega t + b^2}$ (1)

4- * التسارع المماسي: $\|\vec{\gamma}_T\| = \dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt}$ (0,5)

$$\boxed{\|\vec{\gamma}_T\| = \frac{\omega^2(a^2-b^2)\sin\omega t\cos\omega t}{\sqrt{(a^2-b^2)\sin^2\omega t + b^2}}}$$ (1) + (0,5)

* التسارع الناظمي: (0,5)

$$\|\vec{\gamma}_N\|^2 = \|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2 = \frac{a^2b^2\omega^4}{(a^2-b^2)\sin^2\omega t + b^2}$$ (1)

$$\boxed{\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{ab\,\omega^2}{\sqrt{(a^2-b^2)\sin^2\omega t + b^2}}}$$ (0,5)

مراقبة قصيرة في الميكانيك

- التمرين 01: (08 نقاط)

في معلم ديكارتي $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى النقاط **A** ، **B** ، **C** ، **D** و إحداثياتها كما يلي:

D(4 , -3 , 2) ¤ ***C(2 , -1 , -2)*** ¤ ***B(-1, 3 , 1)*** ¤ ***A(1, 2 , 4)***

1- أحسب مركبات الأشعة : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$

2- أحسب الزاوية : $(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC})$

3- أحسب حجم متوازي السطوح المتشكل من هذه الأشعة

- التمرين 02 : (12 نقطة)

في جملة الإحداثيات القطبية، نكتب معادلة الحركة لنقطة مادية ***M*** من الشكل :

$\theta = \omega t$, $\rho = R(2 - Cos\omega t)$ حيث: ***R*** و ω ثابتان موجبان

1- أدرس تغير ρ بدلالة θ ، ثم أرسم المسار في المجال $[0\ ,\ 2\pi]$

2- أكتب تعريف : شعاع الموقع ، شعاع السرعة و شعاع التسارع

3-أحسب عبارة شعاع السرعة و استنتج طويلته

4-أحسب عبارة شعاع التسارع و استنتج طويلته

5-أحسب قيمتي التسارع المماسي و التسارع ألناظمي.

6-أستنتج نصف قطر الانحناء.

$\boxed{1}$

حل المراقبة القصيرة في الميكانيك

التمرين 01 :

1) مركبات الأشعة : $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}$ (1) ، $\vec{AC}\begin{pmatrix}1\\-3\\-6\end{pmatrix}$ (1) ، $\vec{AD}\begin{pmatrix}3\\-5\\-2\end{pmatrix}$ (1)

2) لدينا : $\vec{A}\cdot\vec{B} = \|\vec{A}\|\cdot\|\vec{B}\|\cos(\vec{A},\vec{B}) \Rightarrow \cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \dfrac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|}$ (0,5)

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{14}$ ، $\|\vec{AC}\| = \sqrt{46}$ (0,5) $\Rightarrow \cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \dfrac{13}{\sqrt{46\times14}}$ (0,5) $\Rightarrow (\vec{AB},\vec{AC}) \simeq 59{,}18$ (0,5)

3) حساب حجم متوازي السطوح : $V = |\vec{AB}\cdot(\vec{AC}\wedge\vec{AD})|$ (0,5)

$\vec{AC}\wedge\vec{AD} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -3 & -6\\ 3 & -5 & -2\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-24\\-16\\4\end{pmatrix}$ (1,5) ،

$V = \begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-24\\-16\\4\end{pmatrix} = 20$ (1)

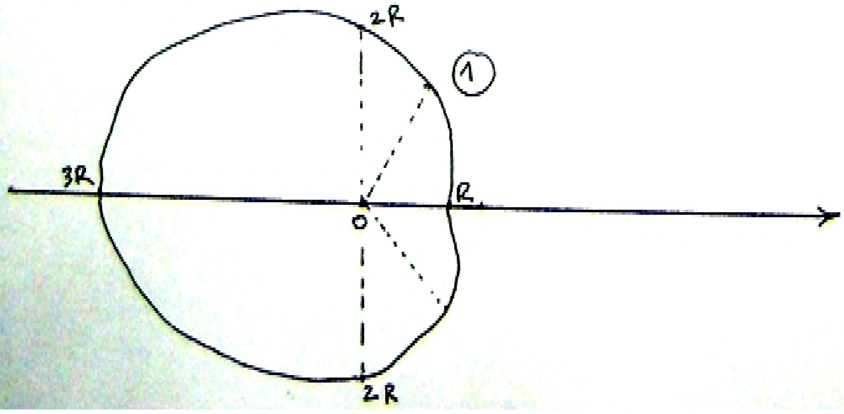
التمرين 02 :

1- جدول تغير $\rho(\theta)$: وشكل المسار في المجال $[0,2\pi]$

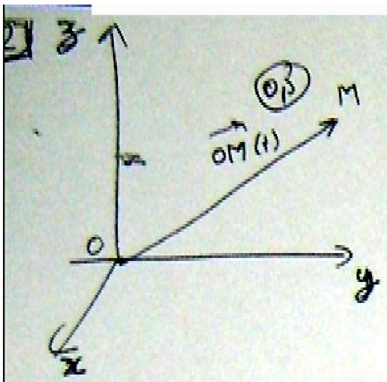
(1)

t	0	$\frac{\pi}{3\omega}$	$\frac{\pi}{2\omega}$	$\frac{\pi}{\omega}$	$\frac{3\pi}{2\omega}$	$\frac{5\pi}{3\omega}$	$\frac{2\pi}{\omega}$
θ	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
ρ	R	$\frac{3}{2}R$	$2R$	$3R$	$2R$	$\frac{3}{2}R$	R

(1)



2



2)- تعريف : شعاع الموقع : $\vec{OM}(t)$

" " شعاع السرعة : $\vec{V}(t) = \dfrac{d\vec{OM}}{dt}$ (0,5)

" " الشارع : $\vec{\gamma} = \dfrac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \dfrac{d\vec{V}}{dt}$ (0,5)

3)- حساب شعاع السرعة :

شعاع الموقع : $\vec{OM} = \rho(t)\,\vec{u}_\rho(t)$ (0,25)

" السرعة : $\vec{V} = \dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ (0,25) $\Rightarrow$ $\vec{V} = R\omega\left[\sin\omega t\,\vec{u}_\rho + (2-\cos\omega t)\,\vec{u}_\theta\right]$ (1)

والطويلة : $\|\vec{V}\| = R\omega\sqrt{(\sin\omega t)^2 + (2-\cos\omega t)^2} = R\omega\sqrt{5-4\cos\omega t}$ (0,5)

4)- حساب شعاع الشارع : $\vec{\gamma} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\,\vec{u}_\theta$ (0,5)

$$\vec{\gamma} = 2R\omega^2\left[(\cos\omega t - 1)\,\vec{u}_\rho + \sin\omega t\,\vec{u}_\theta\right]$$ (1)

والطويلة : $\|\vec{\gamma}\| = 2R\omega^2\sqrt{2(1-\cos\omega t)} = 4R\omega^2 \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$ (0,5)

5)- حساب الشارع المماسي : $\vec{\gamma}_T = \dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt}\,\vec{u}_T = 2R\omega^2 \dfrac{\sin\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}\,\vec{u}_T$ (0,5) (1)

- " " الناظمي : $\vec{\gamma}_N = \|\vec{\gamma}_N\|\,\vec{u}_N = \left(\sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}\right)\vec{u}_N$ (0,5)

$$\vec{\gamma}_N = 6R\omega^2 \frac{1-\cos\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}\cdot\vec{u}_N$$ (1)

6)- حساب نصف قطر الإنحناء :

لدينا : $\|\vec{\gamma}_N\| = \dfrac{\|\vec{V}\|^2}{\rho}$ $\Rightarrow$ (0,5)

$$\rho = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} = \frac{R}{6}\,\frac{(5-4\cos\omega t)^{3/2}}{(1-\cos\omega t)}$$ (1)

2012/2011

2011 /12 / 03

جامعة منتوري قسنطينة

كلية العلوم الدقيقة

قسم الفيزياء

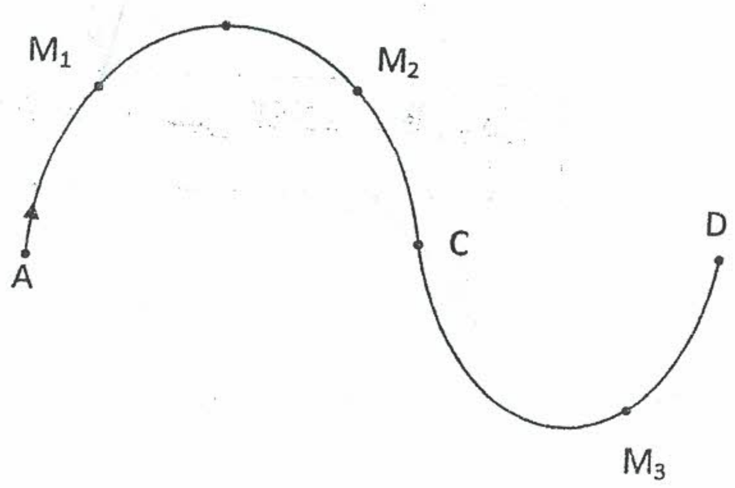
السنة الأولى علوم المادة

مراقبة قصيرة في مقياس فيزياء 1 (ساعة)

التمرين الأول(5 نقاط):

1- أكتب عبارتي شعاع السرعة وشعاع التسارع في جملة الإحداثيات المنحنية.

2-تتحرك نقطة مادية M فوق المسار المعطى في الشكل، مثل شعاعي السرعة والتسارع في النقاط M_1 M_2 وM_3 مع العلم أن الحركة :- من A →B متسارعة - من B → C متباطئة – من C → D منتظمة.



التمرين الثاني(15 نقطة):

تتحرك نقطة مادية في المستوي (Ox, Oy) لجملة الإحداثيات الكرتيزية وفق المعادلات الوسيطية :

$$y(t) = b\sin\omega t \quad و \quad x(t) = a\cos\omega t$$

حيث a ، b و ω مقادير ثابتة موجبة، **a >b** و t هو الزمن.

1- ما هي معادلة المسار للنقطة M ؟ مثله بيانيا.

2- أعط شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ ثم أحسب شعاع السرعة $\overrightarrow{V(t)}$ للنقطة M وطويلته.

3- أحسب عبارة شعاع التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ وطويلته.

4- أكتب عبارتي $\overrightarrow{V(t)}$ و $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في الإحداثيات المنحنية $(\overrightarrow{U_T}, \overrightarrow{U_N})$. ما هي مركبات شعاع الواحدة $\overrightarrow{U_T}$ في جملة الإحداثيات الكرتيزية.

5- بين أنه يمكن كتابة مركبات التسارع $\overrightarrow{\gamma(t)}$ في القاعدة $(\overrightarrow{U_T}, \overrightarrow{U_N})$ من الشكل : $\gamma_T = \frac{\vec{V}.\vec{\gamma}}{\|\vec{V}\|}$

و $\gamma_N = \frac{\|\vec{V} \wedge \vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|}$ ثم استنتج γ_T و γ_N .

6- أحسب عبارة نصف قطر الانحناء للمسار.

7- حدد فوق المسار أين تكون حركة النقطة M متسارعة وأين تكون متباطئة.

بالتوفيق و خير الكلام ما قل ودل

جامعة قسنطينة 1 يوم 08 ديسمبر 2012

كلية العلوم الدقيقة

السنة الأولى LMD امتحان قصير في مقياس الفيزياء 1 (الوقت : ساعة)

التمرين 1 (08 نقاط):

2   1- مثل في المعلم الديكارتي $(O,\vec{i},\vec{j})$ الشعاع $\vec{V_1}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$ 0,75 عند نقطة التأثير $M_1(2,1)$ 0,25 ، والشعاع $\vec{V_2}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$ 0,75 عند نقطة التأثير $M_2(3,4)$.

2- ا- مثل في المعلم القطبي $(O,\overrightarrow{U_\rho},\overrightarrow{U_\theta})$ 0,25 النقطتين $M_1(2,\pi/3)$ 0,5 و $M_2(3,\pi/2)$ 0,5 ، ثم مثل في كل نقطة أشعة

1,5   الواحدة $(\overrightarrow{U_\rho},\overrightarrow{U_\theta})$. ← 0,25 + 0,25

1,5   ب- من أجل نقطة التأثير السابقة M_1 ، مثل الشعاع : $\vec{V}=2\overrightarrow{U_\rho}+3\overrightarrow{U_\theta}$. 0,5 0,5 0,5

1,5   ج- من أجل النقطة السابقة M_2 ، أعط مركبات أشعة الواحدة $\overrightarrow{U_{\rho2}}$ و $\overrightarrow{U_{\theta2}}$ في المعلم الديكارتي.

2   3- نعتبر أن طويلة الشعاع $\vec{V}$ ثابتة ، بين في هذه الحالة أن : $\vec{V}\perp\frac{d\vec{V}}{dt}$.

التمرين 2 (12 نقطة):

نقطة مادية تتحرك في معلم ديكارتي (Oxyz) وفق المعادلات الوسيطية

$$\begin{cases} x(t)=R.\cos(\omega t)\\ y(t)=R.\sin(\omega t)\\ z(t)=A.t\end{cases}$$

حيث R ، A ، و ω ثوابت موجبة.

2   1- ما هو شكل المسار وماذا يمثل مسقطه على المستوي (Oxy). ارسم بشكل كيفي هذا المسار مع تحديد إحداثيات نقطة بداية الحركة.

2   2- احسب شعاع السرعة واستنتج طويلته.

2   3- احسب شعاع التسارع واستنتج طويلته.

1   4- استنتج المعادلات الوسيطية للحركة في جملة الإحداثيات الأسطوانية (ρ,θ,z) .

3   5- احسب مرة ثانية شعاعي السرعة والتسارع وطويلتيهما. ماذا تلاحظ ؟

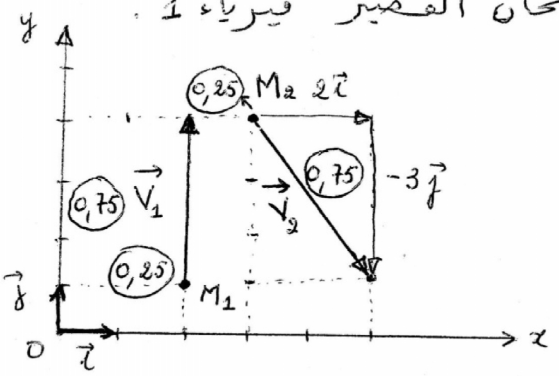
2   6- احسب مركبات التسارع : المماسية γ_T والناظمية γ_N واستنتج نصف قطر الإنحناء للمسار.

بالتوفيق وخير الكلام ما قل ودل.

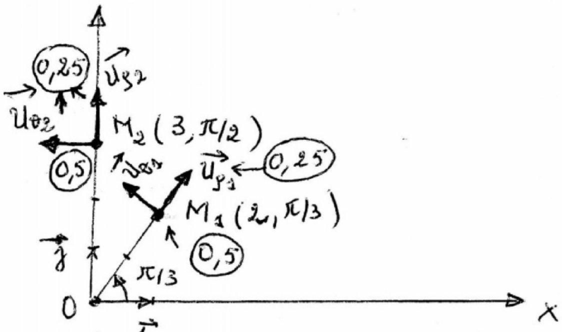
تصحيح الامتحان القصير فيزياء 1 .

التمرين 1 :

1

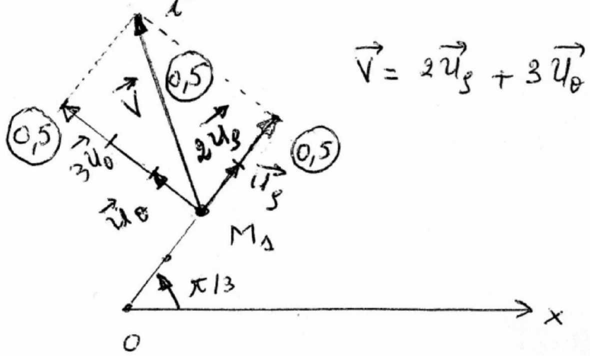


2 - أ -



المحور القطبي

ب -



$$\vec{V} = 2\vec{u}_\rho + 3\vec{u}_\theta$$

جـ -

$$(0{,}5)\quad \begin{cases} \vec{u}_\rho = \cos\theta\, \vec{i} + \sin\theta\, \vec{j} \\ \vec{u}_\theta = -\sin\theta\, \vec{i} + \cos\theta\, \vec{j} \end{cases}$$

في M_2 ، $\theta = \pi/2 \Leftarrow$ $\quad (0{,}5)\ \boxed{\vec{u}_{\theta_2} = -\vec{i} \quad \text{و} \quad \vec{u}_{\rho_2} = \vec{j}}$

وهو ما يوضحه الشكل 2-أ.

3 - $\|\vec{V}\| = cte$. لدينا : $\vec{V}\cdot\vec{V} = \|\vec{V}\|^2 = cte$ $(0{,}5)$

$$\frac{d}{dt}(\vec{V}\cdot\vec{V}) = \underset{(0,5)}{2\,\vec{V}\cdot\frac{d\vec{V}}{dt}} = \frac{d}{dt}\|\vec{V}\|^2 = 0 \quad (0{,}5)$$

إذن : $\vec{V} \perp d\vec{V}/dt$ $(0{,}5)$

(0,25)

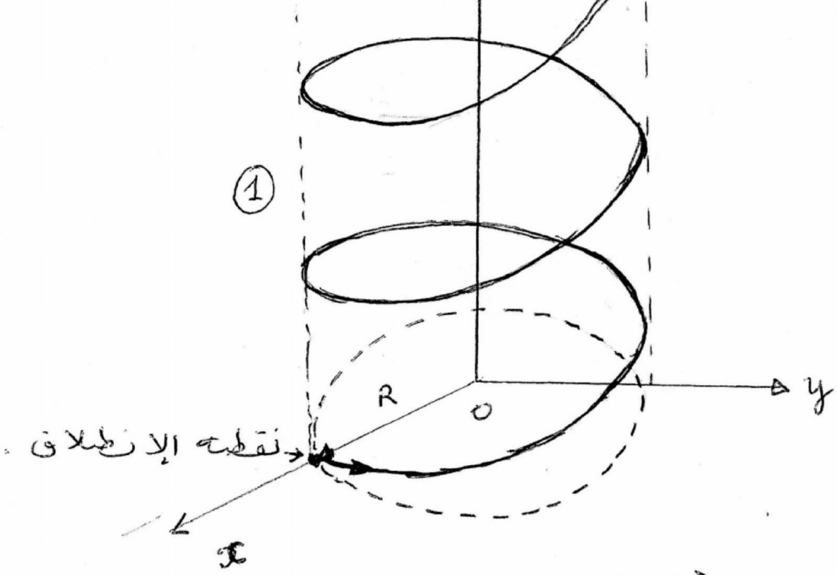
<u>التمرين 02</u>: 1- شكل المسار عبارة عن لولب ، مسقطه على

المستوى (oxy) محدد بالمعادلة : $x^2+y^2=R^2$ أي

دائرة نصف قطرها R ومركزها O . (0,5)

نقطة الإنطلاق هي : $(R, 0, 0)$

نحصل عليها لما $t=0$ (0,25)



2- $\overrightarrow{OM} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ (0,5)

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} ,$$

إذن :

$$\boxed{\vec{V}(M) = -R\omega \sin\omega t\,\vec{i} + R\omega\cos\omega t\,\vec{j} + A.\vec{k}}$$ (1)

(0,5) $\|\vec{V}\| = \sqrt{R^2\omega^2 + A^2}$

3- $\vec{\gamma} = \dfrac{d\vec{V}(M)}{dt}$ (0,5) أي :

$$\boxed{\vec{\gamma} = -R\omega^2\left[\cos\omega t\,\vec{i} + \sin\omega t.\vec{j}\right]}$$ (1)

(0,5) $\|\vec{\gamma}\| = R\omega^2$

4 - علاقات المرور من الإحداثيات الديكارتية إلى الأسطوانية

هي :
0,25 → $\boxed{z = z \quad , \quad tg\theta = \frac{y}{x} \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}}$

أي :
0,25 → $\boxed{\theta = \omega t \quad , \quad \rho = R}$

المعادلات الوسيطية في جملة الإحداثيات الأسطوانية هي إذن :

0,5 → $\boxed{z(t) = A.t \quad و \quad \theta(t) = \omega t \quad , \quad \rho(t) = R}$

5 - $\overrightarrow{OM} = \rho \, \vec{u}_\rho + z \, \vec{k}$ أي : $\boxed{\overrightarrow{OM} = R . \vec{u}_\rho + A . t . \vec{k}}$

0,25
$$\vec{V}(M) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} . \vec{u}_\theta + A . \vec{k}$$

1 $\boxed{\vec{V}(M) = R\omega . \vec{u}_\theta + A . \vec{k}}$

0,25 $\|\vec{V}\| = \sqrt{R^2 \omega^2 + A^2}$

0,25 $\vec{\gamma}(M) = R\omega . \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} \Leftarrow \vec{\gamma}(M) = \frac{d\vec{V}(M)}{dt}$

1 $\boxed{\vec{\gamma}(M) = -R\omega^2 \vec{u}_\rho}$

0,25 $\|\vec{\gamma}(M)\| = R\omega^2$

نلاحظ أن المرور من جملة الإحداثيات الديكارتية إلى الأسطوانية يعطي نفس القيم لـ $\|\vec{V}\|$ و $\|\vec{\gamma}\|$. والتسارع $\vec{\gamma}$ موجه دائما نحو المحور Oz .
0,25 + 0,25

6 - $\|\vec{V}\| = cte \Rightarrow \boxed{\gamma_T = 0}$ و $\vec{\gamma}_N = \vec{\gamma}_T + \vec{\gamma}_N = \vec{\gamma}(M)$ ، أي : $\vec{u}_N = -\vec{u}_\rho$
0,5

إذن : $\boxed{\gamma_N = R\omega^2}$. $\gamma_N = \frac{V^2}{r}$ حيث : r = نصف قطر الانحناء .
0,5 0,25

$$\boxed{r = \frac{R^2 \omega^2 + A^2}{R \omega^2}}$$ 0,75

2014 / 2013

يوم 30 نوفمبر 2013

جامعة قسنطينة 1

السنة الاولى علوم المادة

امتحان فى الفيزياء 1 (ساعة)

قصير

التمرين 01 (6 نقاط)

ليكن الشعاعي$\vec{B}$ و $\vec{A}$ المعرفين ب :

$\vec{B} = -4\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{A} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$

1) أحسب الجداء السلمي لهدين الشعاعين $\vec{A} \cdot \vec{B}$ — 01
2) أحسب الجداء الشعاعي لهدين الشعاعين$\vec{A} \wedge \vec{B}$ — 01
3) أحسب الزاوية التي يصنعها هدين الشعاعين — 01
4) أحسب مساحة متوازي الأضلاع المشكل بهدين الشعاعين — 01
5) جد العبارة التحليلية لشعاع الاحدة العمودي علي السطح المشكل بهدين الشعاعين — 02

التمرين 02 (14 نقطة)

حركة نقطة M معرفة بالمعادلات الزمنية التالية:

$Y(t) = t^2 + 2t + 1 \qquad X(t) = t+1$

1) جد معادلة المسار, ارسمه في معلم ديكارتي مبينا نقطة بداية الحركة و اتجاهها. — 03

2) أحسب عبارتي شعاع السرعة و التسارع وكدالك طويلتيهما عند الحظة مادا تستنتج؟ — 03

3) حدد الأزمنة التي تكون فيها الحركة متسارعة ثم متباطئة — 02

4) استنادا إلى عبارة التسارع بدلالة نصف قطر الإنحناء ρ بين العلاقة $\rho = \frac{\|\vec{v}\|^3}{\|\vec{\gamma} \wedge \vec{v}\|}$ — 02

5) أستنتج نصف قطر انحناء المسار بدلالة الزمن t — 02

6) أحسب المركبات المماسية و الناظمية لشعاع التسارع ثم تحقق من العلاقة ; $\gamma_N = \frac{\|\vec{v}\|^2}{\rho}$ — 02

بالتوفيق

تصحيح الإمتحان القصير فيزياء 1

التمرين 1 (6 نقاط)

1) $\vec{A} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{B} = -4\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = -8 + 5 + 2 = -1$ (1)

2) $$\vec{A}\wedge\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 5 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 9\vec{i} - 8\vec{j} + 22\vec{k}$$ (1)

3) $$\cos(\vec{A},\vec{B}) = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\|\vec{A}\|\,\|\vec{B}\|}$$

$\|\vec{A}\| = \sqrt{4+25+1} = \sqrt{30}$ (0,25)

$\|\vec{B}\| = \sqrt{16+1+4} = \sqrt{21}$ (0,25)

$$\cos(\vec{A},\vec{B}) = \frac{-1}{\sqrt{30\times 21}} = \frac{-1}{\sqrt{630}} = \frac{-1}{25,1} \simeq -0,04$$ (0,5)

$(\vec{A},\vec{B}) = \cos^{-1}(-0,04) = 92,03^\circ$

4) $S_{(\vec{A},\vec{B})} = \|\vec{A}\wedge\vec{B}\| = \sqrt{81+64+484} = \sqrt{629} \simeq 25,1\ u.S$ (1)

5) $\vec{H} = \vec{A}\wedge\vec{B}$

$\vec{H} \perp \vec{A}$
$\vec{H} \perp \vec{B}$
$H \perp S_{(\vec{A},\vec{B})}$ (0,5)

$$\vec{u}_H = \frac{\vec{H}}{\|H\|} = \frac{9\vec{i} - 8\vec{j} + 22\vec{k}}{\sqrt{629}}$$ (1,5)

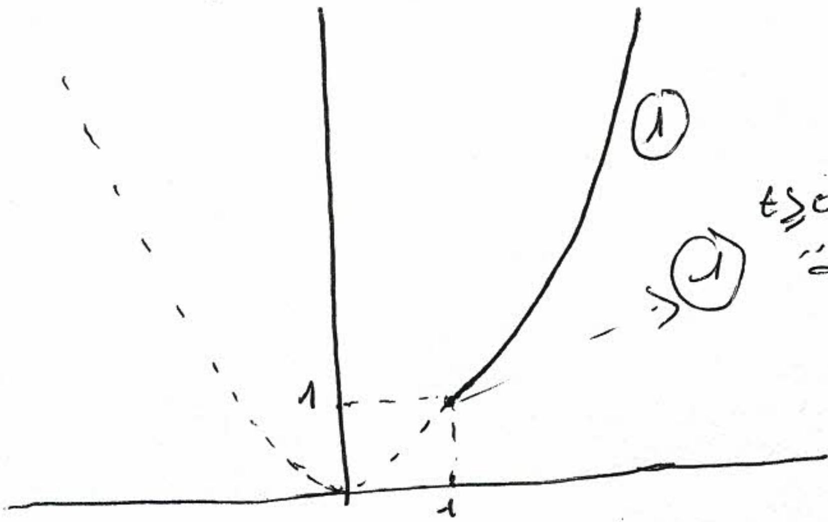
التمرين 2 (14 نقطة)

1) (3 نقاط)

$x(t) = t+1$

$y(t) = t^2+2t+1 = (t+1)^2$

$\Rightarrow y = x^2$. (1)



$t \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

بداية الحركة (1)

2) (3 نقاط)

$\vec{v} = \vec{i} + (2t+2)\vec{j}$ (1)

$\|\vec{v}\| = \sqrt{(1)^2 + (2t+2)^2}$

$= \sqrt{1+4t^2+8t+4} = \sqrt{4t^2+8t+5}$ (0,5)

$\|\vec{a}\| = 2$ (0,5)

(0,5) $\vec{a} = 2\vec{j}$

$\vec{a} = \overrightarrow{cte}$ (0,5)

3) (2 نقاط)

$\vec{v}\cdot\vec{a} = 4t+4$ وهي موجبة وبالتالي الحركة متسارعة (1,5)

لا توجد أزمنة تكون فيها الحركة متباطئة

(0,5)

$$a_N = \frac{\|\vec{v}\|^2}{\rho} \quad , \quad a_N = \frac{\|\vec{v}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{v}\|} \quad (1)$$ ([illegible] 2) (4

$$\rho = \frac{\|\vec{v}\|^2}{\frac{\|\vec{v}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{v}\|}} \quad \Leftarrow \quad \rho = \frac{\|\vec{v}\|^2}{a_N}$$

$$\rho = \frac{\|\vec{v}\|^3}{\|\vec{v}\wedge\vec{\gamma}\|} \quad (1)$$

$$\rho = \frac{(4t^2+8t+5)^{3/2}}{\|\vec{v}\wedge\vec{\gamma}\|}$$ ([illegible]) (5

(0,5) $$2\vec{k} = \vec{\imath} + (2t+2)\vec{\jmath} \wedge 2\vec{\jmath} = \vec{v}\wedge\vec{\gamma}$$

(1,5) $$\boxed{\rho = \frac{(4t^2+8t+5)^{3/2}}{2}}$$

[illegible] (6

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^2+8t+5)^{1/2}$$

(1) $$a_T = \frac{4(t+1)}{\sqrt{4t^2+8t+5}}$$

أو

$$a_T = \frac{\vec{v}\cdot\vec{\gamma}}{\|\vec{v}\|} = \frac{2(2t+2)}{\sqrt{4t^2+8t+5}}$$

(0,5) $$a_N = \frac{\|\vec{v}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{v}\|} = \frac{2}{\sqrt{4t^2+8t+5}}$$

$$= \frac{2(4t^2+8t+5)}{(4t^2+8t+5)^{3/2}} = \frac{4t^2+8t+5}{\frac{(4t^2+8t+5)^{3/2}}{2}} = \frac{\|\vec{v}\|^2}{\rho}$$ (0,5)

2015/2014

يوم 29 /2014/11

علوم المادة

السنة الاولى

امتحان قصير في الفيزياء 1

التمرين 1: نعتبر ثلاثة أشعة $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ ، $\vec{c}$ غير متوازية ولا تنتمي لمستوي واحد .

1- ما هو حجم متوازي السطوح V المشكل من هذه الأشعة.

2- نعرف الأشعة : $\overrightarrow{c^*} = \frac{1}{V}(\vec{a} \wedge \vec{b})$ ، $\overrightarrow{b^*} = \frac{1}{V}(\vec{c} \wedge \vec{a})$ ، $\overrightarrow{a^*} = \frac{1}{V}(\vec{b} \wedge \vec{c})$ حيث V

هو حجم متوازي السطوح السابق.

أ- أحسب $\vec{a}.\overrightarrow{a^*}$ ، $\vec{b}.\overrightarrow{b^*}$ ، $\vec{c}.\overrightarrow{c^*}$ ثم $\vec{a}.\overrightarrow{b^*}$ ، $\vec{a}.\overrightarrow{c^*}$ ، $\vec{b}.\overrightarrow{c^*}$.

ب- ما هو حجم متوازي السطوح V^* المشكل من الأشعة $\overrightarrow{a^*}$ ، $\overrightarrow{b^*}$ و $\overrightarrow{c^*}$.

بين أن : $V.V^* = 1$.

نعطي:

$$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A}.\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}.\vec{B})$$

التمرين 2: تتحرك نقطة مادية M وفق مسار دائري مركزه O ونصف قطره R.

1- أعط جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة هذه النقطة ثم اكتب شعاع الموقع في هذه الجملة.

2- احسب عبارات شعاع السرعة وشعاع التسارع في هذه الجملة.

3- متى تكون الحركة : - متسارعة - متباطئة - منتظمة .

4- مثل على المسار شعاعي السرعة والتسارع من أجل الحالات الثلاثة السابقة.

5- عرف شعاع السرعة الزاوية لهذه الحركة ثم اكتب شعاعي السرعة والتسارع بدلالة شعاع السرعة الزاوية.

تصحيح إمتحان الفيزياء 1.

تمرين 1 :

1 - $V = \vec{a}\cdot(\vec{b}\wedge\vec{c})$ (2)

2 - أ -

$\vec{a}\cdot\vec{a}^* = \frac{\vec{a}}{V}\cdot(\vec{b}\wedge\vec{c}) = \frac{V}{V} = 1$ (0,5)

$\vec{b}\cdot\vec{b}^* = \vec{b}\cdot\frac{1}{V}(\vec{c}\wedge\vec{a}) = \frac{1}{V}\cdot\vec{a}\cdot(\vec{b}\wedge\vec{c}) = \frac{V}{V} = 1$ (0,5)

$\vec{c}\cdot\vec{c}^* = \vec{c}\cdot\frac{1}{V}\cdot(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{1}{V}\cdot\vec{b}\cdot(\vec{c}\wedge\vec{a}) = \frac{1}{V}\cdot\vec{a}\cdot(\vec{b}\wedge\vec{c}) = \frac{V}{V} = 1$ (0,5)

$\vec{a}\cdot\vec{b}^* = \vec{a}\cdot\frac{1}{V}(\vec{c}\wedge\vec{a}) = \frac{\vec{a}}{V}\cdot(\vec{a}\wedge\vec{c}) = \frac{\vec{c}}{V}\cdot(\vec{a}\wedge\vec{a}) = 0$ (0,5)

$\vec{a}\cdot\vec{c}^* = \vec{a}\cdot\frac{1}{V}(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{1}{V}\vec{b}(\vec{a}\wedge\vec{a}) = 0$ (0,5)

$\vec{b}\cdot\vec{c}^* = \vec{b}\cdot\frac{1}{V}(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{\vec{a}}{V}\cdot(\vec{b}\wedge\vec{b}) = 0$ (0,5)

ب - $V^* = \vec{a}^*\cdot(\vec{b}^*\wedge\vec{c}^*)$ (2) ،

$V^* = \vec{a}^*\cdot\left[\vec{b}^*\wedge\frac{1}{V}(\vec{a}\wedge\vec{b})\right]$

$= \frac{\vec{a}^*}{V}\cdot\left[\vec{b}^*\wedge(\vec{a}\wedge\vec{b})\right] = \frac{\vec{a}^*}{V}\cdot\left[\vec{a}\cdot\underbrace{(\vec{b}^*\cdot\vec{b})}_{=1} - \vec{b}\cdot\underbrace{(\vec{b}^*\cdot\vec{a})}_{=0}\right]$ (1) (1)

$V^* = \frac{\vec{a}^*\cdot\vec{a}}{V} = \frac{1}{V} \Rightarrow \boxed{V V^* = 1}$ (1)

ملاحظة : V هي القيمة المطلقة للجداء المختلط ولكن بما أن $V>0$ ، فإن إضافة القيمة المطلقة لا يؤثر على الحسابات.

التمرين 2 : 1 ـ جملة الاحداثيات المناسبة: $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ ، $\vec{OM} = R.\vec{u}_\rho$

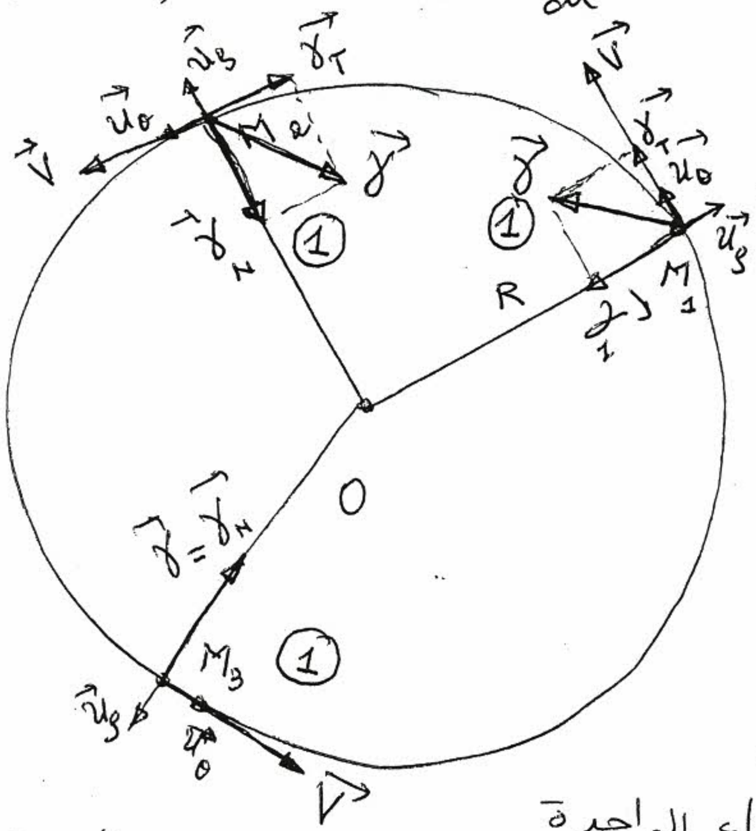
2 ـ $\vec{V} = \dfrac{d\vec{OM}}{dt} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ (1) ، $\vec{\gamma} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta - R\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho$ (1)

3 ـ متسارعة: $\ddot{\theta} > 0 \Leftarrow \dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt} = R\ddot{\theta} > 0$ (1)

متباطئة: $\ddot{\theta} < 0 \Leftarrow \dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt} < 0$ (1)

منتظمة: $(\dot{\theta} = cte)\ \ddot{\theta} = 0 \Leftarrow \dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt} = 0$ (1)

4.



ـ في M_1: متسارعة

ـ M_2: متباطئة

ـ M_3: منتظمة

$\vec{\gamma}_T = R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

$\vec{\gamma}_N = -R\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho$

5 ـ $\vec{\omega} = \omega\vec{k} = \dot{\theta}.\vec{k}$ ، $\vec{k}$ شعاع الواحدة المحمول بمحور الدوران (0,5)

حيث: $\vec{k} = \vec{u}_\rho \wedge \vec{u}_\theta$ ← أي القاعدة $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{k})$ مباشرة

$$\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta = R\dot{\theta}\,\vec{k}\wedge\vec{u}_\rho \overset{(0,5)}{=} \dot{\theta}\,\vec{k}\wedge R\vec{u}_\rho = \vec{\omega}\wedge\vec{OM}\ (0,5)$$

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \dot{\vec{\omega}}\wedge\vec{OM} + \vec{\omega}\wedge\frac{d\vec{OM}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = \dot{\vec{\omega}}\wedge\vec{OM} + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{OM})} = \vec{\alpha}\wedge\vec{OM} + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{OM})$$

(0,5)

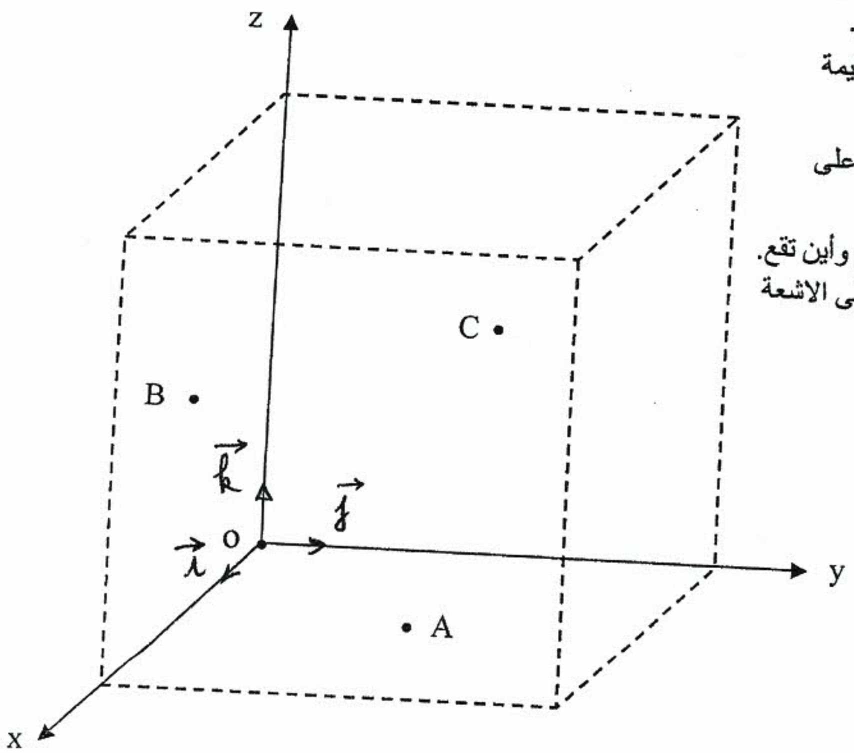
2016/2015

يوم 21-11-2015

علوم المادة

امتحان قصير في الفيزياء 1

التمرين 1 (10 نقاط): نعتبر مكعب طول ضلعه a مشكل على محاور جملة الاحداثيات الديكارتية (Oz ,Oy , Ox). النقاط A ، B و C تمثل مراكز وجوه المكعب المشكلة على محاور جملة الاحداثيات.



(3) 1- اوجد مركبات الأشعة $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$.

(2) 2- احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج قيمة الزاوية $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$.

(3) 3- احسب مساحة متوازي الاضلاع المشكل على الشعاعين $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$. ما هي احداثيات النقطة الناقصة لتحديد متوازي الاضلاع وأين تقع.

(2) 4- احسب حجم متوازي السطوح المشكل على الاشعة $\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OC}$.

التمرين الثاني(10 نقاط): نقطة مادية تتحرك في الاحداثيات القطبية وفق العادلة الزمنية:

$$\theta = \frac{t}{a} \quad ، \quad \rho = \rho_0 e^{\theta}$$

مع ρ_0 و a ثابتان.

(3) 1- احسب مركبات شعاع السرعة و طويلته.

(2,5) 2- احسب مركبات شعاع التسارع و طويلته.

(2,5) 3- استنتج طويلة كل من التسارع المماسي و التسارع الناظمي.

(2) 4- احسب نصف قطر انحناء المسار.

تصحيح المراقبة القصيرة . فيزياء 1 .

التمرين 1 : 1-

$\vec{OA}\begin{pmatrix} a/2 \\ a/2 \\ 0 \end{pmatrix}$ 1 $\qquad \vec{OB}\begin{pmatrix} a/2 \\ 0 \\ a/2 \end{pmatrix}$ 1 $\qquad \vec{OC}\begin{pmatrix} 0 \\ a/2 \\ a/2 \end{pmatrix}$ 1

2-

$\vec{OA}\cdot\vec{OB} = a^2/4$ 1 ،

$$\cos(\vec{OA},\vec{OB}) = \frac{\vec{OA}\cdot\vec{OB}}{\|\vec{OA}\|\cdot\|\vec{OB}\|} = \frac{a^2/4}{a^2/2}$$

$$\cos(\vec{OA},\vec{OB}) = 1/2 \;\; (0,5) \Rightarrow (\vec{OA},\vec{OB}) = \pi/3 = 60^\circ \;\; (0,5)$$

3-

$$S = \|\vec{OB}\wedge\vec{OC}\| = \left\|\frac{a^2}{4}(\vec{i}+\vec{j}-\vec{k})\right\| \;\; (1) \Rightarrow S = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} \;\; (0,5)$$

النقطة التي تنقص لتعيين متوازي الأضلاع هي D بحيث

$$\vec{OD} = \vec{OB}+\vec{OC} = \frac{a}{2}\vec{i}+\frac{a}{2}\vec{j}+a\vec{k} \;\; (0,5)$$

$\Rightarrow D\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},a\right)$

D تمثل مركز الوجه العلوي من المكعب. 1

4- حجم متوازي الأضلاع هو:

$$V = |\vec{OA}\cdot(\vec{OB}\wedge\vec{OC})| \;\; (1)$$

$$V = \begin{pmatrix} a/2 \\ a/2 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a^2/4 \\ a^2/4 \\ -a^2/4 \end{pmatrix} = \frac{a^3}{8}+\frac{a^3}{8} = \frac{a^3}{4} \;\; (1)$$

التمرين 2 :

1-

$$(0,5) \;\; \vec{OM} = \rho_0 e^{\theta}\cdot\vec{u}_\rho$$

$$\vec{V}(M) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{\rho_0}{a}e^{\theta}\cdot\vec{u}_\rho + \frac{\rho_0}{a}e^{\theta}\cdot\vec{u}_\theta \;\; (0,5)$$

أي: $\vec{V}(M) = \frac{\rho_0}{a}e^{\theta}[\vec{u}_\rho+\vec{u}_\theta]$ (1,5)

$$\|\vec{V}(M)\| = \frac{\rho_0}{a}e^{t/a}\cdot\sqrt{2} \;\; (0,5)$$

2-

$$\vec{\gamma}(M) = \frac{d\vec{V}(M)}{dt} = \frac{\rho_0}{a^2}e^{\theta}[\vec{u}_\rho+\vec{u}_\theta] + \frac{\rho_0}{a}e^{\theta}\left[\frac{1}{a}\vec{u}_\theta - \frac{1}{a}\cdot\vec{u}_\rho\right] \;\; (0,5)$$

$$\vec{\gamma}(M) = \frac{\rho_0 e^{t/a}}{a^2}[2\vec{u}_\theta] = 2\cdot\frac{\rho_0}{a^2}e^{t/a}\cdot\vec{u}_\theta \;\; (1,5)$$

$$\|\vec{\gamma}(M)\| = 2\frac{\rho_0}{a^2}e^{t/a} \;\; (0,5)$$

3- $\gamma_T = \frac{d\|\vec{V}(M)\|}{dt}$ 0,5 $\Leftarrow$ $\gamma_T = \sqrt{2}.\ \frac{\rho_0}{a^2} e^{t/a}$ 0,5

$\gamma_N^2 = \gamma^2 - \gamma_T^2$ 0,5 $\Leftarrow$ $\gamma_N^2 = 4\left(\frac{\rho_0}{a^2} e^{t/a}\right)^2 - 2\left(\frac{\rho_0}{a^2} e^{t/a}\right)^2$

إذن: $\gamma_N = \sqrt{2}\ \frac{\rho_0}{a^2} e^{t/a}$ 1

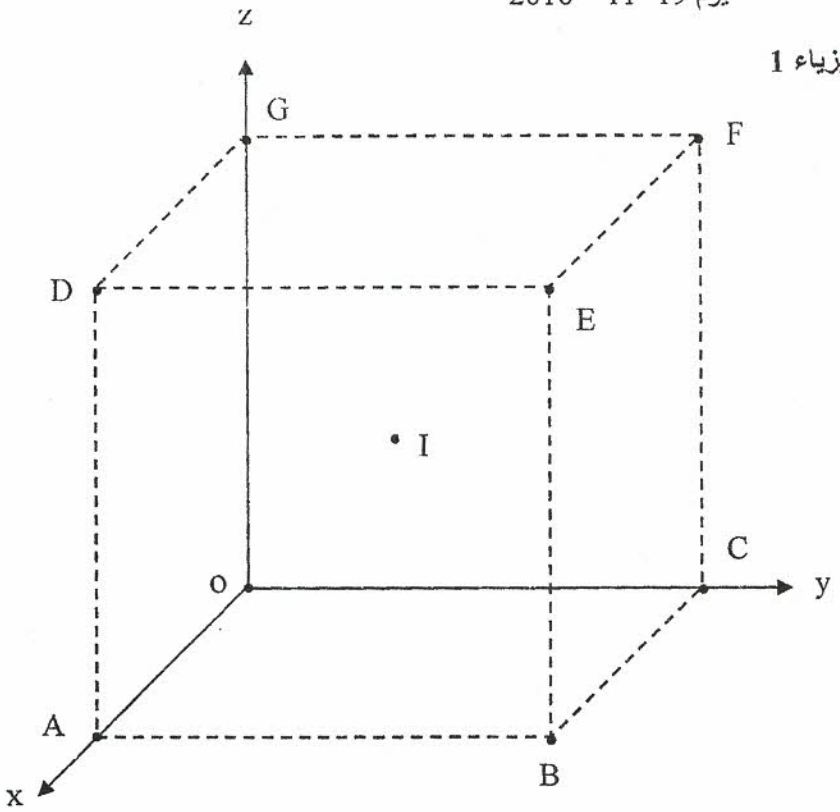
4- نصف قطر الإنحناء R: $\gamma_N = \frac{V^2}{R}$ $\Leftarrow$ $R = \frac{V^2}{\gamma_N}$ 1

$$R = \frac{2\left(\frac{\rho_0}{a} e^{t/a}\right)^2}{\sqrt{2}\ \frac{\rho_0}{a^2} e^{t/a}} = \sqrt{2}\ \rho_0\ e^{t/a}$$ 1

2017/2016

يوم 19- 11 – 2016

السنة الاولى علوم المادة   مراقبة قصيرة في الفيزياء 1



التمرين 1 (5 نقاط): نعتبر مكعب طول ضلعه a مشكل على محاور جملة الاحداثيات الديكارتية (Oz , Oy , Ox).

النقاط O ، A ، B ، C ، D ، E ، F و G تمثل رؤوس المكعب والنقطة I مركزه.

1- في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ اعط احداثيات رؤوس المكعب ومركزه. (1.75)

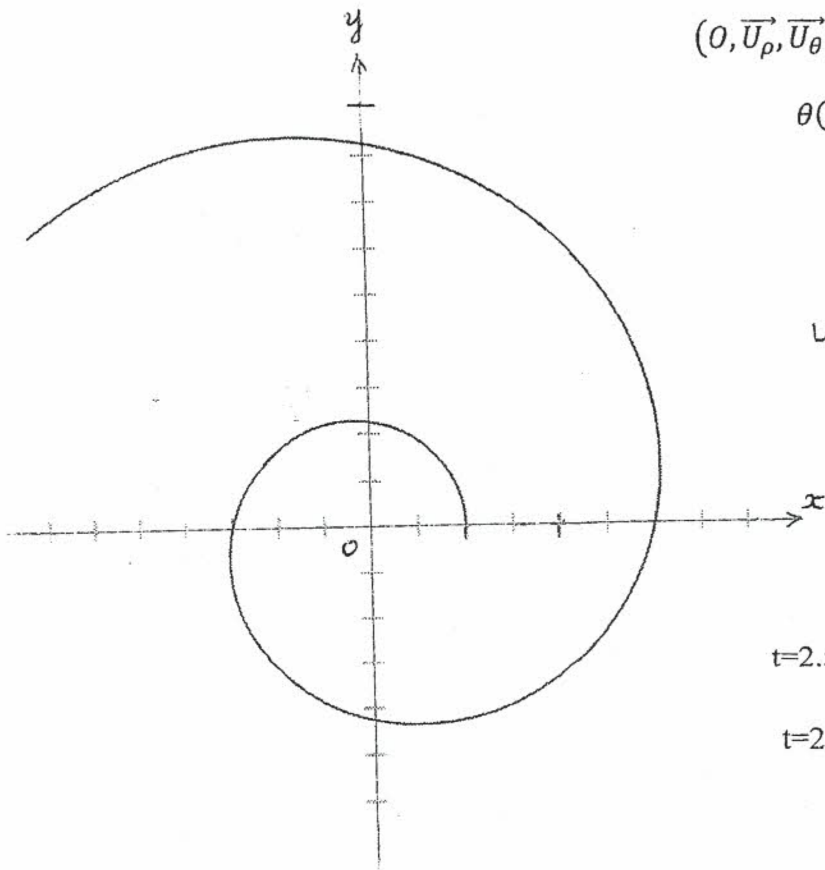
2- ما هي مركبات الاشعة $\vec{IB}$ و $\vec{ID}$ و $\vec{IF}$. (1.5)

3- احسب الزاوية بين $\vec{IB}$ و$\vec{ID}$. (1)

4- احسب حجم متوازي السطوح المشكل على الاشعة $\vec{IB}$ و $\vec{ID}$ و $\vec{IF}$. (1)

التمرين الثاني (11 نقطة): 1- كيف نحدد موقع نقطة مادية متحركة في حالة استعمال جملة الاحداثيات :

أ- القطبية – ب- المنحنية. اعط عبارات شعاع السرعة وشعاع التسارع اللحظيتين في كل منهما. (1.5) + (1.5)



2- تعرف حركة نقطة مادية في جملة الاحداثيات القطبية $(O,\overrightarrow{U_\rho},\overrightarrow{U_\theta})$

بالمعادلات الوسيطية : $\theta(t)=\omega t$ و $\rho(t)=at^2+b$

حيث a و b و ω ثوابث موجبة و t يمثل الزمن.

أ- ما هي وحدات الثوابت a و b و ω . (0.75)

ب- ما هي معادلة المسار. (0.75)

ت- احسب شعاع السرعة وشعاع التسارع وطويلتيهما واستنتج شعاع الواحدة المماسي للمسار. (3)

3- نعتبر الحالة التي تأخذ فيها الثوابت a و b و ω القيم العددية : $a=1$ و $b=2$ و $\omega=\pi$. مسار النقطة المادية يكون إذن كما هو مبين في الشكل. حدد:

أ- موقع النقطة المتحركة لما : t=1 s ، t=2s و t=2.5 s (1)

ب- شعاع السرعة الابتدائية ومثله على الشكل. (1)

ت- شعاع السرعة لما t=2s وشعاع التسارع لما t=2.5 s ومثل كل شعاع على الشكل. (1)

تصحيح المراقبة القصيرة فيزياء 01 :

التمرين الأول :

1 - $O(0,0,0)$ ، $A(a,0,0)$ 0,25 ، $B(a,a,0)$ 0,25

$C(0,a,0)$ 0,25 ، $D(a,0,a)$ 0,25 ، $E(a,a,a)$ 0,25 ، $F(0,a,a)$ 0,25

$G(0,0,a)$ ، $I\left(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$. 0,25

2 - $\overrightarrow{IB}\begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ \frac{a}{2} \\ -a/2 \end{pmatrix}$ 0,5 ، $\overrightarrow{ID}\begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ -\frac{a}{2} \\ a/2 \end{pmatrix}$ 0,5 ، $\overrightarrow{IF}\begin{pmatrix} -a/2 \\ a/2 \\ a/2 \end{pmatrix}$ 0,5

3 - $$\cos(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IF}) = \frac{\overrightarrow{IB}\cdot\overrightarrow{IF}}{\|\overrightarrow{IB}\|\cdot\|\overrightarrow{IF}\|} = \frac{-a^2/4}{3a^2/4} = -1/3$$ 0,5 0,25

$$(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IF}) = 109.47^\circ$$ 0,25

4 - $$V = \overrightarrow{IF}\cdot(\overrightarrow{ID}\wedge\overrightarrow{IB}) = \begin{pmatrix} -a/2 \\ a/2 \\ a/2 \end{pmatrix}\cdot\left[\begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ -a/2 \\ a/2 \end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix} \frac{a}{2} \\ \frac{a}{2} \\ -a/2 \end{pmatrix}\right] = \frac{a^3}{2}$$ 0,5 0,5

التمرين الثاني : يحدد موقع نقطة مادية متحركة

- في الاحداثيات القطبية: بشعاع الموضع $\overrightarrow{OM} = \rho\cdot\vec{u}_\rho$ 0,25
- في الاحداثيات المنحنية : بالفاصلة المنحنية $s(t)$. 0,25

* في الإحداثيات القطبية :

0,5 $$\vec{V}(M) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\cdot\vec{u}_\rho + \rho\cdot\dot{\theta}\cdot\vec{u}_\theta$$

0.75 $$\vec{\gamma}(M) = \frac{d\vec{V}(M)}{dt} = [\ddot{\rho} - \rho\cdot\dot{\theta}^2]\cdot\vec{u}_\rho + [2\dot{\rho}\cdot\dot{\theta} + \rho\cdot\ddot{\theta}]\cdot\vec{u}_\theta$$

* في الاحداثيات المنحنية :

0,5 $$\vec{V}(M) = \frac{ds(t)}{dt}\cdot\vec{u}_T = \|\vec{V}(M)\|\cdot\vec{u}_T$$

0,75 $$\vec{\gamma}(M) = \frac{d^2s(t)}{dt^2}\cdot\vec{u}_T + \frac{V^2}{R}\cdot\vec{u}_N = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\cdot\vec{u}_T + \frac{V^2}{R}\cdot\vec{u}_N$$

2 - أ - $[\omega] = s^{-1}$ (0,25) ، $[b] = m$ (0,25) ، $[a] = m/s^2$ (0,25)

ب - $\theta = \omega t \Leftarrow t = \theta/\omega$ (0,25) $\Leftarrow$ (0,5) $\boxed{\rho = \frac{a}{\omega^2}\theta^2 + b}$

ت - $\vec{V}(M) = \frac{d\vec{OM}}{dt} \underset{(0,25)}{=} \frac{d}{dt}(\rho.\vec{u}_\rho) \underset{(0,5)}{=} 2at.\vec{u}_\rho + \omega(at^2+b).\vec{u}_\theta$

$\|\vec{V}\| = \sqrt{4a^2t^2 + \omega^2(at^2+b)^2}$ (0,25)

$\vec{\gamma}(M) \underset{(0,25)}{=} \frac{d\vec{V}(M)}{dt} \underset{(0,5)+(0,25)}{=} [2a - \omega^2(at^2+b)]\vec{u}_\rho + 4a\omega t\,\vec{u}_\theta$

$\|\vec{\gamma}\| = \sqrt{[2a - \omega^2(at^2+b)]^2 + 16a^2\omega^2t^2}$ (0,25)

$\vec{u}_T \underset{(0,25)}{=} \frac{\vec{V}(M)}{\|\vec{V}\|} = \frac{2at}{\sqrt{4a^2t^2+\omega^2(at^2+b)^2}}.\vec{u}_\rho + \frac{\omega(at^2+b)}{\sqrt{4a^2t^2+\omega^2(at^2+b)^2}}.\vec{u}_\theta$ (0.5)

3 - أ - $t = 1s \Rightarrow \theta = \pi \underset{(0,25)}{\Rightarrow} M_1$ ، $t = 2s \Rightarrow \theta = 2\pi \Rightarrow M_2$ (0,25)

$t = 2.5s = \frac{5}{2}s \Rightarrow \theta = \frac{5}{2}\pi$ (0,25) $\Rightarrow M_3$

(0,25) ← تمثيل على الشكل .

ب - $\vec{V}_0 = \vec{V}(t=0) = \omega.b.\vec{u}_\theta \underset{(0,5)}{=} 2\pi.\vec{u}_\theta \Rightarrow \vec{V}_0 = 6.28\,\vec{u}_\theta$

ت - $\vec{V}(t=2) = \vec{V}(M_2) \underset{(0,5)}{=} 4\,\vec{u}_\rho + 6\pi\,\vec{u}_\theta = 4\vec{u}_\rho + 18.84.\vec{u}_\theta$

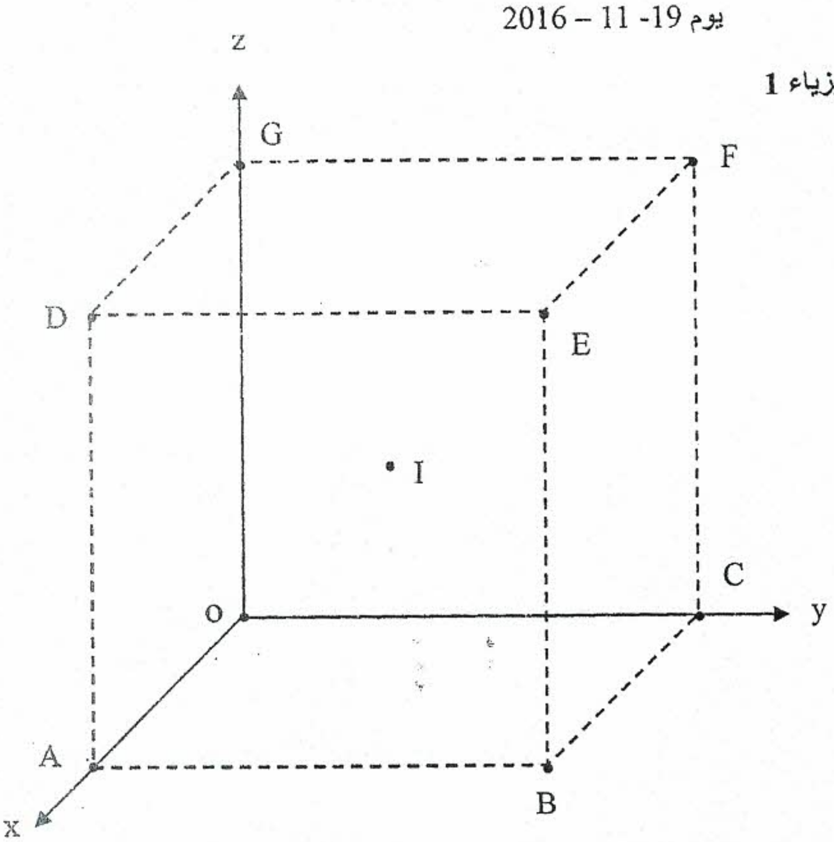
$\vec{\gamma}(t=2) = [2 - 6\pi^2].\vec{u}_\rho + 8\pi.\vec{u}_\theta \underset{(0.5)}{=} -57.16.\vec{u}_\rho + 25.12.\vec{u}_\theta$

$\frac{\vec{V}(t=2)}{2} = 2\,\vec{u}_\rho + 9.42.\,\vec{u}_\theta$

$\frac{\vec{\gamma}(t=2)}{10} = -5.7.\,\vec{u}_\rho + 2.5\,\vec{u}_\theta$

يوم 19- 11 – 2016

السنة الاولى علوم المادة مراقبة قصيرة في الفيزياء 1



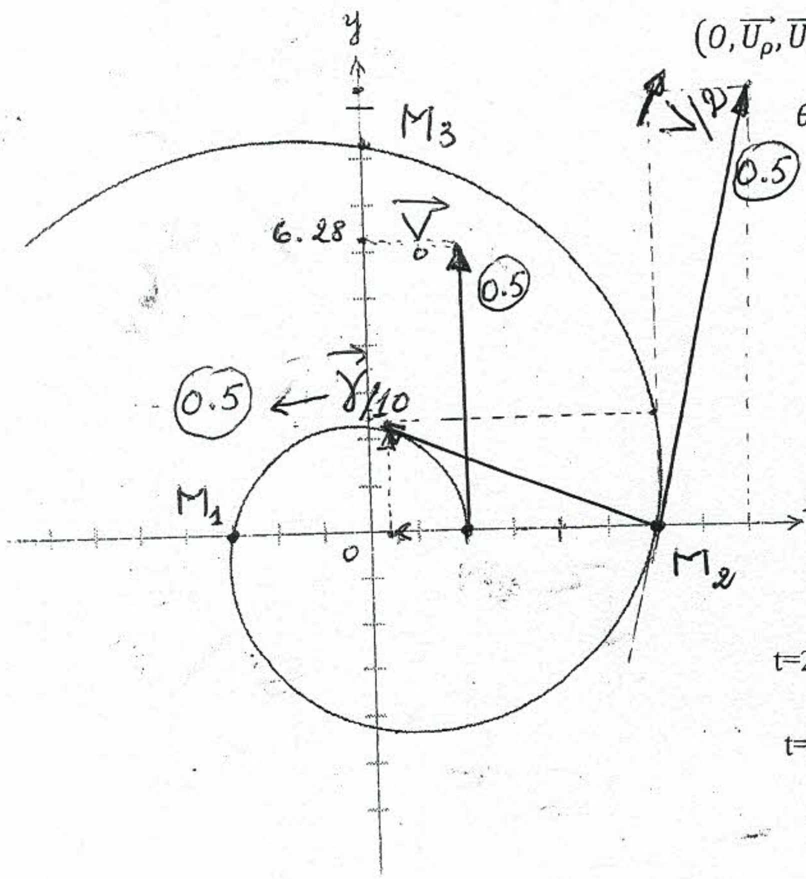
التمرين 1 (5 نقاط): نعتبر مكعب طول ضلعه a مشكل على محاور جملة الاحداثيات الديكارتية (Oz , Oy , Ox).

النقاط O ، A ، B ، C ، D ، E ، F و G تمثل رؤوس المكعب والنقطة I مركزه.

1- في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ اعط احداثيات رؤوس المكعب ومركزه.
2- ما هي مركبات الاشعة $\vec{IB}$ و $\vec{ID}$ و $\vec{IF}$.
3- احسب الزاوية بين $\vec{IB}$ و $\vec{ID}$.
4- احسب حجم متوازي السطوح المشكل على الاشعة $\vec{IB}$ و $\vec{ID}$ و $\vec{IF}$.

التمرين الثاني (11 نقطة): 1- كيف نحدد موقع نقطة مادية متحركة في حالة استعمال جملة الاحداثيات :

أ- القطبية – ب- المنحنية. اعط عبارات شعاع السرعة وشعاع التسارع اللحظيتين في كل منهما.



2- تعرف حركة نقطة مادية في جملة الاحداثيات القطبية $\left(O,\vec{U_\rho},\vec{U_\theta}\right)$

بالمعادلات الوسيطية : $\theta(t)=\omega t$ و $\rho(t)=at^2+b$

حيث a و b و ω ثوابث موجبة و t يمثل الزمن.

أ- ما هي وحدات الثوابت a و b و ω .
ب- ما هي معادلة المسار.
ت- احسب شعاع السرعة وشعاع التسارع وطويلتيهما واستنتج شعاع الواحدة المماسي للمسار.

3- نعتبر الحالة التي تأخذ فيها الثوابت a و b و ω

القيم العددية : $a=1$ و $b=2$ و $\omega=\pi$. مسار النقطة المادية يكون إذن كما هو مبين في الشكل. حدد:

أ- موقع النقطة المتحركة لما : t=1 s ، t=2s و t=2.5 s
ب- شعاع السرعة الابتدائية ومثله على الشكل.
ت- شعاع السرعة لما t=2s وشعاع التسارع لما t=2.5 s

ومثل كل شعاع على الشكل.

2017/2018

02 ديسمبر 2017

السنة الأولى علوم المادة

مراقبة قصيرة في الفيزياء 1

تتحرك نقطة مادية في المستوي الديكارتي $(O,\vec{i},\vec{j})$ وفق المعادلتين الوسيطيتين :

$$y(t) = 1/2\ (t^2 - 4t + 4) \quad \text{و} \quad x(t) = t - 2$$

(2) 1- حدد معادلة المسار وارسمه في المعلم الديكارتي ثم عين نقطة بداية الحركة واتجاهها.

(2) 2- احسب شعاع السرعة عند الزمن t ثم طويلته. استنتج شعاع السرعة الابتدائية ومثله على الشكل. هل اتجاه الحركة الذي اخترته صحيحا؟

(2,5) 3- احسب شعاع التسارع ثم توقع ومن دون حساب أين تكون الحركة متباطئة وأين تتسارع وأين يكون التسارع المماسي للمسار معدوما. أين ينعدم التسارع الناظمي.

(3) 4- احسب عبارات التسارع المماسي والتسارع الناظمي للمسار ثم استنتج نصف قطر الانحناء.

(1) 5- هل توقعاتك في السؤال 3 صحيحة ؟ لماذا؟

(5,5) 6- حدد موقع النقطة المتحركة عند الزمن t=4s ثم أعط عنده:

أ- شعاع السرعة وشعاع التسارع ومثلهما.

ب- شعاع التسارع المماسي وشعاع التسارع الناظمي ومثلهما.

ت- قيمة نصف قطر الانحناء وإحداثيات مركزه.

تصحيح المراقبة القصيرة: فيزياء 1.

$y(t) = \frac{1}{2}(t^2 - 4t + 4) = \frac{1}{2}(t-2)^2 - 1$

معادلة قطع مكافئ ⇐ $y = \frac{x^2}{2}$ ⇐

قيمته في O .

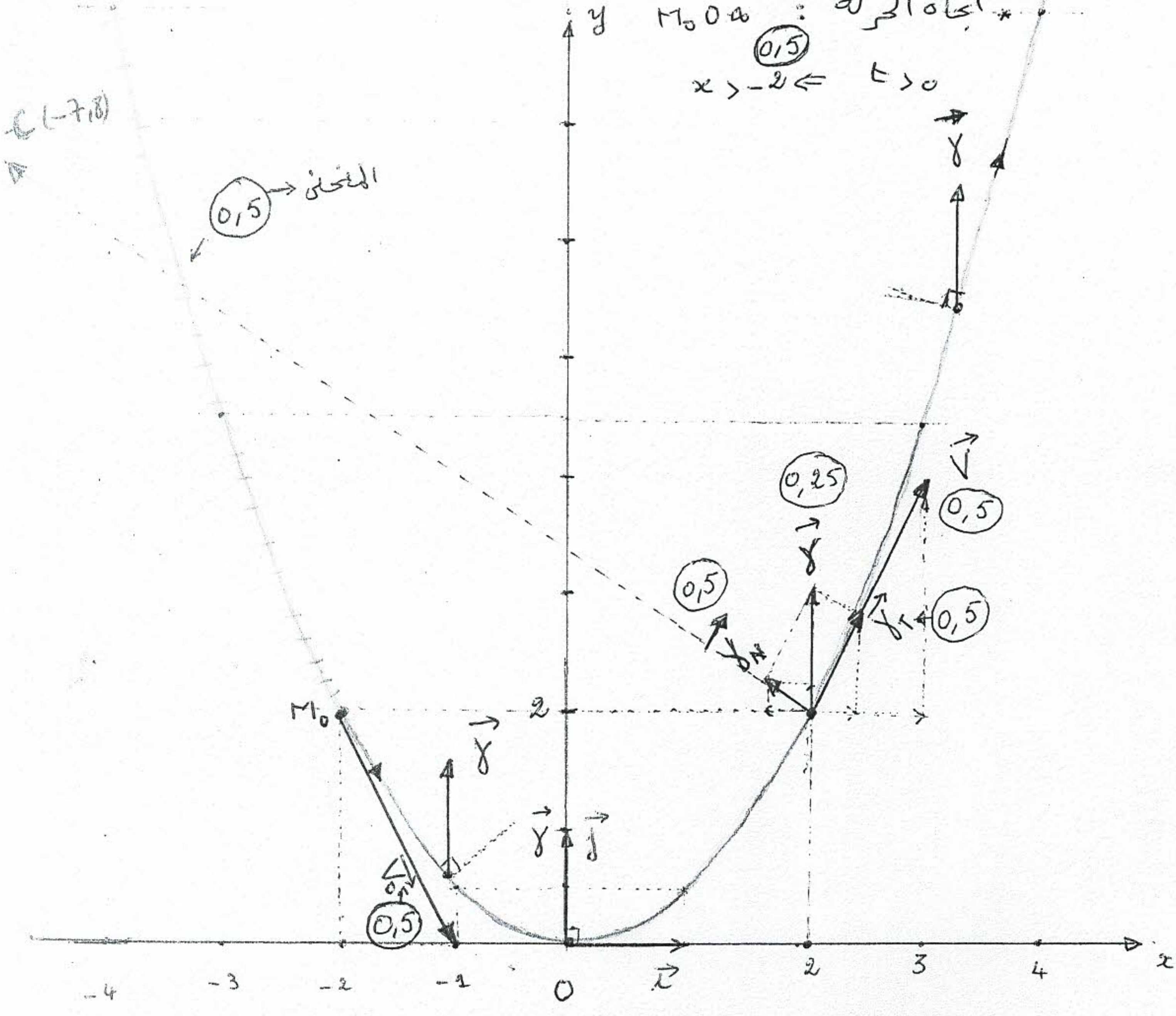
0,5

* بداية الحركة $M_0(-2, 2)$ → 0,5

* إتجاه الحركة : $\overline{M_0 O \infty}$ y

0,5

$x > -2 \Leftarrow t > 0$



2. شعاع السرعة : $\vec{V}(M) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{i} + (t-2)\vec{j}$ 0,5

0,5 $\|\vec{V}(M)\| = \sqrt{1 + (t-2)^2}$, $\vec{V_0} = \vec{i} - 2\vec{j}$ 0,25

إتجاه الحركة صحيح لأنه يوافق إتجاه السرعة. 0,25

3- (0,5) $\vec{\gamma}(M) = \frac{d\vec{V}(M)}{dt} = \vec{j}$. ⇐ من انحناء المسار واتجاه $\vec{\gamma}$:

- في المبدأ O :

الحركة متباطئة على $\overline{M_0 O}$ (0,5)

ومتسارعة بعد O إلى ∞ . (0,5)

$\vec{\gamma} \perp (C) \Leftarrow \vec{\gamma} = \vec{\gamma}_N$ (0,5)

إذن : $\vec{\gamma}_T = \vec{0}$ في O .

ينعدم $\vec{\gamma}_N$ لما يصير انحناء المسار معدوما أي $R = \infty$ (نصف قطر الانحناء)

وفي حالة القطع المكافئ يحصل ذلك لما $x \to \infty$ أي $t \to \infty$

إذن: $\vec{\gamma}_N = \vec{0}$ في ∞ . (0,5)

4- (0,25) $\gamma_T = \frac{d\|\vec{V}(M)\|}{dt} = \frac{\vec{V}\cdot\vec{\gamma}}{\|\vec{V}(M)\|} \Leftarrow \gamma_T = \frac{t-2}{\sqrt{1+(t-2)^2}}$ (0,75)

(0,25) $\gamma_N = \sqrt{\gamma^2 - \gamma_T^2} = \frac{\|\vec{V}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|} \Leftarrow \gamma_N = \frac{1}{\sqrt{1+(t-2)^2}}$ (0,75)

$\vec{V}\wedge\vec{\gamma} = \vec{k}$

(0,25) $R = \frac{V^2}{\gamma_N} \Leftarrow R = [1+(t-2)^2]\cdot\sqrt{1+(t-2)^2}$ (0,75)

5- التوقعات صحيحة لأن : (0,25) * $\gamma_T < 0$ أو $\vec{\gamma}\cdot\vec{V} < 0$ لما $t < 2$ أي $x < 0$

(0,25) * $\gamma_T = 0$ لما $t = 2$ أي في O .

(0,25) * $\gamma_T > 0$ أو $\vec{\gamma}\cdot\vec{V} > 0$ لما $t > 2$ أي $x > 0$ أي بعد O .

* $\gamma_N = 0$ لما $t \to \infty$ أي في ∞ (0,25)

6- موقع النقطة المتحركة لما $t = 4s$ هي $M(2,2)$ (0,25) . في هذه

النقطة: م.ج $\vec{V} = \vec{i} + 2\vec{j}$ (0,25) ، $\vec{\gamma} = \vec{j}$ (0,25) ، ب- $\vec{\gamma}_T = \gamma_T\cdot\vec{u}_T$ ، $\gamma_T = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (0,25)

$\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} \Leftarrow \vec{u}_T = \frac{\vec{i}}{\sqrt{5}} + \frac{2\vec{j}}{\sqrt{5}}$ (0,25) ⇐

(0,25) $\vec{\gamma}_T = \frac{2}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$.

(0,25) $\vec{\gamma}_N = \vec{\gamma} - \vec{\gamma}_T \Leftarrow$ (0,25) $\vec{\gamma}_N = -\frac{2}{5}\vec{i} + \frac{1}{5}\vec{j}$. -> $R = 5\sqrt{5}$ (0,25)

و $\overrightarrow{MC} = R\cdot\vec{u}_N$ (0,5) ، (0,25) $\vec{u}_N = \frac{\vec{\gamma}_N}{\gamma_N} \Leftarrow \vec{u}_N = \frac{1}{\sqrt{5}}\cdot(-2\vec{i}+\vec{j})$ (0,25) وعندما

نعوض نجد : $C(-8,7)$ (0,5) . C = مركز الانحناء

2019 | 2018

السنة الاولى علوم المادة

يوم 1/ 2018/12

مراقبة قصيرة في مقياس الفيزياء 1

التمرين 1 : في المعلم الديكارتي $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ المتعامد المتجانس نعتبر النقاط التالية :

$A(3,0,0)$ ، $B(0,4,0)$ ، $C(0,0,5)$.

1- مثل هذه النقاط في المعلم .

2- ما هي مركبات الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و طويلتيهما . أحسب الزاوية بينهما .

3- أحسب مساحة متوازي الأضلاع المشكل على $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC .

4- ما هو شعاع الواحدة $\vec{u}$ العمودي على سطح المثلث ABC .

5- باستعمل خصائص الجداء المختلط ، اوجد معادلة المستوي الذي ينتمي إليه المثلث ABC .

التمرين 2 : تتحرك نقطة مادية M في المستوي الديكارتي $(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{Oy})$ وفق المعادلات الزمنية :

$$x(t) = -t^2 \quad ، \quad y(t) = 2t^2 - 4$$

1- أوجد معادلة المسار ثم ارسمه مع تحديد نقطة بداية الحركة واتجاهها .

2- احسب شعاع السرعة وشعاع التسارع وطويلتيهما . ما هي السرعة الابتدائية للحركة .

3- حدد موقع النقطة M عند الزمن $t = 2\ s$ ومثل شعاع السرعة وشعاع التسارع عنده .

5- استنتج ، ودون أي حساب ، التسارع المماسي $\overrightarrow{\gamma_T}$ والتسارع الناظمي $\overrightarrow{\gamma_N}$ و نصف قطر انحناء المسار .

6- أين تكون الحركة متسارعة وأين تكون متباطئة .

7- ما هي المسافة التي تقطعها النقطة المتحركة بعد 10 s (عشر ثوان) من بداية الحركة .

السنة الجامعية 2020/2019

قسنطينة في : 2020/01/18

جامعة الإخوة منتوري قسنطينة 1
كلية العوم الدقيقة
الجذع المشترك – علوم المادة

المراقبة القصيرة رقم 1 في مادة الميكانيك (فيزياء 1) – المدة : 1 ساعة

التمرين الأول (06 نقاط) :

بانسبة لحركة نقطة مادية (M) :

1- عرف المسار وماذا تعني معادلة المسار؟ .... (1.00 نقطة)

2- عرف أشعة الموضع (الموقع) ، السرعة و التسارع .... (1.50 نقطة)

3- أكتب عبارات هذه الأشعة في الإحداثيات الكارتزية .... (1.50 نقطة)

4- أكتب عبارات هذه الأشعة في الإحداثيات الأسطوانية.. (2.00 نقطة)

التمرين الثاني (06 نقاط) :

في معلم متعامد و متجانس $R(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

1- مثل النقاط $A(3,1,0)$، $B(0,4,0)$ و $C(1,-3,2)$.. (0.75 نقطة)

2- أحسب الزاوية الموجهة بين الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$.. (2.00 نقطة)

3- أحسب مساحة المثلث المشكل بالنقاط A ، B و C.. (1.50 نقطة)

4- أوجد مركبات شعاع وحدة $\vec{u}$ ناظمي على المثلث ABC. تحقق من النتيجة المحصل عليها (1.00 نقطة)

5- أحسب حجم متوازي السطوح المشكل بالأشعة : $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$ و $\vec{u}$.. (0.75 نقطة)

التمرين الثالث (06 نقاط) :

تعرف حركة نقطة مادية بالمعادلات الزمنية التالية : $x = (3/2)t^2$ و $y = 2t^2+1$:

1- استخرج معادلة المسار ثم ارسمه. ماهي طبيعته ؟ حدد نقطة بداية الحركة و اتجاهها .... (1.25 نقطة)

2- أكتب عبارة شعاع الموضع و مثله في اللحظتين t=0s و t=1s .... (1.25 نقطة)

3- أحسب شعاع السرعة و طويلته .... (1.00 نقطة)

4- أحسب شعاع التسارع و طويلته. ما هي طبيعة هذه الحركة ؟ .... (1.00 نقطة)

5- احسب المركبتين المماسية و الناظمية للتسارع ثم استنتج قيمة نصف قطر الإنحناء .... (1.50 نقطة)

************************** بالتوفيق **************************

جامعة الإخوة منتوري قسنطينة 1
كلية العوم الدقيقة / الجذع المشترك – علوم المادة

السنة الجامعية 2020/2019
قسنطينة في : 2020/01/18

الحل النموذجي للمراقبة القصيرة رقم 1 في مادة الميكانيك (فيزياء 1) – المدة : 1 ساعة

التمرين الأول (06 نقاط) :

1/ * المسار هو مجموعة النقاط الهندسية التي يرسمها المتحرك (M) أثناء حركته (0,5)

* معادلة المسار هي العلاقة الرياضية (المعادلة) التي تربط بين احداثيات المتحرك (M) (لا وجود للزمن). مثلا في الإحداثيات الكارتيزية: $f(x,y,z)=0$ ...... (0,5)

2/ * شعاع الموضع (الموقع) هو الشعاع الذي يربط بين المبدأ (O) وموضع المتحرك (M) في لحظة زمنية (t) ويرمز له بـ: $\vec{OM}(t)$ أو $\vec{r}(t)$ ...... (0,5)

* شعاع السرعة هو المشتق الأول لشعاع الموضع أي $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ ...... (0,5)

* شعاع التسارع هو المشتق الأول لشعاع السرعة أو المشتق الثاني لشعاع الموضع أي: $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$ ...... (0,5)

3/ * $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ...... (0,5)

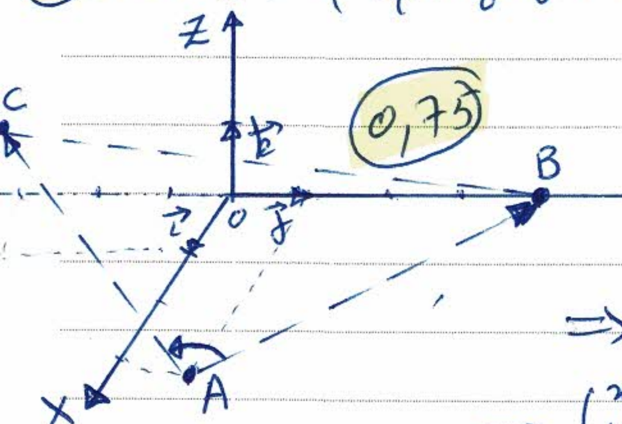
* $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$ ...... (0,5)

* $\vec{\gamma} = \gamma_x\vec{i} + \gamma_y\vec{j} + \gamma_z\vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$ ...... (0,5)

4/ * $\vec{OM} = \rho\vec{U}_\rho + z\vec{k}$ ...... (0,5)

* $\vec{v} = v_\rho\vec{U}_\rho + v_\theta\vec{U}_\theta + v_z\vec{k} = \dot{\rho}\vec{U}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{U}_\theta + \dot{z}\vec{k}$ ...... (0,5)

* $\vec{\gamma} = \gamma_\rho\vec{U}_\rho + \gamma_\theta\vec{U}_\theta + \gamma_z\vec{k} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{U}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{U}_\theta + \ddot{z}\vec{k}$ ...... (01)



التمرين الثاني (06 نقاط) : +0,25

1/ تمثيل النقاط A، B، C

2/ $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{AC}\| \times \cos(\vec{AB},\vec{AC})$

$\Rightarrow \cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \frac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|\times\|\vec{AC}\|}$ ...... (0,5)

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-3 \\ 4-1 \\ 0-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \vec{AB} = -3\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \|\vec{AB}\| = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = 3\sqrt{2}$

$\vec{AC} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow \|\vec{AC}\| = 2\sqrt{6}$ (0,5)

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = +6 - 12 \Rightarrow \vec{AB}\cdot\vec{AC} = -6$ ...... (0,5)

$\cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \frac{-6}{12\sqrt{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{6}$

$\Rightarrow (\vec{AB},\vec{AC}) = 107°$ ...... (0,5)

(0,5) $S_{\Delta_{ABC}} = \frac{\|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\|}{2} = \frac{|\|\vec{AB}\|\times\|\vec{AC}\|\times\sin(\vec{AB},\widehat{\vec{AC}})|}{2} \rightarrow$ (0,5) 3

$\Rightarrow S_\Delta = (3\sqrt{2}\times 2\sqrt{6}\times\sin 107^\circ)/2 \simeq 9,944$ (0,5)

$\vec{AB}\wedge\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 3 & 0 \\ -2 & -4 & 2 \end{vmatrix} = 6\vec{i}+6\vec{j}+18\vec{k} \Rightarrow S_\Delta = \frac{\sqrt{396}}{2} \simeq 9,94$ أو

(0,25) $\vec{u} = \frac{\vec{AB}\wedge\vec{AC}}{\|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\|}$ $\quad \vec{AB}\wedge\vec{AC} = 6\vec{i}+6\vec{j}+18\vec{k}$ (0,25) 4

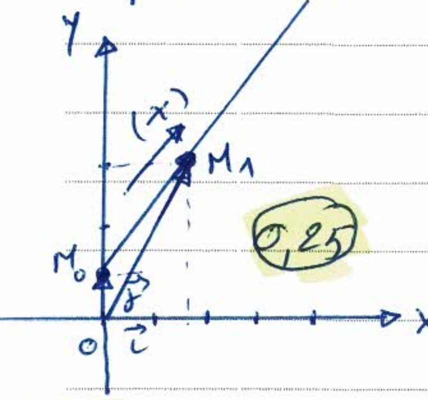
$\|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\| = \sqrt{396}$ (0,25)

(0,25) $\vec{u} = (6/\sqrt{396})\vec{i} + (6/\sqrt{396})\vec{j} + (18/\sqrt{396})\vec{k} \Rightarrow \|\vec{u}\| = (\sqrt{396/396}) = 1$ (0,25)

5 حجم متوازي السطوح v

(0,25) $v = |(\vec{AB}\wedge\vec{AC}).\vec{u}| = \left|\begin{pmatrix}6\\6\\18\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}6/\sqrt{396}\\6/\sqrt{396}\\6/\sqrt{396}\end{pmatrix}\right| = 14$ (0,25) (0,25)

التمرين الثالث (06 نقاط):



1 معادلة المسار: باستخراج t^2 من (x) وتعويض في (y)

نحصل على: $y = \frac{4}{3}x+1$ معادلة مستقيم (المسار جزء منه) (0,5)

⊛ نقطة بداية الحركة: $t=0$ ← $x_0=0$ و $y_0=1$: $M_0(0,1)$

⊛ اتجاه الحركة: $t=1$: $x_1=3/2$ و $y_1=3$ $\quad M_1(3/2, 3)$ (0,25)

اتجاه الحركة من M_0 إلى M_1 هو (0,25)

2 ⊛ (0,5) $\vec{OM} = x\vec{i}+y\vec{j} \Rightarrow \vec{OM} = 3/2\,t^2\vec{i}+(2t^2+1)\vec{j}$ (0,5)

⊛ أو التمثيل (0,25) $\vec{OM}(0) = 0\vec{i}+\vec{j} = \vec{j}$ (1) $\vec{OM}(1) = 3/2\,\vec{i}+3\vec{j}$ (0,25)

3 $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{3}{2}t^2\vec{i}+(2t^2+1)\vec{j}\right] = 3t\vec{i}+4t\vec{j}$ (0,5)

$\|\vec{v}\| = v = \sqrt{(3t)^2+(4t)^2} = \sqrt{25t^2} = 5t \Rightarrow v = \|\vec{v}\| = 5t$ -- (0,5)

4 $\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(3t\vec{i}+4t\vec{j}) \Rightarrow \vec{\gamma} = 3\vec{i}+4\vec{j}$ --- (0,25)

$\|\vec{\gamma}\| = \gamma = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{25} \Rightarrow \gamma = \|\vec{\gamma}\| = 5$ ---- (0,25)

ثابت = $\vec{\gamma} = \vec{Cte}$ والمسار مستقيم ⇐ حركة مستقيمة متغيرة بانتظام (0,5)

5 ⊛ (0,25) $\gamma_T = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = \frac{d}{dt}(5t) \Rightarrow \gamma_T = 5$ (0,25)

⊛ (0,25) $\gamma_N = \sqrt{\gamma^2-\gamma_T^2} = \sqrt{25-25} \Rightarrow \gamma_N = 0$ (0,25)

⊛ (0,25) $\gamma_N = \frac{v^2}{R_c} \Rightarrow R_c = \frac{v^2}{\gamma_N} = \frac{(5t)^2}{0} \Rightarrow R_c \to \infty$ (0,25)

أو لأن المسار خط مستقيم فإن نصف قطر الإنحناء هو R_c

انتهى